Giorgio Casadei – Antonio Teolis
Centro Studi e Ricerche di Storia e Didattica dell'Informatica
Dipartimento di Scienze dell'Informazione – Università di Bologna

Gare di Informatica
Olimpiadi di Problem Solving
per Scuole del Primo Ciclo

Orientamenti per gli allenamenti

1. Esercizi di matematica, scienze, italiano, storia e geografia

Questi esercizi richiedono conoscenze e competenze acquisite con i tradizionali curricoli scolastici.

Esercizio 1.1 (D = 1)

Riportare nella tabella i valori di verità (V per vero e F per falso) delle affermazioni sotto elencate relative al triangolo rettangolo. Il primo valore è riportato a mo' di esempio.

1. **La somma degli angoli acuti è maggiore di un angolo retto.**
2. **La somma dei cateti è maggiore dell'ipotenusa.**
3. **L'area si ottiene come prodotto delle misure dei cateti**
4. **Il prodotto dei due cateti è uguale a quello dell'ipotenusa e dell'altezza.**

1	2	3	4
F			

Esercizio 1.2 (D = 2)

Riportare nella tabella i valori della espressione

Y0 = X3 – 1, calcolato per X = 3;**

Y1 = X3 -3X**2 +3X -1, calcolato per X=1;**

Y2 = X3 +3X**2 +3X +1, calcolato per X=2;**

Y3 = [(X2 -2X +1)x(X**2 +2X +1)]**2, calcolato per X = 2 ;**

Y4 = [(X2 -2X -1)x(X**2 +2X +1)]**2, calcolato per X = 3.**

Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
26				

Esercizio 1.3 (D = 3)

Data la seguente tabella:

A1 = Sono certo	**B1 = che tu avresti capito**	**D1 = ti sarà detto**
A2 = Non ero sicuro	**B2 = che tu capirai**	**D2 = ti è stato detto**
	B3 = che tu avessi capito	**D3 = ti era stato detto**
	B4 = che tu hai capito	**D4 = ti sarebbe stato detto**

Completare la tabella seguente in modo che su ciascuna riga sia rappresentata una frase completa sintatticamente corretta; la prima riga, riportata a mo' di esempio, si legge nel modo seguente:

A1 B2 D1

Sono certo che tu capirai ciò che ti sarà detto.

A1	**B2**	**ciò che**	**D1**
A1	**…**	**ciò che**	**D2**
A2	**B3**	**ciò che**	**…**
A2	**…**	**ciò che**	**D1**

Esercizio 1.4 (D = 2)

Data la seguente tabella

A1 = Sono certo che se tu	**B 1 = fossi venuto**	**C1 = Capisci**
A2 = Non ero sicuro che se tu	**B2 = avessi visto**	**C2 = Ti saresti ricordato**
	B3 = verrai	**C3 = Avresti usato l'auto**
	B4 = vieni	**C4 = Ti divertirai**

Completare la tabella seguente in modo che su ciascuna riga sia rappresentata una frase completa sintatticamente corretta.

A1	**B3**	**…**
A2	**…**	**C3**
A2	**B2**	**…**
A1	**…**	**C1**

Esercizio 1.5 (D = 1)

Riportare nella tabella della risposta, l'associazione corretta tra le definizioni della prima colonna e i nomi della seconda.

1. Insieme delle acque salate che circondano le terre emerse.	**A. Golfo**
2. Sottile lingua di terra bagnata da due lati dal mare.	**B. Isola**
3. Ampia insenatura chiusa ai lati da promontori o da punte.	**C. Mare**
4. Fenomeno fisico che si manifesta come forza di attrazione o repulsione fra elettroni e protoni.	**D. Corrente elettrica**
5. Porzione di terraferma completamente circondata dalle acque di un mare o di un lago.	**E. E. Istmo**
6. Fenomeno fisico che consiste nel trasporto di elettroni in un conduttore.	**F. Elettricità**

1	2	3	4	5	6

Esercizio 1.6 (D = 1)

Riportare nella tabella della risposta, l'associazione corretta tra le definizioni della prima colonna e i nomi della seconda.

1. L'insieme di persone che applaude lo spettacolo.	**A. Squadra**
2. Un insieme disordinato di cose diverse disposte senza alcun ordine logico.	**B. Branco**
3. L'insieme di 11 giocatori di calcio di una società sportiva.	**C. Spettatori**
4. L'insieme di buoi che pascola in una radura.	**D. Sciame**
5. L'insieme di api che ronza attorno ad un'arnia.	**E. Mandria**
6. L'insieme di lupi che assale una pecora impaurita.	**F. Mucchio**

1	2	3	4	5	6

Esercizio 1.7 (D = 2)

Riportare nella tabella della risposta, l'associazione corretta per completare correttamente le frasi della prima colonna con le forme verbali della seconda (la prima risposta è riportata a mo' di esempio).

Se tu mi [A], io verrei	**1. potessi**
Se [B], avreste visto	**2. viene**
Se [C], li ospiterò	**3. fossero venuti**
Se Luigi [D], ti avverto	**4. verrete**
Se [E], vi ospiterò	**5. verranno**
Se [F], avrebbero visto	**6. foste venuti**
Se [G], verrei	**7. invitassi**

A	B	C	D	E	F	G
7						

2. Esercizi con stringhe

2.1 Esercizi sulla rappresentazione dei numeri in base due

Per motivi di efficienza tecnica, nella costruzione dei computer la rappresentazione dell'informazione viene realizzata con un alfabeto di due caratteri, 0 e 1. Ogni lettera dell'alfabeto e i segni di interpunzione vengono quindi rappresentati da stringhe di cifre binarie; i numeri vengono scritti in binario. Nella tabella seguente viene riportata, a titolo di esempio, la rappresentazione binaria e decimale dei numeri da uno a sedici.

Decimale	Binario
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000

Esercizio 2.1.1 (D = 1)

Completare le tabelle seguenti, tenendo conto che nella prima riga ci sono numeri in rappresentazione decimale e nella seconda numeri in rappresentazione binaria.

