

ESERCIZIO 1 (C.) (ALBERI AND/OR)

PREMESSA

Con il termine

$regola(\langle sigla \rangle, \langle lista\ antecedenti \rangle, \langle conseguente \rangle, \langle peso \rangle)$

si può descrivere una *regola* (di deduzione) che consente di dedurre il *conseguente* conoscendo tutti gli elementi contenuti nella *lista degli antecedenti*; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla e ha un *peso*, che dà l'idea di quanto sia oneroso applicarla. Per esempio, dato il seguente insieme di regole:

$regola(1, [c1, c2], i, 12)$ $regola(2, [i, h], a, 3)$ $regola(3, [h, p1], c1, 2)$
 $regola(4, [h, p2], c2, 7)$ $regola(5, [c1, c2], a, 4)$ $regola(6, [p1, p2], h, 3)$
 $regola(7, [p1, p2], i, 2)$ $regola(8, [c1, i], c2, 8)$ $regola(9, [i, a], h, 6)$,

si osserva che, conoscendo gli elementi contenuti nella lista $[p1, p2]$, è possibile dedurre (direttamente) h con la regola 6 e i con la regola 7; ma conoscendo $[p1, p2]$ è anche possibile dedurre $c1$ applicando prima la regola 6 (per dedurre h) e poi la regola 3 (conoscendo ora $[h, p1]$). Si può quindi dire che la lista $[6, 3]$ rappresenta un procedimento per dedurre $c1$ da $[p1, p2]$; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate. Per esempio, la lista $[6, 3, 4, 5]$ rappresenta un procedimento per calcolare a da $[p1, p2]$. Sommando i pesi delle regole applicate è possibile ottenere una *valutazione* del procedimento; pertanto, si può affermare che il procedimento $[6, 3, 4, 5]$ per dedurre a da $[p1, p2]$ ha valutazione di 16.

PROBLEMA

È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è “*rm*” invece di “*regola*”):

$rm(1, [z, h], a, 7)$. $rm(2, [a, h], z, 7)$. $rm(3, [z, a], h, 7)$. $rm(4, [n, d], z, 12)$.
 $rm(5, [n, z], d, 7)$. $rm(6, [d, z], n, 7)$. $rm(7, [n, d], a, 12)$. $rm(8, [n, a], d, 12)$.
 $rm(9, [d, a], n, 12)$. $rm(10, [n, p1], h, 7)$. $rm(11, [n, h], p1, 7)$. $rm(12, [p1, h], n, 7)$.
 $rm(13, [p1, p2], h, 8)$. $rm(14, [h, p1], p2, 7)$. $rm(15, [p2, h], p1, 7)$. $rm(16, [d, p2], h, 7)$.
 $rm(17, [d, h], p2, 7)$. $rm(18, [p2, h], d, 7)$.

Rispondere alla seguente domanda.

Data la lista $[p1, p2]$, trovare la lista $L1$ che descrive il procedimento di valutazione minore per derivare a ; trovare la lista $L2$ degli elementi che vengono derivati durante il procedimento di deduzione. Elencare gli elementi di queste liste rispettando l'ordine di applicazione delle regole.

NB. Quando è possibile applicare più regole, dare la precedenza a quella che ha la sigla inferiore.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[13, 12, 18, 7]
L2	[h, n, d, a]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1 ?- pm.

$[a, z, d, n, h, p1, p2]$ [1, 4, 18, 12, 13] 41

true ;

$[a, d, n, h, p1, p2]$ [7, 18, 12, 13] 34

ESERCIZIO 2 (C.) (CACCIATA AL TESORO)

PREMESSA

Un campo di gara per robot ha la forma di un foglio a quadretti o celle; le celle possono contenere ostacoli che impediscono al robot di attraversarle, oppure dei premi; una cella contiene un tesoro.

					■	2		🏆
		■					■	
		9	1	■		■		4
		👤	7					■

Con riferimento alla figura, il robot (indicato con una sagoma umana) si trova nella cella individuata dalle coordinate (3,2), terza colonna da sinistra e seconda riga dal basso. Il tesoro, rappresentato da una coppa, è nella cella (9,5); il campo contiene 6 ostacoli, individuati da un quadrato nero. I premi sono descritti da 3 numeri: i primi due individuano la cella e il terzo rappresenta il bonus; in questo esempio i premi sono i seguenti: (4,2,7), (3,3,9), (4,3,1), (9,3,4), (7,5,2). Il robot può spostarsi di una cella verso destra o verso l'alto, cioè ad ogni passo solo una delle sue coordinate può aumentare di una unità. In questo esempio, il robot può raggiungere il tesoro solo attraverso 4 percorsi L1, L2, L3, L4 individuati dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate:

- 1) L1 = [(3,2),(3,3),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 12,
- 2) L2 = [(3,2),(4,2),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 10,
- 3) L3 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(6,3),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 9,
- 4) L4 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2),(8,2),(8,3),(9,3),(9,4),(9,5)], premi raccolti 11.

