

## ESERCIZIO 1 (C.) (SISTEMI DI REGOLE)

## PREMESSA

Con il termine

$$\text{regola}(\langle \text{sigla} \rangle, \langle \text{lista antecedenti} \rangle, \langle \text{conseguente} \rangle, \langle \text{peso} \rangle)$$

si può descrivere una *regola* che consente di dedurre o di calcolare il *conseguente* conoscendo i valori di tutti gli elementi contenuti nella *lista degli antecedenti*; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla e ha un *peso*, che dà l'idea di quanto sia oneroso applicarla. Per esempio, dato il seguente insieme di regole:

$$\text{regola}(1, [c1, c2], i, 12)$$

$$\text{regola}(2, [i, h], a, 3)$$

$$\text{regola}(3, [h, p1], c1, 2)$$

$$\text{regola}(4, [h, p2], c2, 7)$$

$$\text{regola}(5, [c1, c2], a, 4)$$

$$\text{regola}(6, [p1, p2], h, 3)$$

$$\text{regola}(7, [p1, p2], i, 2)$$

$$\text{regola}(8, [c1, i], c2, 8)$$

$$\text{regola}(9, [i, a], h, 6)$$

si osserva che, conoscendo i valori degli elementi contenuti nella lista  $[p1, p2]$ , è possibile calcolare (direttamente) **h** con la regola 6; ma conoscendo  $[p1, p2]$  è anche possibile calcolare **c1** applicando prima la regola 6 (per calcolare **h**) e poi la regola 3 (conoscendo ora  $[h, p1]$ ). Si può quindi dire che la lista  $[6, 3]$  rappresenta un procedimento per calcolare **c1** da  $[p1, p2]$ ; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate. Per esempio, la lista  $[6, 3, 4, 5]$  rappresenta un procedimento per calcolare **a** da  $[p1, p2]$ . Sommando i pesi delle regole applicate è possibile ottenere una *valutazione* del procedimento; pertanto, si può affermare che il procedimento  $[6, 3, 4, 5]$  per calcolare **a** da  $[p1, p2]$  ha valutazione 16. La lista  $[1, X, Y]$  descrive il procedimento per calcolare **h** conoscendo i valori di **c1** e **c2**, se si sostituisce 5 a X e 9 a Y.

## PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è “re” invece di “regola”):

$$\text{re}(1, [e, f], h, 3)$$

$$\text{re}(2, [f, h], d, 5)$$

$$\text{re}(3, [c, d], a, 7)$$

$$\text{re}(4, [d, g, k], b, 2)$$

$$\text{re}(5, [e, f], c, 7)$$

$$\text{re}(6, [f, h], g, 4)$$

$$\text{re}(7, [d, g], a, 1)$$

$$\text{re}(8, [f, e], d, 6)$$

Assegnata la lista  $[X, 8, Y]$  trovare i valori da sostituire a X e Y affinché questa lista rappresenti il procedimento per calcolare **a**, conoscendo i valori degli elementi della lista  $[e, f]$ ; X è la sigla della prima regola che deve essere applicata. Calcolare la valutazione Q del procedimento.