1	6	12	32	5	18	6	11

00111	111	110	0110	11	00000	100000	000001

7		4	9			15	
	01101			001100	11101		01010101

Esercizio 2.1.2 (D = 1)

Questo esercizio prevede la esecuzione di operazioni fra due numeri, scritti in rappresentazione binaria; il risultato deve sempre essere scritto in decimale. Nelle divisione riportare solo il quoziente e trascurare il resto.
Riportare nella tabella i risultati delle seguenti operazioni:

X1 = 11 × 11
X2 = 111 + 111
X3 = 1010 / 1
X4 = 10000 / 1000
X5 = 10 × 10
X6 = 101010 / 000000000001
X7 = 1100011 / 100000000101
X8 = 0000000000000001 × 100000000000000

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

Esercizio 2.1.3 (D = 2)

Questo esercizio prevede la esecuzione di operazioni fra due numeri; il primo numero è scritto in binario e il secondo in decimale; il risultato deve sempre essere scritto in decimale. Così, per esempio, il calcolo del prodotto fra dodici e quindici viene scritto nel modo seguente

$$X = 1100 \times 15$$

Il risultato, in questo caso, deve essere scritto X = 180. Nelle divisione riportare solo il quoziente e trascurare il resto.
Riportare nella tabella i risultati delle seguenti operazioni:

X1 = 11 × 11
X2 = 111 + 111
X3 = 1010 / 4
X4 = 10000 / 8
X5 = 10 × 10
X6 = 101010 / 7
X7 = 1100011 / 3
X8 = 1 × 1

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

2.2 Esercizi sulla rappresentazione di stringhe

In molte situazioni, come per esempio nella ricerca di nomi in un elenco o in un testo, viene richiesto di manipolare stringhe di caratteri come per esempio modificare, trovare o verificare:

- **se due stringhe sono uguali, come "`qwerty`" e "`qwerty`";**
- **quanto è lunga una stringa, come "`qwerty`" che è lunga 6 (caratteri) o "`edcsagft`" che è lunga 8 (caratteri);**
- **se una stringa è contenuta in un'altra, come "`erty`" in "`wertyu`"; si dice anche che "`erty`" è una *sottostringa* di "`wertyu`";**
- **se certi caratteri sono contenuti in una stringa, come "`w`", "`r`", "`t`" in "`qwerat`" e "`uytryw`";**
- **se una stringa è contenuta più volta in una seconda stringa: per esempio la stringa "`ert`" è contenuta tre volte in "`qwertytrewertyuyerta`";**
- **togliere caratteri da una stringa per renderla uguale a una stringa data: la stringa "`qwerty`" diventa uguale a "`qet`" se togliamo i caratteri "`w`", "`r`", "`y`".**

Notare che le due stringhe "`eqrt`" e "`trqe`" sono diverse (anche se formate dai medesimi caratteri). I caratteri si possono considerare stringhe di lunghezza pari a uno.
Ricordare che le stringhe si distinguono dalle parole perché racchiuse tra apici; così "`terra`" o "`Ciccio`" sono stringhe mentre terra e Ciccio sono parole. Per aiutare la lettura nel testo le stringhe sono scritte anche con caratteri tipografici diversi.

Esercizio 2.2.1 (D = 1)

Calcolare i valori definiti dalle seguenti espressioni.

N1 quanto è lunga la stringa “`azsxdcfvgbcz`”.

N2 quanto è lunga la stringa “`azvdmmkeeesxdcklfvgoobocz`”.

N3 quante volte la stringa “`lopscdrtyuabcxf`” è contenuta nella stringa “`qacabcxfstxfabcxasabcxfzlabxfc`”.

N4 quante volte la stringa “`abcxf`” è contenuta nella stringa “`qacabcxfstxfabcxasabcxfzlabxfc`”.

N5 quanto è lunga la stringa “`lllllllllllllllllllllllll`”.

N6 quanti caratteri bisogna togliere dalla stringa “`asdfgbn`” perché sia uguale a “`sfgb`”.

N1	N2	N3	N4	N5	N6

Esercizio 2.2.2 (D = 3)

Calcolare i valori definiti dalle seguenti espressioni.

N1 quante volte "`zcb`" è contenuta in "`azsxdcfvgbcz`".

N2 qual è il numero minimo di elementi che si devono togliere alla stringa "`abcxf`" per far sì che la stringa restante sia contenuta in "`qacabfstxfabxasbcxzlabxfc`".

N3 quale carattere si deve toglie alla stringa "`poiu`" per far in modo che la stringa rimanente sia contenuta il maggior numero di volte nella stringa "`qpiuiopioupouuoiuippou`".

N4 quale sottostringa di "`qscwdvefbrgn`" è contenuta più volte nella stringa "`qwfbrdveffbrfbgrdvefqsdvefrgn`".

N5 qual è la sottostringa più lunga di "`asdfghjkl`" contenuta in "`qwasderdfgtysdfgerasd`".

N6 il valore della somma delle volte in cui ciascun carattere della stringa "`qscwdvefbrgnccdmpmmpp`" è contenuto nella stringa "`qwfbrdveffbrfbgrdvefqdvefrgn`".

N1	N2	N3	N4	N5	N6

2.3 Esercizi sulla crittografia

La crittografia è la disciplina che studia i metodi e gli algoritmi per trasformare un messaggio *in chiaro* in un messaggio *cifrato*. Il messaggio *cifrato* può essere rimesso *in chiaro* conoscendo la tecnica usata per cifrarlo. La storia della crittografia è legata a quella dell'informatica in particolare per vicende avvenute durante la seconda guerra mondiale. In questo contesto viene introdotto il metodo usato da Giulio Cesare; questo consiste nel sostituire ogni lettera presente nel messaggio in chiaro con quella che, nell'ordine alfabetico, segue a una distanza predefinita detta *chiave* (di Cesare). Per esempio, volendo codificare un messaggio con chiave uguale a 3, si deve usare la traslitterazione definita dalla seguente tabella:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

in cui la prima riga contiene l'alfabeto italiano (completato con le cinque lettere straniere J, K, W, X, Y ormai di uso corrente) e la seconda riga è stata ottenuta dalla prima ricopiando le lettere spostate di 3 posizioni e aggiungendo alla fine le prime 3 lettere.

Con questa chiave, il messaggio (che è una stringa!)
"DOMANIPARTIREMOPERDAREINIZIOALLAMISSIONE"
diventa
"GRPDQLSDUWLUHPRSHUGDUHLQLCLRDOODPLVVLRQH".

Come si vede, nella crittografia (tradizionale), si usano soltanto le lettere maiuscole (quindi non le minuscole, le cifre, i segni di interpunzione o le accentate) e le stringhe non hanno spazi.
Se non si conosce la chiave, diventa complicato, ma non impossibile, risalire al messaggio originale; basta provare sistematicamente con diverse chiavi. Se la chiave è un numero N maggiore di 26, per decodificare si deve usare il resto intero della divisione N/26. Utilizzando un programma per computer, la decodifica di messaggi criptati con questo metodo diventa banale.

La crittografia di Giulio Cesare diventa un poco più complessa se la chiave è formata da due numeri: il primo per le lettere in posizione pari e il secondo per quelle in posizione dispari. La chiave potrebbe anche essere formata da 3, o più, numeri.

