ESERCIZIO 1 (SISTEMI DI REGOLE)

PREMESSA
Con il termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>,<peso>)

si può descrivere una *regola* (di deduzione) che consente di dedurre il *conseguente* conoscendo tutti gli elementi contenuti nella *lista degli antecedenti*; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla e ha un *peso*, che dà l'idea di quanto sia oneroso applicarla. Per esempio, dato il seguente insieme di regole:

regola(1,[c1,c2],i,12)	regola(2,[i,h],a,3)	regola(3,[h,p1],c1,2)
regola(4,[h,p2],c2,7)	regola(5,[c1,c2],a,4)	regola(6,[p1,p2],h,3)
regola(7,[p1,p2],i,2)	regola(8,[c1,i],c2,8)	regola(9,[i,a],h,6),

si osserva che, conoscendo gli elementi contenuti nella lista [p1,p2], è possibile dedurre (direttamente) **h** con la regola 6 e **i** con la regola 7; ma conoscendo [p1,p2] è anche possibile dedurre c1 applicando prima la regola 6 (per dedurre **h**) e poi la regola 3 (conoscendo ora [h,p1]). Si può quindi dire che la lista [6,3] rappresenta un procedimento per dedurre c1 da [p1,p2]; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate. Per esempio, la lista [6,3,4,5] rappresenta un procedimento per calcolare **a** da [p1,p2]. Sommando i pesi delle regole applicate è possibile ottenere una *valutazione* del procedimento; pertanto, si può affermare che il procedimento [6,3,4,5] per dedurre **a** da [p1,p2] ha valutazione 16.

PROBLEMA
È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è "rs" invece di "regola"):

rs(1,[c1,c2],i,12)	rs(2,[c1,i],c2,7)	rs(3,[c2,i],c1,7)	rs(4,[i,h],a,7)
rs(5,[a,h],i,7)	rs(6,[i,a],h,7)	rs(7,[c1,c2],a,12)	rs(8,[c1,a],c2,12)
rs(9,[c2,a],c1,12)	rs(10,[c1,p1],h,7)	rs(11,[c1,h],p1,7)	rs(12,[p1,h],c1,7)
rs(13,[p1,p2],h,8)	rs(14,[h,p1],p2,7)	rs(15,[p2,h],p1,7)	rs(16,[c2,p2],h,7)
rs(17,[c2,h],p2,7)	rs(18,[p2,h],c2,7)	rs(19,[c1,p1],i,7)	rs(20,[c1,i],p1,7)
rs(21,[p1,i],c1,7)	rs(22,[c2,p2],i,7)	rs(23,[c2,i],p2,7)	rs(24,[p2,i],c2,7)
rs(25,[p1,p2],i,2)	rs(26,[i,p1],p2,2)	rs(27,[p2,h],p1,2)	

Dati gli elementi [p1,h] si deve derivare **a**:
trovare la lista L che descrive il procedimento la cui valutazione K sia minima,
N.B. Quando l'ordine di applicazione di due regole può essere scambiato, dare la priorità alla regola con la sigla minore. Nella lista che descrive il procedimento, la prima sigla indica la prima regola che deve essere applicata.