X	\$\$\$01
Y	\$\$\$02
Q	\$\$\$03

## SOLUZIONE

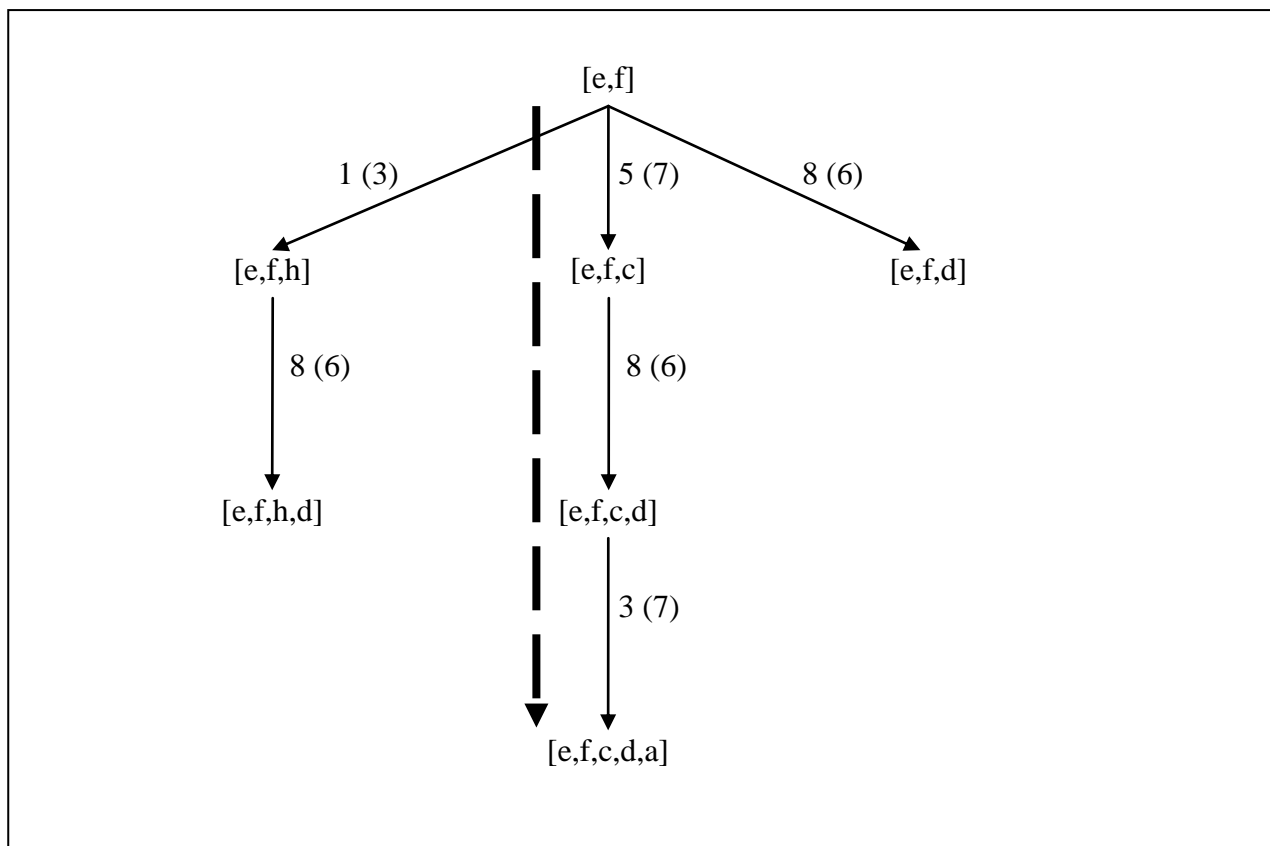
X	5
Y	3
Q	20

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il problema richiede di assegnare valori a X e Y in modo che  $[X, 8, Y]$  rappresenti un procedimento per calcolare **a**, cioè richiede di trovare un procedimento di tre passi, il cui secondo passo consista nell'applicare la regola 8.

Si osservi la figura seguente che mostra (parzialmente) un *albero delle deduzioni*: ogni nodo è la lista degli elementi noti (a quel passo) e ogni freccia rappresenta una regola che si può applicare, per ottenere una lista con più elementi. Partendo dalla radice, cioè dai dati  $[e, f]$  si possono applicare tre regole: 1, 5, 8, ottenendo rispettivamente  $[e, f, h]$ ,  $[e, f, c]$ ,  $[e, f, d]$ . Nei primi due casi si può successivamente applicare la regola 8, come richiesto dal problema (nell'ultimo caso sarebbe inutile): si ottengono rispettivamente  $[e, f, h, d]$ ,  $[e, f, c, d]$ . Solo dal ramo centrale l'applicazione di una sola regola (la regola 3) permette di dedurre **a**. Quindi le regole da applicare sono (nell'ordine)  $[5, 8, 3]$ ; si calco-

la facilmente la valutazione (pari a 20) di tale procedimento. (Si noti che i rami laterali della figura potrebbero continuare, ma non sarebbero mai una soluzione perché o non bastano tre regole per ottenere a oppure la seconda regola da applicare non è la 8.)



N.B. Il metodo esposto in figura, che si dice *forward* (o *bottom up*), consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; viene tipicamente impiegato nel "contesto della giustificazione": quando cioè si voglia *esporre* (o dimostrare) ad altri (o a se stessi) un risultato. In realtà, per *trovare* un procedimento di soluzione in generale si utilizza il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati), il problema si risolve con una regola (vedi primo esempio descritto nella premessa); altrimenti la ricerca continua per trovare (tutte) le regole che consentono di derivare l'antecedente o gli antecedenti non noti (vedi secondo esempio nella premessa).

Si osservi ora la figura seguente, che mostra tre *alberi backward* per il problema in esame.

L'incognita **a** si può ottenere da due regole: la 3 o la 7. Per applicare la regola 3 occorre conoscere *sia c sia d*; per ottenere questi elementi si possono quindi applicare le regole 5 e 8, le cui premesse sono i dati noti (albero a sinistra).