Attività proposte

A.2.3.1

Utilizzare la crittografia di Giulio Cesare con chiave unica per codificare nomi di regioni e città italiane.

A.2.3.2

Utilizzare la crittografia di Giulio Cesare con chiave formata da due numeri per codificare nomi di personaggi o eventi storici.

A.2.3.3

Utilizzare la crittografia di Giulio Cesare con chiave formata da tre numeri per codificare nomi propri e comuni studiati in diverse discipline o incontrati nelle attività quotidiane.

Esercizio 2.3.1 (D = 1)

Decodificare le informazioni (stringhe) sotto riportate, scritte utilizzando l'alfabeto internazionale di 26 lettere; per ogni informazione è data la chiave usata per la codifica realizzata col metodo di Giulio Cesare.

1. [e,p,w,h,e,w] con chiave 22
2. [l,w,d,o,l,d] con chiave 3
3. [b,s,w,s,x,s] con chiave 10
4. [i,b,h,t,j,h] con chiave doppia 2219
5. [s,s,d,a,m,b,u,o] con chiave doppia 1214

Soluzione da riportare a pag 50

Esercizio 2.3.1

1	2	3	4	5
italia	italia	rimini	milano	germania
K1=22	K2=3	K3=10	K4'=22 K4''=19	K5' =12 K5''=14

Esercizio 2.3.2 (D = 2)

Decodificare le informazioni (stringhe) sotto riportate; per ogni informazione è data la chiave usata per la codifica realizzata col metodo di Giulio Cesare. (Riportare il risultato come stringa scritta fra apici e senza spazi intermedi).

1. **“`YLYDODSDSSDFROSRPRGRUR`” con chiave 3**
2. **“`PBEEVNZBNTVBPNERNCNYYN`” con chiave 13**
3. **“`CPCHSHWHWWHJVSWVTVKVYV`” con chiave 7**
4. **“`VHKKBTFHTZBHVTKXTITEET`” con chiave 19**

1.	
2.	
3.	
4.	

Osservazione (D = 2)

Con riferimento all’esercizio precedente, come era possibile prevedere che il testo *in chiaro* della prima riga codificata era lo stesso della terza riga, come pure quello della seconda e quarta? Si noti che tutte le righe codificate hanno la stessa lunghezza.

Esercizio 2.3.3 (D = 3)

Decodificare le informazioni (stringhe) sotto riportate; ogni informazione è stata codificata col metodo di Giulio Cesare e scrivere la stringa risultante nello schema sotto riportato.
N.B. Non è conosciuta la chiave: occorre determinarla sapendo che il testo in chiaro deve essere comprensibile, cioè deve essere un testo italiano che abbia senso, *una volta che siano stati introdotti gli spazi per separare le parole e gli eventuali accenti sulle vocali che lo richiedono*.

1. **“`LNTHFWJJRJLQNUONXYZINFWJ`”**
2. **“`DEFOTLCPPXPRWTZOTROZNLCP`”**
3. **“`BDJXVMZZHZBGDJYENOPYDVNZ`”**

1.	
2.	
3.	

2.4 Esercizi sulla codifica dei numeri in diverse basi

Nei computer anche le lettere dell'alfabeto vengono rappresentare da stringhe formate da caratteri dell'alfabeto binario. La rappresentazione standard usata viene detta codifica ASCII: di essa nell'ultima colonna della successiva tabella viene riportata una parte relativa alle lettere maiuscole dell'alfabeto. Nella tabella viene riportata anche (nelle colonne 2, 3, 4 rispettivamente) la trascrizione della codifica binaria eseguita con alfabeto in base 10, 16 e 8; queste codifiche vengono usate perché richiedono meno spazio rispetto a quelle binarie: per esempio la codifica della sigla ABC richiede 6 cifre se codificata in decimale o esadecimale, mentre ne richiede 21 in binario.

Lettera	Base 10	Base 16	Base 8	Base 2
A	65	41	101	1000001
B	66	42	102	1000010
C	67	43	103	1000011
D	68	44	104	1000100
E	69	45	105	1000101
F	70	46	106	1000110
G	71	47	107	1000111
H	72	48	110	1001000
I	73	49	111	1001001
J	74	4A	112	1001010
K	75	4B	113	1001011
L	76	4C	114	1001100
M	77	4D	115	1001101
N	78	4E	116	1001110
O	79	4F	117	1001111
P	80	50	120	1010000
Q	81	51	121	1010001
R	82	52	122	1010010
S	83	53	123	1010011
T	84	54	124	1010100
U	85	55	125	1010101
V	86	56	126	1010110
W	87	57	127	1010111
X	88	58	130	1011000
Y	89	59	131	1011001
Z	90	5A	132	1011010

Attività proposte

A2.4.1

Trascrivere con diverse codifiche (decimale, ottale esadecimale e binaria) nomi e frasi utilizzando la tabella sopra riportata.

Esempi.

ITALIA viene trascritta nel modo seguente
In decimale: 73 84 65 76 73 65
In esadecimale: 49 54 41 4C 49 41
In ottale: 111 124 101 114 111 101
In binario: 1001001 1010100 1000001 1001100 1001001 1000001

Esercizio 2.4.1 D = 1

Riportare in tabella la trascrizione dei seguenti messaggi codificati u-sando la tabella sopra riportata.

A) 66 85 79 78 78 65 84 65 76 69
B) 42 54 4F 4E 56 49 41 47 47 49 4F
C) 111 116 106 117 122 115 101 132 111 117 116 105
D) 1000011 1001111 1001101 1010000 1010101 1010100 1000101 1010010

A	B	C	D
……….	………..	…………	……..

3. Esercizi con tabelle

Sia data la seguente tabella, nella quale sono riportate informazioni sulle lingue parlate e sugli sport praticati da un gruppo di amici

Tabella amici

nome	lingua	sport
Nicola	greco	calcio
Giulio	inglese	basket
Marco	spagnolo	calcio
Mario	portoghese	nuoto
Andrea	francese	scherma

Questa tabella è caratterizzata da:
nome: amici;
colonne: sono tre e contengono nell'ordine nome, lingua e sport dei ragazzi;
righe: sono 5, una per ogni ragazzo;
intestazione: dichiara il contenuto di ciascuna colonna.

Il nome e l'intestazione forniscono la dichiarazione della tabella, cioè la sua struttura; le righe descrivono il contenuto specificato nelle singole colonne.

In informatica esistono diversi metodi per descrivere dichiarazione e contenuto di una tabella; in questo contesto viene illustrato un metodo che si basa sull'utilizzo di una struttura detta <u>termine</u>.
Un esempio di utilizzo di un termine per fornire la dichiarazione della tabella di nome amici sopra vista, è il seguente

amici(<nome>,<lingua>,<sport>).