Per decretare il migliore, ad ogni percorso viene assegnato un punteggio dato dalla somma dei premi raccogliibili su quel percorso; la graduatoria dei percorsi è quindi la seguente: L1, L4, L2, L3.

PROBLEMA

La partenza è nella cella (1,1) e il tesoro si trova nella cella (8,8); i premi sono i seguenti: [(2,7,20),(3,4,15),(4,7,30),(4,6,10),(5,2,3),(5,4,3),(6,6,40)];

gli ostacoli si trovano in

[(2,2),(2,4),(2,6),(3,7),(4,1),(4,3),(4,5),(5,7),(6,5),(6,7),(7,5),(8,7)].

Trovare il numero N dei percorsi possibili ed elencare in ordine non crescente nella lista L i relativi punteggi.

N	
L	

SOLUZIONE

N	11
L	[65,65,58,58,55,55,50,46,40,20,0]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

25 ?- qm.

11 [0, 20, 40, 50, 55, 65, 58, 55, 65, 58, 46]

true.

ESERCIZIO 3 (C.) (SEPARATORE OTTIMALE)

PREMESSA

Siano date due liste di numeri *pari*: Lm, detta *lista dei minori*, e LM detta *lista dei maggiori*. Per meglio illustrare l'argomento, nell'esempio che segue i numeri sono disposti in ordine non decrescente:

$$Lm = [12,12,14,18,22,24],$$

$$LM = [16,20,26,28,28,30,30,30,32].$$

Un *separatore* per queste due liste è un numero *dispari* che sia *maggiore* di tutti i numeri della lista Lm e *minore* di tutti quelli della lista LM. Quando, però, alcuni numeri della prima lista sono maggiori di alcuni numeri della seconda (vedi l'esempio), il separatore non esiste, ma si può parlare di *separatore approssimato*; questo è un qualunque numero dispari S a cui si può associare un errore dato dal numero di elementi di Lm maggiori di S più il numero di elementi di LM minori di S. Con riferimento alle due liste sopra viste, nella tabella seguente sono riportati alcuni esempi di separatori approssimati e dei rispettivi errori.

Separatore approssimato	17	19	21	23	25	27	29
Errore	4	3	4	3	2	3	5

Si dice *separatore ottimale* il numero dispari cui corrisponde l'errore minimo. In questo caso il separatore ottimale è il numero 25 (in grassetto).

N.B. I separatori sono indipendenti dall'ordine degli elementi nelle liste e quello ottimale può non essere unico.

PROBLEMA

Date le seguenti coppie di liste:

$$Lm = [24, 22, 8, 8, 6, 34, 30, 10, 38, 16, 38, 36, 4, 38, 2, 24, 6, 24, 8, 14]$$

$$LM = [40, 28, 70, 54, 70, 28, 74, 58, 76, 76, 40, 78, 66, 54, 64, 38, 72, 30, 26, 62]$$

trovare il separatore ottimale S e gli errori E1, E2, E3, E4 associati rispettivamente ai seguenti separatori approssimati 37, 33, 29, 25.

S	
E1	
E2	
E3	
E4	

SOLUZIONE

S	39
E1	7
E2	9
E3	9
E4	6

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Le due liste ordinate

$$[2, 4, 6, 6, 8, 8, 8, 10, 14, 16, 22, 24, 24, 24, 30, 34, 36, 38, 38, 38]$$

$$[26, 28, 28, 30, 38, 40, 40, 54, 54, 58, 62, 64, 66, 70, 70, 72, 74, 76, 76, 78]$$

s(<separator>, <errore>)

$$s(41, 7) \quad s(39, 5) \quad s(37, 7) \quad s(35, 8) \quad s(33, 9) \quad s(31, 9) \quad s(29, 9) \quad s(27, 7) \quad s(25, 6) \quad s(23, 9) \quad s(21, 10)$$

ESERCIZIO 4 (T.) (COMPRESIONE DEL LINGUAGGIO)

Nel seguente testo sostituire a X1, X2, X3, X4 la scelta più appropriata, tra quelle proposte. (N.B. solo una scelta è *coerente* col significato generale del testo, anche se altre sono sintatticamente possibili).