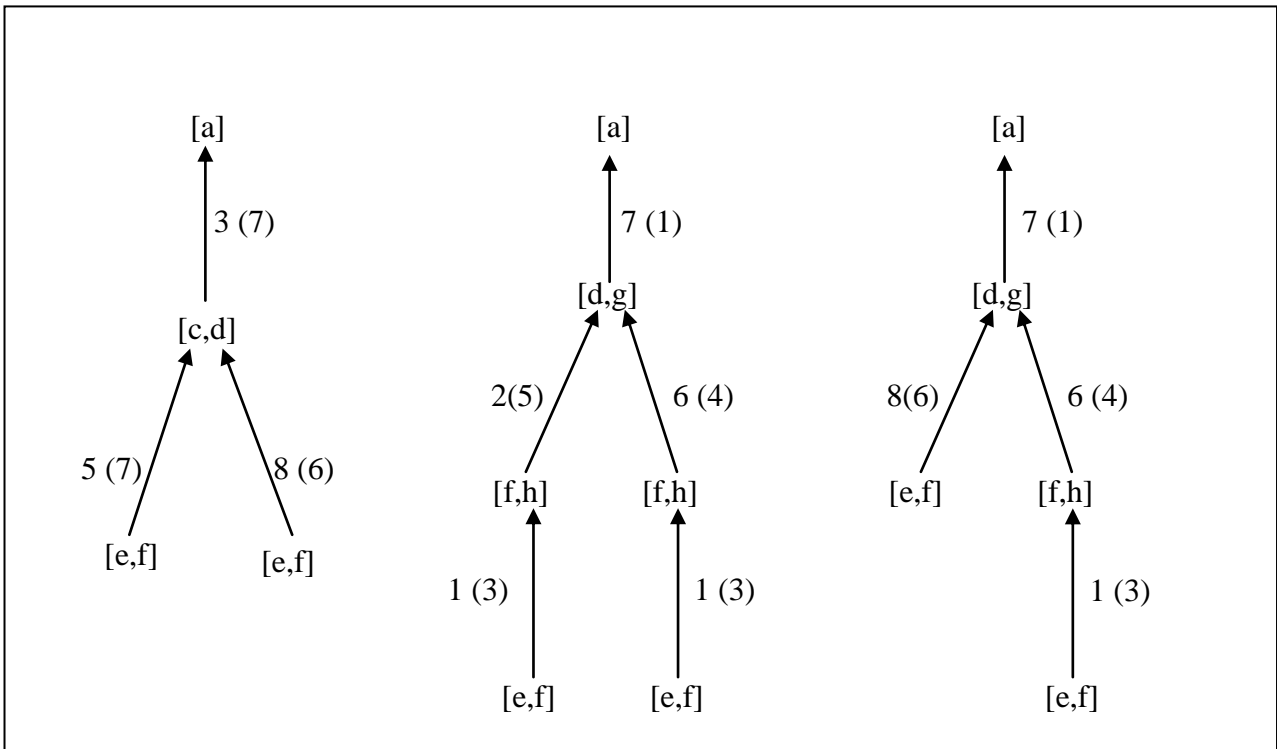
Per ottenere **a** applicando la regola 7 occorre conoscere *sia d sia g*; **d** si può ottenere direttamente con la regola 8 (che parte dai dati); per ottenere **g** si può usare la regola 6, che richiede **f** (dato) e **h**; quest'ultimo si deduce direttamente dai dati con la regola 1 (albero a destra).

Un ulteriore modo per ottenere la soluzione è illustrato dall'albero centrale.

Un albero *backward* termina con tutte foglie che sono i dati; naturalmente i procedimenti di soluzione vanno letti dalle foglie verso la radice, elencando i rami (cioè le regole) *senza ripetizioni* e in *tutti* i modi logicamente possibili. Nell'esempio in figura i procedimenti (e la loro valutazione) sono:

PROCEDIMENTO	VALUTAZIONE	FIGURA
1. [5,8,3]	20	albero a sinistra
2. [8,5,3]	20	albero a sinistra
3. [8,1,6,7]	14	albero a destra
4. [1,6,8,7]	14	albero a destra
5. [1,2,6,7]	13	albero centrale
6. [1,6,2,7]	13	albero centrale

Tra questi il primo è soluzione del problema. Si noti che, in un procedimento, ogni regola compare una sola volta (per esempio la regola 1 nei procedimenti 5. e 6.).



ESERCIZIO 2 (C., T.) (CACCIA AL TESORO)

PREMESSA

Un campo di gara per robot ha la forma di un foglio a quadretti o celle; le celle possono contenere ostacoli che impediscono al robot di attraversarle, oppure dei premi; una cella contiene un tesoro.

					■	2		🏆
		■					■	
		9	1	■		■		4
		👤	7					■

Con riferimento alla figura, il robot (indicato con una sagoma umana) si trova nella cella individuata dalle coordinate (3,2), terza colonna da sinistra e seconda riga dal basso. Il tesoro, rappresentato da una coppa, è nella cella (9,5); il campo contiene 6 ostacoli, individuati da un quadrato nero. I premi sono descritti da 3 numeri: i primi due individuano la cella e il terzo rappresenta il bonus; in questo esempio i premi sono i seguenti: (4,2,7), (3,3,9), (4,3,1), (9,3,4), (7,5,2). Il robot può spostarsi di una cella verso destra o verso l'alto, cioè ad ogni passo solo una delle sue coordinate può aumentare di una unità. In questo esempio, il robot può raggiungere il tesoro (solo) attraverso 4 percorsi L1, L2, L3, L4 individuati dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate:

- 1) L1 = [(3,2),(3,3),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 12,
- 2) L2 = [(3,2),(4,2),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 10,
- 3) L3 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(6,3),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 9,
- 4) L4 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2),(8,2),(8,3),(9,3),(9,4),(9,5)], premi raccolti 11.

Per decretare il migliore, ad ogni percorso viene assegnato un punteggio dato dalla somma dei premi raccogliabili su quel percorso; la graduatoria dei percorsi è quindi la seguente: L1, L4, L2, L3.

PROBLEMA

La partenza è nella cella (1,1) e il tesoro si trova nella cella (6,6); i premi sono i seguenti:  
(2,3,10), (3,2,5), (3,5,8), (4,1,13), (5,5,10);

gli ostacoli si trovano in:

- (2,2), (2,4), (4,3), (4,4), (4,6), (5,1), (6,5).

Trovare il numero N dei percorsi possibili, il punteggio massimo PM e il punteggio minimo Pm.