Il medesimo termine viene poi utilizzato anche per descrivere il contenuto della tabella; il contenuto della tabella precedente può essere così scritto

amici(nicola,greco,calcio).
amici(giulio,inglese,basket).
amici(marco,spagnolo,calcio).
amici(mario,portoghese,nuoto).
amici(andrea,francese,scherma).

L'unica reale differenza fra la rappresentazione standard e quella "informatica" consiste nell'aver usato iniziali minuscole anche per i nomi propri.

Attività proposte.

A3.1.

<u>Descrivere alcune istanze della tabella</u> corrispondente alla seguente dichiarazione
città-italiane(<Città>,<Regione>)
(per esempio facendo riferimento alla propria regione)
Esempio:
città-italiane(rimini, emilia-romagna).
città-italiane(lecce, puglia).
….

A3.2

1. **<u>Analizzare alcune tabelle presenti nei libri di testo</u> e, per ognuna, dopo aver individuato il nome, il contenuto delle colonne utilizzate per descrivere l'oggetto della tabella e il numero di righe, trascrivere la tabella come elenco di termini, utilizzando le regole di formalizzazione sopra descritte.**
2. **Costruire e utilizzare tabelle con informazioni desunte da <u>discipline diverse</u>.**
3. **Costruire tabelle per la <u>tavola pitagorica</u>.**
4. **Costruire una tabella che descrive gli <u>articoli</u> della lingua italiana.**
5. **Costruire tabelle per descrivere le <u>preposizioni articolate</u> della lingua italiana.**

Attività proposte

A3.3.

1) Discutere e definire i tipi di informazione da usare per costruire una tabella per descrivere gli studenti della classe, cioè definire la dichiarazione della tabella.
2) Costruire la tabella per descrivere i ragazzi presenti in classe (utilizzando lo schema definito nell'esercizio precedente), cioè definire il contenuto della tabella.
3) Costruire tabelle per descrivere un semplice (e ridotto) dizionario multilingue (per esempio italiano, inglese, spagnolo, francese e tedesco).

A3.4.

Per sottolineare il ruolo delle tabelle nella soluzione di problemi, è utile proporre problemi che si risolvono consultando le tabelle sopra dichiarate e descritte. Alcuni esempi.

1) Quale preposizione articolata si può costruire con la preposizione semplice in e l'articolo determinativo femminile plurale?
2) Quali fattori sono coinvolti per ottenere il prodotto 56?
3) Quante preposizioni articolate si possono ottenere con le preposizioni semplici in e con e gli articoli maschili singolari?

Esercizio 3.1 (D = 2)

Sono date le dichiarazioni delle seguenti due tabelle
amici1(<nome>,<lingua>,<sport>).
amici2(<nome>,<media voti italiano>,<media voti in matematica>).

I contenuti di queste due tabelle sono i seguenti
amici1(nicola,greco,calcio).
amici1(giulio,inglese,basket).
amici1(marco,spagnolo,calcio).
amici1(mario,portoghese,nuoto).
amici1(andrea,francese,scherma).

amici2(nicola,7,8).
amici2(giulio,8,6).
amici2(marco,6,6).
amici2(mario,7,6).
amici2(andrea,6,7).

Riportare nella tabella le risposte alle seguenti domande

1. **Quale sport pratica il portoghese?**
2. **Come si chiama il giocatore di basket?**
3. **Quanti sono gli amici che giocano a calcio?**
4. **Quale media ha in matematica l'amico che parla portoghese?**
5. **E' vero che il giocatore di basket è più bravo in italiano del nuotatore?**
6. **E' vero che chi studia francese è più bravo in matematica di Nicola?**

1	2	3	4	5	6
nuoto	…….	….	…	…	…

Esercizio 3.2 (D = 2)

Si suppone di poter disporre delle tabelline pitagoriche di tutti gli interi fra 1 e 12 scritte secondo lo schema tradizionale specificato dalla seguente dichiarazione

tab(<primo fattore>,<secondo fattore>,<prodotto>).

Alcuni esempi del contenuto di queste tabelle

tab(1,1,1).
tab(1,2,2).
tab(1,3,3).
……
tab(7,1,7).
tab(7,2,14).
…..
tab(11,12,132).
tab(12,12,144).

Riportare nella tabella dei risultati le risposte alle seguenti domande (la soluzione alla prima domanda è riportata a mo' di esempio).

1. **Quanto vale X1 nella riga tab(4, 5, X1);**
2. **Quanto vale X2 nella riga tab(7, 12, X2);**
3. **Quante righe esistono con il prodotto uguale a 48 ?**
4. **Quante righe esistono con il secondo fattore uguale a 7 ?**
5. **Quante righe esistono con il primo fattore uguale a 7 ?**
6. **Quante volte compare complessivamente il numero 12 ?**

1	2	3	4	5	6
20					

Attività proposte

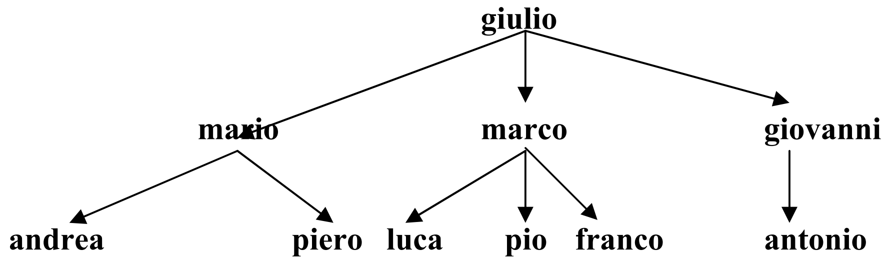
A3.5
In seconda elementare si può introdurre questo argomento utilizzando le tabelline per eseguire la somma di due numeri.

A3.6
Successivamente questo metodo può facilmente essere usato per interpretare le medesime tabelline per calcolare la differenza fra due numeri.

A3.7
Anche la tradizionale tabellina pitagorica può essere quindi usata per calcolare il quoziente (intero) fra due numeri.

4. Esercizi con alberi genealogici

Sia dato il seguente albero genealogico (continuiamo a scrivere i nomi propri con iniziale minuscola).