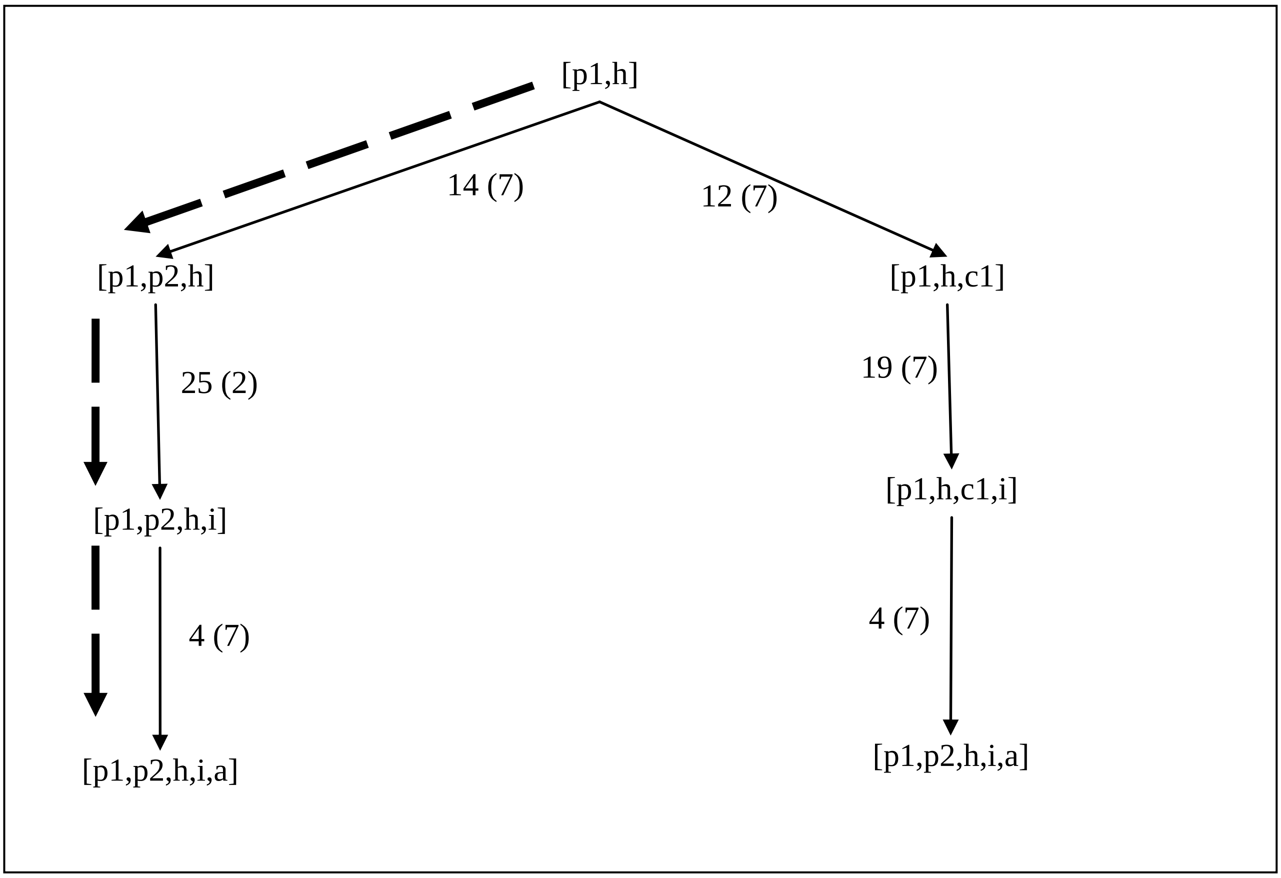
L	
K	

SOLUZIONE

L	[14,25,4]
K	16

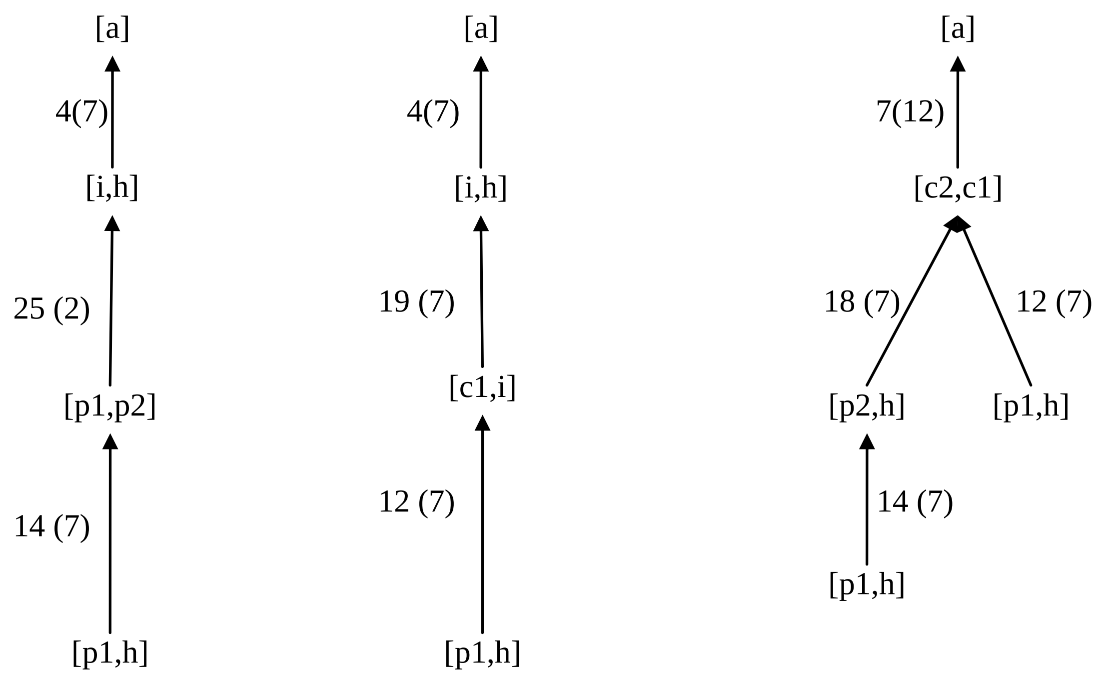
COMMENTI ALLA SOLUZIONE
3 ?- qs(a,[p1,h],D,L,K).
D = [a, i, p2, p1, h],
L = [4, 25, 14],
K = 16 ;

Si osservi la figura seguente che rappresenta un albero con i nodi costituiti dagli elementi conosciuti (dati o dedotti) e i rami costituiti dalle regole che si possono applicare con quelle conoscenze; partendo dalla radice (i dati [p1,h]) si possono applicare solo due regole: 12, 14 ottenendo rispettivamente [p1,p2,h], [p1,h,c1]. Per ottenere **a** occorre poter applicare la regola 4, che richiede i dati [i,h], o la regola 7 che richiede [c1,c2]; bisogna quindi sviluppare l'albero in modo che i rami terminali siano, appunto, 4 o 7.
La risposta alle domande è evidenziate dalla linea tratteggiata.
N.B. La figura non è completa: per poter dedurre che il procedimento [14,25,4] ha valutazione minima, si sarebbero dovuti mostrare *tutti* i percorsi che terminano con una lista contenente **a** (e non hanno rami ripetuti).



N.B. La figura (non completa!) descrive un metodo che si dice *forward*(o *bottom up*) e consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; viene tipicamente impiegato nel "*contesto della giustificazione*": quando cioè si voglia *esporre* (o dimostrare) ad altri (o a se stessi) un risultato. In realtà, per *trovare* un procedimento di soluzione in generale si utilizza