N	\$\$\$01
PM	\$\$\$02
Pm	\$\$\$03

SOLUZIONE

N	5
PM	28
Pm	15

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I percorsi possibili sono 5 come si vede dalla figura seguente:

- [(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(5,6),(6,6)], premi raccolti 18,  
 [(1,1),(1,2),(1,3),(2,3),(3,3),(3,4),(3,5),(4,5),(5,5),(5,6),(6,6)], premi raccolti 28,  
 [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(4,2),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,6)], premi raccolti 15,

[(1,1),(2,1),(3,1),(4,1),(4,2),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,6)], premi raccolti 23,  
 [(1,1),(2,1),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(4,5),(5,5),(5,6),(6,6)], premi raccolti 23.

			■		🏆
		8		10	■
	■		■		
	10		■		
	■	5			
👤			13	■	

## ESERCIZIO 3 (T.) (COMPRESIONE DI UN TESTO IN ITALIANO)

## PROBLEMA

L'argomento del seguente brano è (molto probabilmente) sconosciuto a chi svolge l'esercizio: utilizzando quindi solo le comuni nozioni di grammatica e cercando la "coerenza" generale del discorso, sostituire alle variabili i vocaboli scelti dall'elenco proposto.

Weierstrass fu il primo ad X1 una teoria dei limiti assolutamente X2 e metafisicamente incontaminata. Dato che si tratta di una cosa X3, alla base del modo in cui oggi viene quasi sempre insegnato il calcolo nelle X4, osserviamo quantomeno en passant che la definizione di limite di Weierstrass sostituisce vecchie X5 in linguaggio naturale con l'epsilon e il delta minuscoli e il valore assoluto.

Elenco dei vocaboli che possono essere sostituiti alle variabili.

- A. inviare
- B. labile
- C. inutile
- D. erigere
- E. rigorosa
- F. elaborare
- G. piazze
- H. arguire
- I. dicerie
- J. importante
- K. fumosa
- L. illusioni
- M. verde
- N. strade
- O. scuole
- P. osterie
- Q. espressioni
- R. verbali
- S. esportare
- T. dicerie

Nella seguente tabella associare alle variabili la lettera maiuscola che individua il vocabolo prescelto.

X1	\$\$\$01
X2	\$\$\$02
X3	\$\$\$03
X4	\$\$\$04
X5	\$\$\$05

## SOLUZIONE

X1	F
X2	E
X3	J
X4	O
X5	Q

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Nella seguente tabella, in corrispondenza di ogni variabile, è riportata la forma grammaticale presumibile del vocabolo mancante, insieme con i vocaboli di quella forma. In corsivo è indicato il vocabolo da associare alla variabile per dare senso al testo.

		FORMA GRAMMATICALE	CANDIDATI POSSIBILI ALLA SOSTITUZIONE
X1	F	verbo all'infinito	erigere, <i>elaborare</i> , arguire, esportare
X2	E	aggettivo femm. sing.	labile, inutile, <i>rigorosa</i> , importante, fumosa, verde
X3	J	aggettivo femm. sing.	labile, inutile, rigorosa, <i>importante</i> , fumosa, verde
X4	O	sostantivo femm. plur.	piazze, strade, <i>scuole</i> , osterie, espressioni, dicerie
X5	Q	sostantivo femm. plur.	piazze, strade, scuole, osterie, <i>espressioni</i> , dicerie

## ESERCIZIO 4 (C., T.) (DATABASE)

## PREMESSA

Per gestire gli articoli in vendita presso un grande magazzino vengono utilizzate quattro tabelle il cui contenuto è descritto dai quattro termini seguenti:

tab1(<sigla dell'articolo>,<disponibilità all'apertura>,<prezzo di vendita>)

tab2(<sigla dell'articolo>,<sigla del fornitore>,<prezzo di acquisto>)

tab3(<sigla dell'articolo>,<tipo merceologico>, <reparto>)

tab4(<sigla dell'articolo>,<disponibilità alla chiusura>)

A fine giornata, la situazione di queste tabelle è la seguente:

tab1(a21,120,23)	tab1(a22,110,35)	tab1(a23,240,39)	tab1(a24,230,50).
tab1(a25,175,22)	tab1(a26,220,30)	tab1(a27,200,25)	tab1(a28,240,30)
tab1(a29,230,45)	tab1(a30,225,34).		
tab2(a21,f01,15)	tab2(a22,f06,15)	tab2(a23,f09,25)	tab2(a24,f02,35)
tab2(a25,f04,15)	tab2(a26,f01,13)	tab2(a27,f06,15)	tab2(a28,f09,10)
tab2(a29,f02,22)	tab2(a30,f04,25).		
tab3(a21,a,10)	tab3(a22, a,6)	tab3(a23, b,5)	tab3(a24, b,7)
tab3(a25, c,9)	tab3(a26,b,6)	tab3(a27, a,10)	tab3(a28, c,5)
tab3(a29, c,9)	tab3(a30, a,7).		
tab4(a21,60)	tab4(a22,60)	tab4(a23,100)	tab4(a24,80)
tab4(a25,90)	tab4(a26,60)	tab4(a27,60)	tab4(a28,100)
tab4(a29,80)	tab4(a30,90).		

Da queste tabelle si ricavano, per esempio, le seguenti informazioni: l'articolo a21 appartiene al tipo merceologico a, proviene dal fornitore f01, ne sono stati venduti 60 esemplari con un guadagno di 600 euro.

## PROBLEMA

Trovare:

- la lista L1 dei fornitori degli articoli di tipo merceologico b,
- la lista L2 degli articoli provenienti dal fornitore f01,
- la lista L3 degli articoli venduti a un prezzo maggiore del doppio rispetto a quello di acquisto.