In informatica, come per le tabelle, esistono diversi metodi per descrivere dichiarazione e contenuto di un albero; in questo contesto viene illustrato un metodo che si basa sull'utilizzo della struttura di termine (formalmente simile al termine usato per rappresentare le tabelle). Per l'albero sopra riportato, la dichiarazione è la seguente

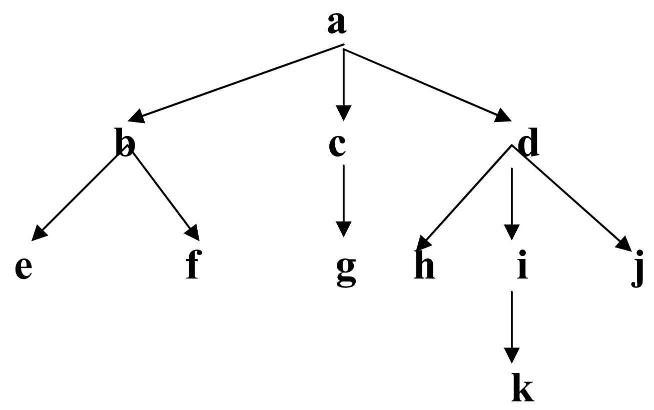
albero(<genitore>,<figlio>)

e il contenuto è il seguente

albero(giulio,mario).
albero(giulio,marco).
albero(giulio,giovanni).
albero(mario,andrea).
albero(mario, piero).
albero(marco,luca).
albero(marco,pio).
albero(marco,franco).
albero(giovanni,antonio).

Esempio 4.1

Il seguente albero



può essere descritto dal seguente elenco di termini
arco(a,b). arco(a,c). arco(a,d).
arco(b,e). arco(b,f).
arco(c,g).
arco(d,h). arco(d,i). arco(d,j).
arco(i,k).

Il nodo a è la radice dell'albero; i nodi e, f, g, h, j, k sono le foglie. Il primo nodo del termine è il genitore e il secondo è il figlio. In questo esempio, i nodi b,c,d sono i figli di a; le foglie (esclusa k) sono i nipoti di a e, rispetto al nodo i, sono i suoi fratelli [h,j] o i suoi cugini, [e,f,g]. Il nodo a, radice dell'albero, è il bisnonno di k.

NB.
Nel descrivere un albero genealogico con un elenco di termini, si fa l'ipotesi che nella elencazione dei figli di un certo "nodo" questi siano messi in ordine di età (partendo dal primogenito). Quindi, nella rappresentazione grafica dell'albero, il primogenito compare come primo nodo a sinistra, seguito sulla stessa riga dai fratelli (se ci sono) via via più giovani (come mostrato nell'Esempio 4.1).

Attività proposte.

A4.1
Disegnare alcuni alberi genealogici studiati nel corso di storia.

A4.2
Si può descrivere un albero genealogico arbitrario utilizzando archi del tipo
arco(<padre>,<figlio>),
e quindi risolvere problemi come di seguito suggerito.

1. **trovare la lista "ordinata" di tutti i nipoti di un nodo assegnato;**
2. **trovare il più vicino antenato comune di due nodi assegnati;**
3. **trovare la lista "ordinata" di tutti i cugini di un nodo assegnato;**
4. **trovare la lista di tutti gli zii di un nodo assegnato.**

Esercizio 4.1 (D = 2)

E' dato un albero con dichiarazione e contenuto seguenti

arco(<genitore>,<figlio>).

arco(a,b).
arco(a,c).
arco(a,d).
arco(b,e).
arco(b,f).
arco(b,g).
arco(c,h).
arco(c,i).
arco(d,j).
arco(d,k).

Disegnare l'albero e rispondere alle seguenti domande, riportando le risposte nella tabella.

1. **Quanti fratelli ha b?**
2. **Quanti cugini ha k?**
3. **Quanti zii ha g?**
4. **Scrivere la lista dei cugini di e.**

1	2	3	4
2	…	…	…..

Esercizio 4.2 (D = 3)

E' dato un albero con dichiarazione e contenuto seguenti

arco(<genitore>,<figlio>).

arco(a,b). **arco(a,c).** **arco(a,d).**
arco(b,e). **arco(b,f).** **arco(b,g).**
arco(c,h). **arco(c,i).**
arco(d,j). **arco(d,k).**
arco(f,m). **arco(f,n).**
arco(h,o).
arco(i,p).
arco(j,q). **arco(j,r).**
arco(k,v).
arco(p,u).

Disegnare l'albero e rispondere alle seguenti domande, riportando le risposte nella tabella.

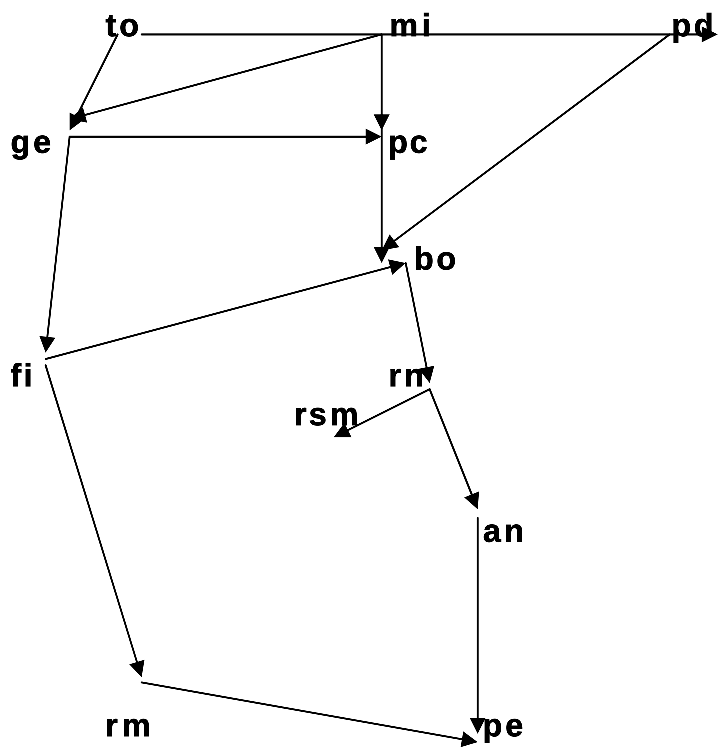
1) **Quanti fratelli ha u?**
2) **Quanti cugini ha d?**
3) **Quanti zii ha v?**
4) **Scrivere la lista dei cugini di n.**
5) **Scrivere la lista dei cugini di v.**
6) **Dire se p e q hanno lo stesso nonno (rispondere si oppure no)**
7) **Trovare il nonno che ha il maggior numero di nipoti**

1	2	3	4	5	6	7
0	…	…	…	…	…	…

5. Esercizi con grafi

Sia dato li seguente grafo stradale in cui i nodi sono etichettati con le targhe automobilistiche delle città

.