Quando pensiamo alla reazione di stress, di solito ci riferiamo agli aspetti X1 che può assumere questa risposta; ma questa reazione è anche un elemento essenziale del nostro normale funzionamento, un processo X4 fondamentale che si è evoluto come ausilio per mantenere un certo equilibrio fisiologico costante quando dobbiamo affrontare le sfide dell'ambiente X2 in cui viviamo. Un'indicazione dell'importanza della reazione di stress è data dal fatto che coinvolge praticamente tutti i nostri sistemi X3, dalla riproduzione alla risposta immunitaria.

Lista delle scelte:

- A. fisiologici
- B. patologici
- C. mutevole
- D. adattativo
- E. esterno
- F. esteriori
- G. innato

Indicare le scelte con la lettera maiuscola corrispondente.

X1	
X2	
X3	
X4	

SOLUZIONE

X1	B
X2	C
X3	A
X4	D

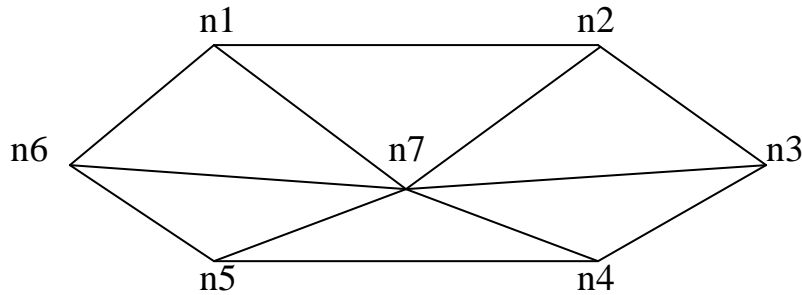
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

- X1: B perché seguito da una avversativa;
- X2: C perché in contrasto con “costante”;
- X3: A perché è l'unico plurale rimasto che ha senso
- X4: D perché si riferisce alla evoluzione.

ESERCIZIO 5 (C., T.) (GRAFI)

PREMESSA

Il seguente grafo stradale



può essere descritto dal seguente insieme di termini (ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza)

- a(n1,n2,2) a(n2,n3,5) a(n3,n4,3) a(n4,n5,4) a(n5,n6,2) a(n6,n1,3)
- a(n1,n7,8) a(n2,n7,6) a(n3,n7,1) a(n4,n7,9) a(n5,n7,7) a(n6,n7,4)

N.B. Ad esempio il termine a(n4,n5,4) indica che l'arco da n4 a n5 è percorribile nei due sensi ed è lungo 4.

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n7,n2,n1] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n1 di lunghezza complessiva 15.

PROBLEMA

Disegnare il grafo stradale corrispondente al seguente insieme di termini (che hanno nome "am" invece di "a"):

- am(n1,n2,2) am(n2,n3,3) am(n2,n4,7) am(n3,n5,1)
- am(n3,n6,5) am(n4,n7,3) am(n1,n3,6) am(n8,n7,2)
- am(n5,n4,2) am(n5,n6,1) am(n6,n8,9) am(n9,n8,9)
- am(n2,n5,5) am(n5,n7,6) am(n7,n9,12) am(n5,n8,8).

Trovare la lista L1 del percorso più breve fra il nodo n1 e il nodo n9, la lista L2 del percorso più breve fra il nodo n1 e il nodo n9 che passa per tutti i 9 nodi del grafo e calcolare le relative lunghezze K1 e K2.

L1	
L2	
K1	
K2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n2, n3, n5, n4, n7, n8, n9]
L2	[n1, n2, n3, n6, n5, n4, n7, n8, n9]
K1	22
K2	27

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L = [n1, n2, n3, n5, n4, n7, n8, n9],
K = 22 ;

L = [n1, n2, n3, n6, n5, n4, n7, n8, n9],
K = 27 ;

ESERCIZIO 6 (C.) (DATA BASE)

PREMESSA

Per gestire gli articoli in vendita presso un grande magazzino vengono utilizzate quattro tabelle il cui contenuto è descritto dai quattro termini seguenti:

- tab1(<sigla dell'articolo>,<disponibilità all'apertura>,<prezzo di vendita>)
- tab2(<sigla dell'articolo>,<sigla del fornitore>,<prezzo di acquisto>)
- tab3(<sigla dell'articolo>,<tipo merceologico>, <reparto>)
- tab4(<sigla dell'articolo>,<disponibilità alla chiusura>)

A fine giornata, la consistenza di queste tabelle è la seguente:

tabm1(a21, 120, 20). tabm1(a22, 100, 25). tabm1(a23, 220, 31). tabm1(a24, 130, 40).
 tabm1(a25, 195, 10). tabm1(a26, 180, 50). tabm1(a27, 145, 45). tabm1(a28, 110, 35).
 tabm1(a29, 210, 60). tabm1(a30, 220, 70). tabm1(a31, 190, 40). tabm1(a32, 200, 50).