NB. Gli elementi di una lista vanno riportati in ordine alfabetico crescente; per esempio:

a21<a22<a23,...; f01<f02<f03<f04<...

L1	\$\$\$01
L2	\$\$\$02
L3	\$\$\$03

## SOLUZIONE

L1	[f01,f02,f09]
L2	[a21,a26]
L3	[a22,a26,a28,a29]

Fornitori degli articoli di tipo merceologico b:      ?- pe1(b,L).      L = [f09, f02, f01].



Articoli provenienti dal fornitore f01:  $7 \text{ ?- } pe2(f01,L)$ .  $L = [a21, a26]$ .  
Articoli venduti a un prezzo maggiore del doppio rispetto a quello di acquisto:  
 $8 \text{ ?- } pe3(L)$ .  $L = [a22, a26, a28, a29]$ .

## ESERCIZIO 5 (C.) (PSEUDOPROGRAMMI)

## PREMESSA

Vedere la nota tecnica sul sito.

## PROBLEMA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Compresa la sequenza dei calcoli descritti nell'esempio che segue, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di *input* sotto riportati e trovare il valore di *output* per le variabili K, W e Z.

```

procedura PROVA;
input A, B, C;
if A > B
    then K ← A - B;
    else K ← B - A;
endif;
if B > C
    then W ← B - C;
    else W ← C - B;
endif;
Z ← K × W;
output K, W, Z;
endprocedura;

```

I valori in *input* sono:

7 per A;  
5 per B;  
9 per C.

K	\$\$\$01
W	\$\$\$02
Z	\$\$\$03

## SOLUZIONE

K	2
W	4
Z	8

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dopo il primo if, K ha come valore la differenza tra il più grande e il più piccolo tra A e B, cioè  $7 - 5 = 2$ .

Dopo il secondo if, W ha come valore la differenza tra il più grande e il più piccolo tra B e C, cioè  $9 - 5 = 4$ .

Quindi Z, alla fine della procedura, ha come valore 8.

## ESERCIZIO 6 (C.) (TAVOLA CIRCOLARE)

## PREMESSA

Alcuni ragazzi, indicati con le prime lettere dell'alfabeto A, B, C, D, E, F organizzano riunioni seduti attorno a un tavolo rotondo; nella prima riunione A è seduto nel posto numero 1, B nel 2, C nel 3 e così di seguito ordinatamente; quindi, in questa prima riunione, A è seduto fra B e F. Per le riunioni successive, i ragazzi decidono di cambiarsi di posto usando la regola descritta dalle coppie presenti in questa lista:

$$[(1,4),(2,5),(3,6),(4,2),(5,1),(6,3)]$$

Chi in una riunione occupa il posto indicato dal primo numero della coppia, nella seduta successiva andrà nel posto corrispondente al secondo numero della coppia. Esempio: A che nella prima riunione è al posto 1, nella seconda andrà nel posto 4. Le posizioni successive di C sono indicate dalla seguente sequenza: 3, 6, 3, 6, 3, 6 e così via; e le posizioni successive di B sono: 2, 5, 1, 4, 2 e così via.

## PROBLEMA

Se i ragazzi sono 7 (A, B, C, D, E, F, G) e la regola per il cambiamento del posto è descritta dalla seguente lista:

$$[(1,5),(2,4),(3,7),(4,1),(5,3),(6,2),(7,6)];$$

trovare le posizioni L2 e L3 occupate dai ragazzi nella *sesta* seduta e nella *ottava* seduta; in L1 è riportata a mo' di esempio la posizione occupata nella seconda seduta.

	L1	L2	L3
A	5	\$\$\$01	\$\$\$08
B	4	\$\$\$02	\$\$\$09
C	7	\$\$\$03	\$\$\$10
D	1	\$\$\$04	\$\$\$11
E	3	\$\$\$05	\$\$\$12
F	2	\$\$\$06	\$\$\$13
G	6	\$\$\$07	\$\$\$14

## SOLUZIONE

	A	B	C	D	E	F	G
L1	5	4	7	1	3	2	6
L2	2	7	1	6	4	3	5
L3	1	2	3	4	5	6	7

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Elenco degli spostamenti dalla prima all'ottava seduta:

1 da [ (a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4), (e, 5), (f, 6), (g, 7) ]

a [ (a, 5), (b, 4), (c, 7), (d, 1), (e, 3), (f, 2), (g, 6) ]

2 da [ (a, 5), (b, 4), (c, 7), (d, 1), (e, 3), (f, 2), (g, 6) ]

a [ (a, 3), (b, 1), (c, 6), (d, 5), (e, 7), (f, 4), (g, 2) ]

.....