In informatica, come per le tabelle e gli alberi, esistono diversi metodi per descrivere dichiarazione e contenuto di un grafo stradale; in questo contesto viene illustrato un metodo che si basa ancora sull'utilizzo della struttura di <u>termine</u>. In questo caso, la <u>dichiarazione</u> dell'arco stradale

arco(<nodo1>,<nodo2>,<lunghezza in Km>)

può fornire anche la lunghezza (approssimata in chilometri) del percorso. Le città sono descritte con la sigla automobilista, compresa rsm per la Repubblica di San Marino. Il <u>contenuto</u> del grafo è descritto nel modo seguente.

arco(to,mi,140).	**arco(mi,pd,180).**	**arco(mi,ge,100.**
arco(to,ge,120).	**arco(ge,pc,170).**	**arco(ge,fi,230).**
arco(pd,bo,150).	**arco(pc,bo,160).**	**arco(bo,fi,90).**
arco(bo,rn,110).	**arco(rn,rsm,20).**	**arco(rn,an,100).**
arco(an,pe,120).	**arco(fi,rm,230).**	**arco(rm,pe,170).**

Attività proposta.

A5.1

Utilizzando la struttura definita dal seguente termine
arco<nodo1>,<nodo2>,(<lunghezza>)
descrivere una parte significativa del reticolo stradale della propria regione e quindi risolvere i seguenti problemi.

1. **trovare la lunghezza minima del percorso tra due nodi assegnati,**
2. **trovare la lunghezza massima (senza passare due volte per un medesimo nodo) del percorso tra due nodi assegnati**
3. **dire quanti percorsi (almeno parzialmente) diversi esistono tra due nodi assegnati**
4. **dire quanti percorsi diversi disgiunti esistono tra due nodi assegnati (due percorsi sono disgiunti se hanno in comune solo il nodo di partenza e quello di arrivo).**
5. **trovare la lunghezza minima del percorso tra due nodi assegnati che passa per un nodo dato; (esempio trovare il percorso autostradale più breve per andare da Milano a Roma, passando per Rimini).**

Esercizio 5.1 (D = 5)

E' dato il grafo corrispondente alla seguente <u>dichiarazione</u>

arco(<nodo1>,<nodo2>,<lunghezza in Km>)
e al seguente <u>contenuto</u>

arco(to,mi,140). **arco(mi,pd,180).** **arco(mi,ge,100.**
arco(to,ge,120). **arco(ge,pc,170).** **arco(ge,fi,230).**
arco(pd,bo,150). **arco(pc,bo,160).** **arco(bo,fi,90).**
arco(bo,rn,110). **arco(rn,rsm,20).** **arco(rn,an,100).**
arco(an,pe,120). **arco(fi,rm,230).** **arco(rm,pe,170).**

Disegnare il grafo e rispondere alle seguenti domande, riportando le risposte nella tabella.

1. **Calcolare la distanza minima fra i nodi rsm e rm.**
2. **Trovare la lista dei nodi, estremi inclusi, del percorso più corto fra ge e an.**
3. **Trovare la lista del percorso più lungo fra i nodi to e rn, che non contenga nodi ripetuti..**
4. **Quanti percorsi disgiunti (cioè senza nodi intermedi comuni) esistono fra rsm e rm?**
5. **Quanti percorsi disgiunti (cioè senza nodi intermedi comuni) esistono fra rn e rm?**

1	2	3	4	5
410	………	……..	…	…

Esercizio 5.2 (D = 5)

E' dato il grafo corrispondente alla seguente dichiarazione
arco(<nodo1>,<nodo2>,<lunghezza in Km>)
con il seguente contenuto (le città sono indicate con le rispettive targhe automobilistiche)

arco(to,mi,140). **arco(mi,pd,180).** **arco(mi,ge,100.**
arco(to,ge,120). **arco(mi,pc,65).** **arco(ge,pc,170).**
arco(ge,fi,230). **arco(pd,bo,150).** **arco(pc,bo,160).**
arco(bo,fi,90). **arco(bo,rn,110).** **arco(rn,rsm,20).**
arco(rn,an,100). **arco(an,pe,120).** **arco(fi,rm,230).**
arco(rm,pe,170).

Il signor Marius Rossiniss vuole fare un viaggio in auto; ha a disposizione 60 euro e sa che dovrà spendere 2 euro per ogni 12 chilometri percorsi (complessivamente per pedaggi e per combustibile).

1. **Qual è la città X1 più lontana che può raggiungere, fra quelle descritte nel grafo, partendo da Roma?**
2. **Qual è la lista delle targhe automobilistiche che descrivono il percorso da Roma a X1?.**
3. **Qual è la città X2 più lontana che può raggiungere, fra quelle descritte nel grafo, partendo da Torino?**
4. **Qual è la lista delle targhe automobilistiche che descrivono il percorso da Torino a X2?**
5. **Qual è la città X3 più lontana che può raggiungere, fra quelle descritte nel grafo, partendo da San Marino (rsm)?**
6. **Qual è la lista delle targhe automobilistiche che descrivono il percorso da San Marino a X3?**

1	2	3	4	5	6
bo	[rm,fi,bo]	…	[………]	…	[……….]

6. Esercizi con alberi AND/OR

Le tabelle possono essere utilizzate per rappresentare formule. Per esempio possono essere raccolte in una tabella con tre colonne tutte le formule incontrate svolgendo il programma di matematica, come illustrato dal seguente esempio.

Formula	**numero 1**	**Calcolo del peso lordo: pl = pn + tara**
Formula	**numero 2**	**Calcolo area rettangolo: area = base x altezza**
Formula	**numero 3**	**Calcolo costo unitario: cu = ct/n**
Formula	**numero 4**	**Calcolo area del cerchio: $a = \pi r2$**

…

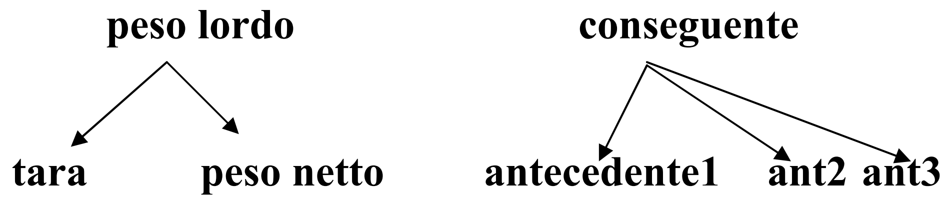
Il termine da usare per rappresentare queste formule può avere la dichiarazione seguente

formula(<numero della formula>,<dati per il calcolo>,<risultato>)

Le formule aritmetiche rappresentano dei legami fra entità; questi legami possono dunque essere descritti anche con termini e con alberi. Il termine

formula(1, [peso netto, tara] , peso lordo)

che può essere usato per descrivere la formula che consente di calcolare il peso lordo utilizzando il peso netto e la tara, può essere rappresentato anche da un albero.