tabm2(a21, f01, 10). tabm2(a22, f03, 15). tabm2(a23, f02, 20). tabm2(a24, f02, 30).
 tabm2(a25, f01, 5). tabm2(a26, f03, 30). tabm2(a27, f03, 40). tabm2(a28, f01, 25).
 tabm2(a29, f02, 30). tabm2(a30, f01, 50). tabm2(a31, f03, 20). tabm2(a32, f03, 12).

tabm3(a21, a,10). tabm3(a22, a,6). tabm3(a23, b,5). tabm3(a24, b,7).
 tabm3(a25, c,9). tabm3(a26, c,2). tabm3(a27, d,7). tabm3(a28, a,8).
 tabm3(a29, b,8). tabm3(a30, c,4). tabm3(a31, b,8). tabm3(a32, a,5).

tabm4(a21,60). tabm4(a22,60). tabm4(a23,100). tabm4(a24,80).
 tabm4(a25,90). tabm4(a26,50). tabm4(a27,45). tabm4(a28,30).
 tabm4(a29,180). tabm4(a30,150). tabm4(a31,25). tabm4(a32,100).

Da queste tabelle si ricavano per esempio le seguenti informazioni: l'articolo a21 appartiene al tipo merceologico a, proviene dal fornitore f01, ne sono stati venduti 60 esemplari con un guadagno unitario di 10 euro e guadagno giornaliero di 600 euro.

PROBLEMA

Trovare:

- la lista L1 degli articoli distribuiti dal fornitore f03,
- la lista L2 dei fornitori che forniscono articoli di tipo merceologico a,
- gli articoli X1 e X2 di tipo merceologico b che consentono, rispettivamente, il minor e il maggiore guadagno unitario,
- gli articoli X3 e X4 di tipo merceologico c che consentono, rispettivamente, il minor e il maggiore guadagno giornaliero.

NB. Gli elementi di una lista vanno riportati in ordine crescente rispettando i seguenti criteri:

a21<a22<a23,...; f01<f02<f03<f04<...;

quando una lista non contiene elementi, si dice che la lista è vuota e si scrive [] (parentesi quadra aperta seguita *immediatamente* da parentesi quadra chiusa).

L1	
L2	
X1	
X2	

X3	
X4	

SOLUZIONE

L1	[a22, a26, a27, a31, a32]
L2	[f01, f03]
X1	a24
X2	a29
X3	a25
X4	a26

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

5 ?- pm1(L).

L = [a22, a26, a27, a31, a32].

pm2(L).

L = [f01, f03, f01, f03].

8 ?- pm3.

t(a24, 10)

true ;

t(a29, 30)

true ;

t(a31, 20)

true ;

9 ?- pm4.

t(a25, 525)

true ;

t(a26, 2600)

true ;

t(a30, 1400)

true ;

ESERCIZIO 7 (C.) (PSEUDOPROGRAMMI)

PROBLEMA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato un pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Compresa la sequenza dei calcoli descritti nell'esempio che segue, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input e trovare il valore di output specificati nella tabella sotto riportata.

```

procedure PROVA;
variables S1, S2, N, I, Z integer;
input N;
S1 ← 0;
S2 ← 0;
for I from 1 to N do
    S1 ← S1+I;
    S2 ← S2 + I×I;
endfor;
Z ← S1+S2;
output S1, S2, Z;
endprocedure;
    
```

Se, per esempio, il valore di input per N è 1, allora i valori di output sono dati dalla seguente tabella:

S1	1
S2	1
Z	2

Eseguire i calcoli quando il valore in input per N è 5 e completare la seguente tabella:

S1	
S2	
Z	

SOLUZIONE

S1	15
S2	55
Z	70

ESERCIZIO 8 (T.) (VARIE: ARITMETICA)

PREMESSA

Data una lista L di n numeri interi (disposti in ordine non decrescente e *con possibili ripetizioni*) si può costruire la lista LS (lunga $n(n-1)/2$) delle somme a due a due degli elementi della lista data (disposte in ordine *non decrescente*). Per esempio se la lista L è [1,2,3] allora la lista LS è [3,4,5] (cioè [1+2,1+3,2+3]), se la lista L è [1,1,2] allora la lista LS è [2,3,3] e se la lista L è [1,1,1,2] allora LS è [2,2,2,3,3,3] (cioè [1+1,1+1,1+2,1+1,1+2,1+2] *riordinata!*).