5 da [ (a, 6), (b, 3), (c, 4), (d, 7), (e, 2), (f, 5), (g, 1) ]

a [ (a, 2), (b, 7), (c, 1), (d, 6), (e, 4), (f, 3), (g, 5) ]

6 da [ (a, 2), (b, 7), (c, 1), (d, 6), (e, 4), (f, 3), (g, 5) ]

a [ (a, 4), (b, 6), (c, 5), (d, 2), (e, 1), (f, 7), (g, 3) ]

7 da [ (a, 4), (b, 6), (c, 5), (d, 2), (e, 1), (f, 7), (g, 3) ]

- a [(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4), (e, 5), (f, 6), (g, 7)]  
 8 da [(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4), (e, 5), (f, 6), (g, 7)]  
 a [(a, 5), (b, 4), (c, 7), (d, 1), (e, 3), (f, 2), (g, 6)]

## ESERCIZIO 7 (C., T.) (SEPARATORE OTTIMALE)

## PREMESSA

Siano date due liste di numeri *pari*: Lm, detta *lista dei minori*, e LM detta *lista dei maggiori*. Per meglio illustrare l'argomento, nell'esempio che segue i numeri sono disposti in ordine non decrescente:

$$Lm = [12, 12, 14, 18, 22, 24],$$

$$LM = [16, 20, 26, 28, 28, 30, 30, 30, 32].$$

Un *separatore* per queste due liste è un numero *dispari* che sia *maggiore* di tutti i numeri della lista Lm e *minore* di tutti quelli della lista LM. Quando, però, alcuni numeri della prima lista sono maggiori di alcuni numeri della seconda (come nell'esempio), il separatore non esiste, ma si può parlare di *separatore approssimato*; questo è un qualunque numero dispari S a cui si può associare un errore dato dal numero di elementi di Lm maggiori di S più il numero di elementi di LM minori di S. Con riferimento alle due liste sopra viste, nella tabella seguente sono riportati alcuni esempi di separatori approssimati e dei rispettivi errori.

Separatore approssimato	17	19	21	23	<b>25</b>	27	29
Errore	4	3	4	3	<b>2</b>	3	5

Si dice *separatore ottimale* il numero dispari cui corrisponde l'errore minimo. In questo caso il separatore ottimale è il numero 25 (in grassetto).

N.B. I separatori sono indipendenti dall'ordine degli elementi nelle liste e quello ottimale può non essere unico.

## PROBLEMA

Date le seguenti coppie di liste

$$Lm = [22, 38, 2, 40, 4, 20, 22, 4, 36, 4] \text{ e}$$

$$LM = [22, 36, 32, 62, 38, 72, 44, 46, 38, 62]$$

trovare gli errori E1, E2, E3, E4 associati rispettivamente ai seguenti separatori approssimati: 19, 23, 27 e 33

E1	\$\$\$01
E2	\$\$\$02
E3	\$\$\$03
E4	\$\$\$04

## SOLUZIONE

E1	6
E2	4
E3	4
E4	5

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

[22, 38, 2, 40, 4, 20, 22, 4, 36, 4] ordinata diventa [2, 4, 4, 4, 20, 22, 22, 36, 38, 40]  
 [22, 36, 32, 62, 38, 72, 44, 46, 38, 62] ordinata diventa [22, 32, 36, 38, 38, 44, 46, 62, 62, 72]

Gli errori sono:

E4:  $s(33, 5)$ ; E3:  $s(27, 4)$ ; E2:  $s(23, 4)$ ; E1:  $s(19, 6)$ .

## ESERCIZIO 8 (C., T.) (PROJECT MANAGEMENT)

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	1
A2	1	3
A3	1	2
A4	2	3
A5	6	1
A6	3	1
A7	4	1

Le priorità fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo le priorità sono:

(A1,A2), (A1,A3), (A2,A5), (A3,A4), (A4,A7), (A5,A6), (A6,A7).

Trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre: trovare il numero X1 del giorno in cui lavora il maggior numero MM di ragazzi e il numero X2 del giorno in cui lavorano 3 ragazzi.

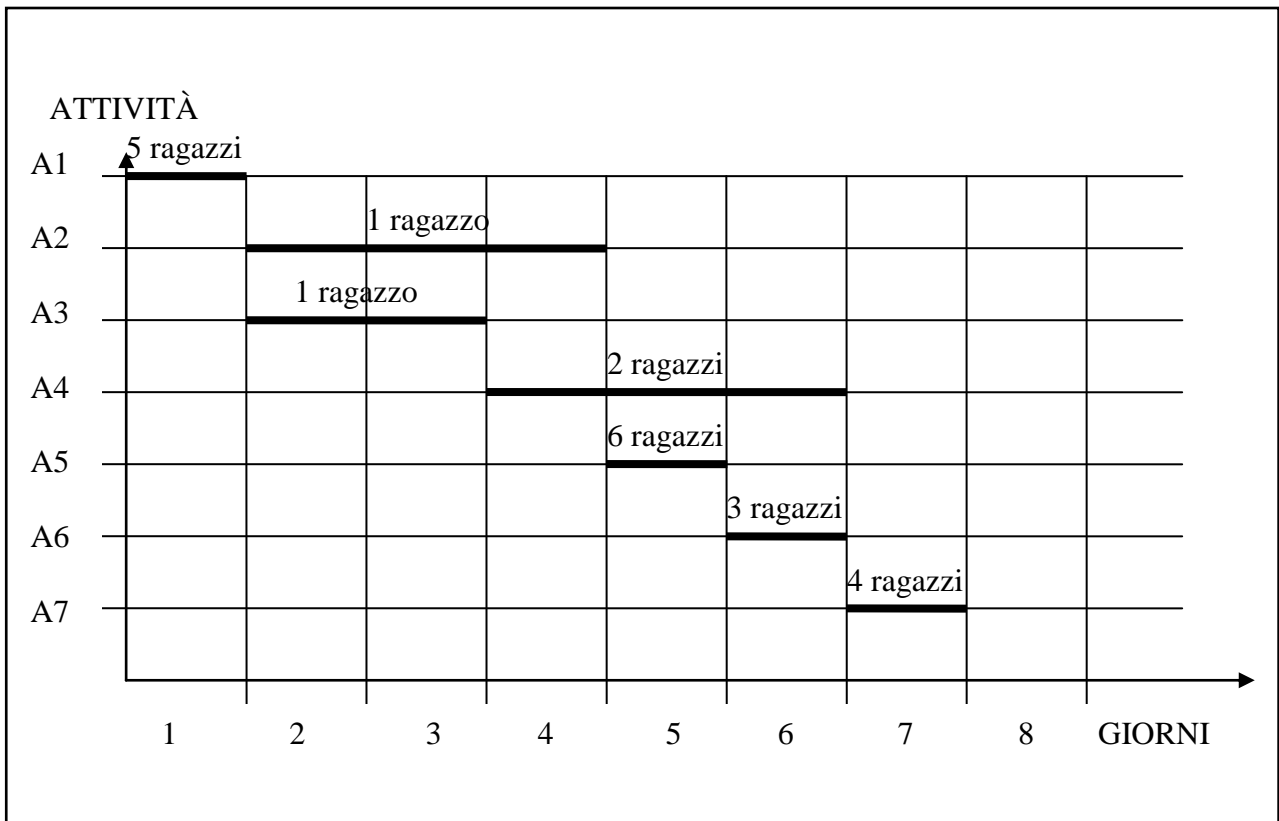
N	\$\$\$01
X1	\$\$\$02
MM	\$\$\$03
X2	\$\$\$04