Con questa simbologia, il procedimento per risolvere un problema può essere rappresentato da un albero.

Esempio 6.1

Siano date le seguenti formule

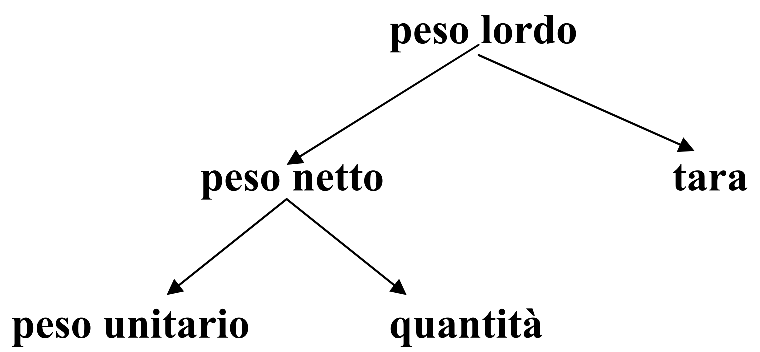
formula(1, [peso netto, tara] , peso lordo)
formula(2, [peso unitario, quantità] , peso netto)
formula(3, [costo unitario, quantità] , costo totale)
formula(4, [somma disponibile, costo totale] , resto)
formula(5, [numero di oggetti, numero di persone] , pro capite)
formula(6, [peso lordo, tara] , peso netto)

Problema.
Una cassetta che, vuota pesa 1 chilo, contiene 24 bottiglie da litri 1.5 di acqua minerale. Supponendo trascurabile il peso a vuoto delle bottiglie, quanto pesa la cassetta piena?

Il procedimento risolutivo prevede l'utilizzo di:
formula(2, [peso unitario, quantità], peso netto).
formula(1, [peso netto, tara], peso lordo).

Questo procedimento può anche essere descritto dalla lista [1, 2] che riporta nell'ordine la sigla delle formule che devono essere utilizzate.

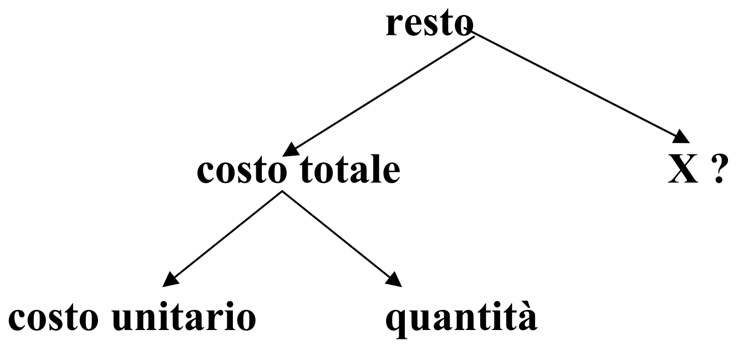
Una maniera alternativa, ritenuta particolarmente utile per trovare il procedimento a partire dal problema, utilizza la descrizione ad albero delle singole formule e del procedimento.



Esercizio 6.1 (D = 1)

formula(1, [peso netto, tara] , peso lordo)
formula(2, [peso unitario, quantità] , peso netto)
formula(3, [costo unitario, quantità] , costo totale)
formula(4, [somma disponibile, costo totale] , resto)
formula(5, [numero di oggetti, numero di persone] , pro capite)
formula(6, [peso lordo, tara] , peso netto)

1. Trovare l'elemento X da inserire nell'albero che descrive il procedimento per calcolare il resto dopo avere fatto una certa spesa.

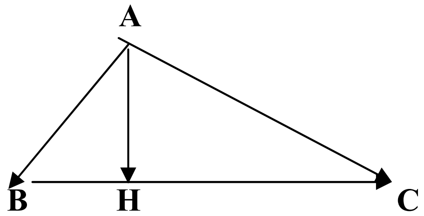


2. Trovare la lista Y che descrive il procedimento descritto dall'albero.
Riportare nella tabella i valori di X e Y.

X	Y
………………	[……]

Esempio 6.2

Tra gli elementi di un triangolo rettangolo



valgono alcune relazioni che vengono ora scritte in modo sintetico sotto forma di regole

1. **conoscendo le misure del primo cateto e del secondo cateto è possibile ricavare la misura dell'ipotenusa;**
2. **conoscendo le misure dell'ipotenusa e dell'altezza, è possibile calcolare l'area;**
3. **conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, è possibile calcolare la misura dell'altezza;**
4. **conoscendo un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa è possibile calcolare l'ipotenusa,**
5. **conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa è possibile calcolare l'ipotenusa.**

In informatica, come per le tabelle, gli alberi e i grafi, esistono diversi metodi per descrivere dichiarazione e contenuto di regole per eseguire calcoli; in questo contesto viene illustrato un metodo che si basa ancora sull'utilizzo della struttura di termine. Osservando che una regola è caratterizzata da:

- **un identificatore (che può essere un numero, una sigla o un nome),**
- **una lista di premesse (i dati che devono essere noti per effettuare i relativi calcoli) e**
- **il conseguente (l'elemento di cui è possibile dedurre il valore facendo i calcoli come descritto dalla regola)**

la dichiarazione della struttura delle regole sopra richiamate può essere descritta dal seguente termine

regola(<identificatore>,<lista delle premesse>,<conseguente>)

Il contenuto, cioè l'insieme delle regole che si vogliono rappresentare, viene qui riportato utilizzando una nomenclatura adatta per questa scrittura (cat1 e cat2 per i due cateti, pr1 e pr2 per le loro proiezioni sull'ipotenusa, ipo per l'ipotenusa e h per l'altezza); le cinque regole sopra viste

1. **conoscendo le misure del primo cateto e del secondo cateto è possibile ricavare la misura dell'ipotenusa;**
2. **conoscendo le misure dell'ipotenusa e dell'altezza, è possibile calcolare l'area;**
3. **conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, è possibile calcolare la misura dell'altezza;**
4. **conoscendo un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa è possibile calcolare l'ipotenusa,**
5. **conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa è possibile calcolare l'ipotenusa.**

possono quindi essere così riscritte:

```
regola(1, [cat1,cat2], ipo).
regola(2, [ipo, h], area).
regola(3, [pr1, pr2],h).
regola(4, [cat1, pr1], ipo).
regola(5, [pr1, pr2], ipo).
```

Esercizio 6.2 (D = 1)

Si suppone di poter usare le seguenti regole

regola(1, [cat1,cat2], ipo). **regola(2, [ipo, h], area).**
regola(3, [pr1, pr2],h). **regola(4, [cat1, pr1], ipo).**
regola(5, [pr1, pr2], ipo). **regola(6, [cat2, pr2], ipo).**
regola(7, [ipo, area], h). **regola(8, [pr1, h],pr2).**
regola(9, [cat1, ipo], pr1). **regola(10, [ipo, pr2], pr1).**

Riportare nella tabella le risposte alle seguenti domande.