N.B. Se, per esempio, la lista L ha 2 o 3 o 4 o 5 o 6 elementi allora la lista LS ha 1, 3, 6, 10, 15 elementi rispettivamente.

Data una lista LS, si può risalire alla lista L **prima** determinandone il numero di elementi e **poi** procedendo per tentativi.

PROBLEMA

Data la lista LS1= [5,6,7,7,8,9], determinare la lista L1.

Data la lista LS2= [2,3,3,3,3,4,4,4,5,5], determinare la lista L2.

N.B. Se non esistesse una lista L che genera LS, scrivere IMPOSSIBILE (in lettere maiuscole).

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[2,3,4,5]
L2	[1,1,2,2,3]

ESERCIZIO 9 (T.) (VARIE: Stern-Brocot)

PREMESSA

Si consideri la lista di “frazioni” seguente:

$$\text{Livello 0} \quad \left[\frac{0}{1}, \frac{1}{0} \right]$$

N.B. La seconda non è *propriamente* una frazione e la prima vale zero.

Si ripeta la seguente procedura per ottenere il livello successivo:

$$\text{inserire } \frac{m+m'}{n+n'} \text{ tra } \frac{m}{n} \text{ e } \frac{m'}{n'}$$

Per esempio al primo passo si ottiene:

$$\text{Livello 1} \quad \left[\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0} \right]$$

Per semplificare la scrittura, le liste vengono scritte nel modo seguente

Livello 0: [0/1,1/0];

livello 1: [0/1,1/1,1/0]

PROBLEMA

Determinare la lista L che si ottiene al livello 4.

Determinare quale è la lunghezza N (cioè il numero di elementi) della lista che si ottiene al livello 5.

L	
N	

SOLUZIONE

L	[0/1,1/4,1/3,2/5,1/2,3/5,2/3,3/4,1/1,4/3,3/2,5/3,2/1,5/2,3/1,4/1,1/0]
N	33

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Se al livello m la lista è lunga l al livello $m+1$ è lunga $l+(l-1)$.

ESERCIZIO 10 (T.) (ARITMETICA)

PREMESSA

Si consideri il procedimento per andare da un numero intero N_1 al numero intero N_2 (maggiore del primo), spostandosi per passi successivi. Ogni passo deve avere lunghezza maggiore di zero e può essere uguale, maggiore di uno o minore di uno rispetto al passo precedente. La lunghezza del primo e quella dell'ultimo passo deve essere 1.

PROBLEMA

Qual è il numero P minimo di passi per andare da 7 a 17?

P	
---	--

SOLUZIONE

P	6
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione ottimale deve essere prima non decrescente da 1 e poi non crescente a 1; nella fattispecie esistono due soluzioni (1,2,2,2,2,1) oppure (1,2,3,2,1,1). Il problema (N_1, N_2) ha la stessa soluzione del problema $(0, N_2 - N_1)$.

ESERCIZIO 11 (CASTORO)

Two teams from neighbouring rivers play in the final match of Beaver Chess Cup. The match is conducted on three boards. Beaver B plays against beaver F, beaver A against beaver E. Beavers E and F are from the same river, C and B from different rivers.

Determine the list L of all members of the team in which beaver A plays (in alphabetic order).

L	
---	--

SOLUZIONE

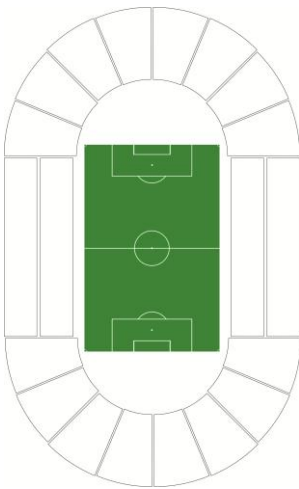
L	[A,B,D]
---	---------

ESERCIZIO 12 (CASTORO)

In a word processor, the following operations can be applied to a picture:

1. Select one shape.
2. Select one shape and add to the shape(s) already selected (with SHIFT).
3. Choose a color of selected shapes.
4. Duplicating the selected shapes.
5. Move the selected shapes by parallel displacement (with CTRL).
6. Grouping of selected shapes.
7. Rotation of the selected group around its center.

What is the least number N of operations, needed to paint stadium tribunes on the left picture, as it is shown on the right?



N	
---	--

SOLUZIONE

N	15
---	----

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

- 1-6: blue and yellow tribunes;
- 7-11: four top green sectors;
- 12-15: duplicating, grouping, rotating and moving of green sectors to get the bottom ones.

OR

- 1-3: select and paint blue shapes;
- 4-6: select and paint yellow shapes;
- 7-15: select and paint green shapes.