## SOLUZIONE

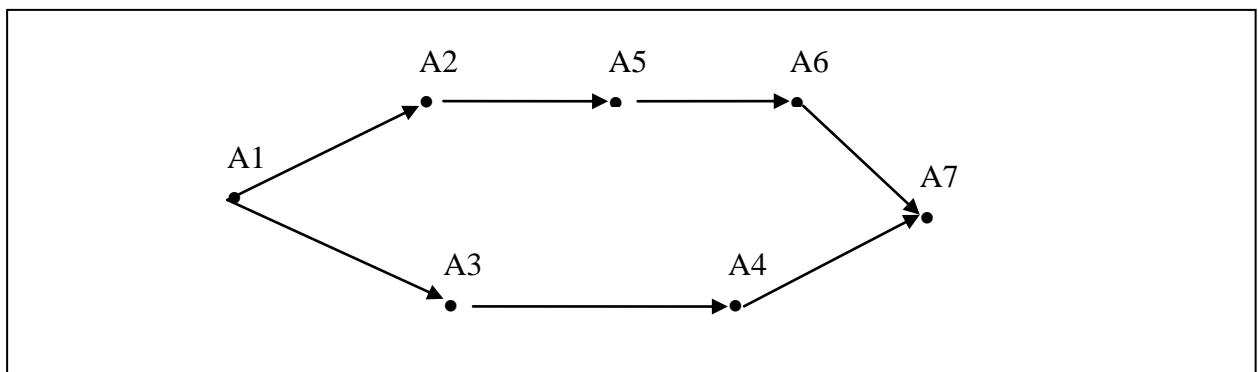
N	7
X1	5
MM	8
X2	4

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Con le informazioni del problema si può costruire un grafico, detto *diagramma di Gantt*, che posiziona le attività nel tempo, avendo cura che una attività inizi solo quando le precedenti sono terminate. Dal diagramma di Gantt si deducono facilmente le risposte ai quesiti.



N.B. Prima del diagramma di Gantt è bene *sempre* costruire il *diagramma delle precedenze*, che evidenzia graficamente la relazione di priorità tra le attività. Ogni coppia è rappresentata nel diagramma da una freccia e ogni attività da un punto.

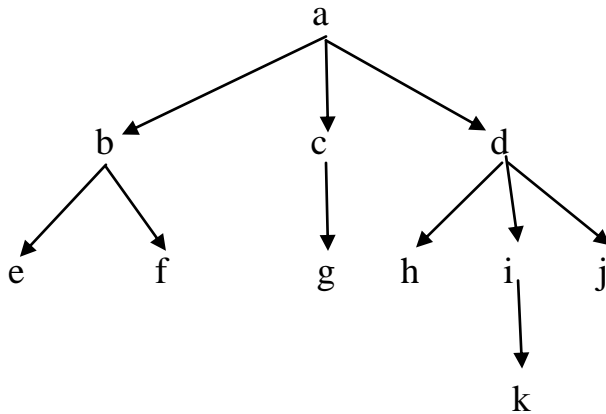


Si può così controllare nel diagramma di Gantt che, per esempio, le attività A1, A2, A5, A6, A7 costituiscono una *catena*, cioè sono successive e ognuna inizia quando la precedente è terminata; così pure le attività A1, A3, A4, A7.

ESERCIZIO 9 (ALBERI GENEALOGICI)

PREMESSA

La seguente figura rappresenta un albero genealogico;



esso contiene i *nodi* a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k. Gli alberi possono essere descritti con un insieme di termini del tipo:

$$a(\langle \text{genitore} \rangle, \langle \text{figlio} \rangle)$$

in tal modo, l'albero sopra riportato è descritto dal seguente insieme di termini:

- a(a,b).      a(a,c).      a(a,d).      a(b,e).      a(b,f).      a(c,g).      a(d,h).  
 a(d,i).      a(d,j).      a(i,k).