1. **Quale regola si deve usare per calcolare l'ipotenusa conoscendo il cateto2 e la sua proiezione sull'ipotenusa?**
2. **Per calcolare l'altezza con la regola 7 cosa si deve conosce oltre l'area?**
3. **Conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa cosa si può ricavare con una delle regole date oltre l'ipotenusa?**
4. **Conoscendo l'altezza e una proiezione di un cateto sull'ipotenusa quale regola si deve applicare per conoscere la proiezione del secondo cateto?**
5. **Conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, qual è il numero minimo di regole che si devono applicare per calcolare l'area ?**

1	2	3	4	5
6	…	…	…	…

Attività proposte

A6.1

Scrivere gli alberi corrispondenti alle più significative formule studiate nel corso di matematica e di scienze.

Per identificare le formule si possono usare, al posto di numeri, sigle mnemoniche; in tal modo diventa più facile associare il termine al problema corrispondente.

A6.2

Scrivere in modo formale come termini frasi condizionali usate per costruire argomentazioni o deduzioni del tipo
Se <predicato1 e predicato2> allora <predicato3>.
Più in generale
Se <lista degli antecedenti> allora <conseguente>

Con questa convenzione, una argomentazione per mostrare che da certe ipotesi si può desumere una certa affermazione ha la medesima struttura di una dimostrazione matematica.

Questa equivalenza formale fra argomentazioni filosofiche, letterarie, giuridiche e dimostrazioni matematiche giustifica l'introduzione della struttura termine

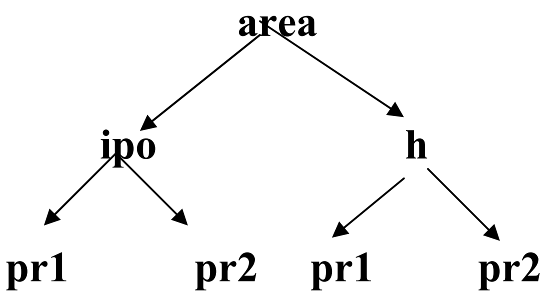
<nome-della-regola>(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

per rappresentare la conoscenza in ogni disciplina (ipotetico deduttiva).

Procedimenti di soluzione descritti come alberi.

Il procedimento per calcolare l'area di un triangolo rettangolo, conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, è rappresentato dalle seguenti tre regole:
regola(5, [pr1, pr2], ipo).
regola(3, [pr1, pr2],h).
regola(2, [ipo, h], area).

Il procedimento per risolvere un problema di geometria sul triangolo rettangolo può anche essere descritto come un elenco di regole; ad esempio, la lista [5, 3, 2] descrive il procedimento sopra riportato per calcolare l'area di un triangolo rettangolo, conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.
Con questa simbologia, il procedimento per calcolare l'area di un triangolo rettangolo di cui si conoscano le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa può essere rappresentato sia con la lista [5,3,2], sia con l'albero seguente.



Esercizio 6.3 (D = 5)

Si suppone di poter usare le seguenti regole

regola(1, [cat1,cat2], ipo).
regola(2, [ipo, h], area).
regola(3, [pr1, pr2],h).
regola(4, [cat1, pr1], ipo).
regola(5, [pr1, pr2], ipo).
regola(6, [cat2, pr2], ipo).
regola(7, [ipo, area], h).
regola(8, [pr1, h],pr2).
regola(9, [cat1, ipo], pr1).
regola(10, [ipo, pr2], pr1).
regola(11, [cat1,pr1], h).
regola(12, [cat2,pr2], h).
regola(13, [pr1, h], cat1).
regola(14, [pr2, h], cat2).
regola(15, [h,pr2], pr1).

rispondere alle seguenti domande riportando le risposte nella tabella.

1. **Qual è la lista delle premesse per calcolare l'area di un triangolo rettangolo con il seguente procedimento [8, 5, 2] ?**
2. **Conoscendo un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa, cosa viene calcolato con il seguente procedimento [11, 4, 2] ?**
3. **Quale regola X si deve usare nel seguente procedimento [11,X,14] per calcolare cat2, conoscendo cat1 e pr1?**
4. **Qual è la lista di due elementi che rappresenta il procedimento per calcolare pr1 conoscendo cat2 e pr2?**
5. **Conoscendo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, quanti metodi diversi esistono per calcolare l'area del triangolo ?**

1……..	2….	3	4….......	5

Appendice
Soluzione degli esercizi proposti.

Esercizio 1.1

1	2	3	4
F	V	F	V

Esercizio 1.2

Y0	Y1	Y2	Y3	Y4
26	0	27	81	1024

Esercizio 1.3

A1	B2	C	D1
A1	B4	C	D2
A2	B3	C	D3
A2	B1	C	D4

Esercizio 1.4

A1	B3	C4
A2	B1	C3
A2	B2	C2
A1	B4	C1

Esercizio 1.5 (D = 1)

1	2	3	4	5	6
C	E	A	F	B	D

Esercizio 2.1.1

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
33	118	3	2	20	6	33	1

Esercizio 2.2.1

N1	N2	N3	N4	N5
0	c	i	dvef	sdfg

Esercizio 2.3.1

1	2	3	4	5
italia	italia	rimini	milano	germania
N = 21	N = 2	N1=2,N2=4	N1=1,N2=2,N3=3	N1=1, N2=1

Esercizio 2.4.1

A	B	C	D
BUONNATALE	BUONVIAGGIO	INFORMAZIONE	COMPUTER

Esercizio 3.1

1	2	3	4	5	6
nuoto	giulio	2	6	si	no

Esercizio 3.2

1	2	3	4	5	6
20	84	4	12	12	30

Esercizio 4.1

1	2	3	4
2	5	2	[h,i,j,k]

Esercizio 4.2

1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	[ ]	[q,r]	no	a

Esercizio 5.1

1	2	3	4	5
410	[ge,fi,bo,an]	[to,mi,pd,bo,pc,ge,fi,rm,an,rn]	1	2

Esercizio 5.2

12	3	4	5	6	
bo	[rm,fi,bo]	fi	[to,ge,fi]	mi	[rsm,rn,bo,pc,mi]

Esercizio 6.1

X	Y
Somma disponibile	[3, 4]

Esercizio 6.2

1	2	3	4	5
6	ipo	h	8	3

Esercizio 6.3

1	2	3	4	5
[pr1, h]	area	8	[12, 15]	3