Si ricordino i gradi di parentela: gli zii sono i fratelli del genitore, i cugini sono i figli degli zii, il nonno è il padre del padre, ecc. Pertanto, in questo albero ci sono due nonni, il nodo a è nonno di 6 nipoti, il nodo d è nonno di un nipote, k ha 2 zii, h ha 2 fratelli e 3 cugini. Il nodo a, che non ha genitore, si dice radice dell'albero; i nodi di questa lista [e,f,g,h,j,k] non hanno figli e si dicono foglie dell'albero.

PROBLEMA

Disegnare l'albero genealogico descritto dai seguenti termini e rispondere ai quesiti sotto riportati.

- a(a,h)      a(a,g)      a(a,b)      a(h,f)      a(h,i)  
 a(h,s)      a(g,n)      a(g,o)      a(b,c)      a(b,d)  
 a(b,e)      a(b,m)      a(o,r)      a(o,q)      a(q,p).

- Trovare la lista L1 delle foglie dell'albero, scritte in ordine alfabetico.  
 Trovare la lista L2 dei cugini di e, riportati in ordine alfabetico.  
 Trovare la lista L3 degli zii di n, riportati in ordine alfabetico.  
 Trovare la lista L4 dei nodi che sono nonni, scritti in ordine alfabetico.

L1	[\$\$\$01]
L2	[\$\$\$02]
L3	[\$\$\$03]
L4	[\$\$\$04]

SOLUZIONE

L1	[c,d,e,f,i,m,n,p,r,s]
L2	[f,i,n,o,s]
L3	[b,h]
L4	[a,g,o]



**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Dal disegno richiesto e dalle definizioni di foglie, cugini, zii e nonni si ottengono facilmente le risposte.

## ESERCIZIO 10 (C., T.) (SUCCESIONI MONOTONE)

## PREMESSA

Allineati sul bordo di un lungo sentiero rettilineo si trovano dei recipienti cilindrici, aventi tutti la medesima altezza ma diametro diverso. Camminando lungo il sentiero è possibile raccogliere alcuni di questi recipienti, col vincolo che è possibile raccoglierne uno solo se o è il primo raccolto o ha un diametro minore di quello raccolto in precedenza; i recipienti devono infatti essere via via posti uno nell'altro, quindi la sequenza delle misure dei diametri dei recipienti via via raccolti deve essere decrescente. Se, per esempio, la lista dei diametri dei recipienti disposti lungo il sentiero è la seguente

$$[5,4,1,5,9,8,6,2,5,3,2,4,1]$$

alcune possibilità di raccolta consentite dal vincolo imposto sono descritte dalle seguenti liste

- 1) [5,4,1]
- 2) [5,4,3,2,1]
- 3) [9,8,6,5,3,2,1]

In questo esempio, la soluzione 3) è quella che consente di raccogliere il massimo numero di recipienti.

## PROBLEMA

Data la seguente distribuzione dei diametri dei recipienti disposti lungo il sentiero:

$$[1, 19, 17, 17, 15, 16, 16, 2, 17, 12, 11, 14, 21, 7, 17]$$

trovare il massimo numero  $N$  di recipienti che si possono raccogliere (col vincolo che la sequenza dei relativi diametri deve essere decrescente).

N	\$\$\$01
---	----------

## SOLUZIONE

N	6
---	---

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Data la distribuzione: [1, 19, 17, 17, 15, 16, 16, 2, 17, 12, 11, 14, 21, 7, 17]

occorre determinare, per ogni elemento della lista, quanti sono quelli che si possono raccogliere a partire da quell'elemento. Si ottiene la lista seguente, da cui è facile rispondere al quesito.

$$[(1, 1), (19, 6), (17, 5), (17, 5), (15, 4), (16, 4), (16, 4), (2, 1), (17, 4), (12, 3), (11, 2), (14, 2), (21, 2), (7, 1), (17, 1), (0, 0)]$$

## ESERCIZIO 11 (CASTORO)

The currency unit of the Bebras country is "BEBRA", and there are six kinds of banknotes:

"1 BEBRA", "2 BEBRAs", "4 BEBRAs", "8 BEBRAs", "16 BEBRAs" and "32 BEBRAs".

In order to pay 50 BEBRAs for your shopping without change, how many notes N are needed at least?

N	\$\$\$01
---	----------

## SOLUZIONE

N	3
---	---

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

3 (notes). The banknotes correspond to each digit of the binary number.

$$(50)_{10} = (110010)_2$$

Therefore, 50 BEBRAs consist of one 32 BEBRAs, one 16 BEBRAs and one 2 BEBRAs note.

ESERCIZIO 12 (CASTORO)

The Bebras Airport has three airplane hangars of different sizes.



There are two sizes of planes. A big plane needs 3x4 grids and a small one needs 2x3 grids in a hangar to park. For the working place, they need all 3x4 grids for a big plane and all 2x3 grids for small one. The airplanes can be arranged in any direction, and all hangars can be entered from any side.

Currently, there are four big planes and many small planes in the airport. After placing all of the big planes into the hangars, how many N small planes can be put into them?

N	\$\$\$01
---	----------

SOLUZIONE

N	4
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

The best arrangement is as shown.