il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati), il problema si risolve con una regola (vedi primo esempio descritto nella premessa); altrimenti la ricerca continua per trovare (tutte) le regole che consentono di derivare l'antecedente o gli antecedenti non noti (vedi secondo esempio nella premessa).
Si osservi la figura seguente, che mostra degli *alberi backward* per il problema in esame.
L'incognita **a** si può ottenere da due regole: la 4 o la 7. Per applicare la regola 4 occorre conoscere *sia* **i** *sia* **h**, per applicare la regola 7 occorre conoscere *sia* c1 *sia* c2.
Per semplicità sono stati disegnati solo tre alberi; il primo è la soluzione: il procedimento [14,25,4] ha valutazione (16) minima;

Naturalmente per poter rispondere al problema è necessario costruire *tutti* gli alberi, per determinare il procedimento con valutazione minima.



ESERCIZIO 2 (PSEUDOPROGRAMMI)

PROBLEMA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato uno pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Compresa la sequenza dei calcoli descritti nell’esempio che segue, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare il valore di output per la variabile Z.

```
procedure PROVA;
variables P, N, I, Z integer;
input N;
Z ← 0;
P ← 1;
for I from 1 to N do
        P ← P×I;
        Z ← Z+P;
endfor;
output Z;
endprocedure;
```

Calcolare i valori di Z corrispondenti ai valori di N riportati in tabella. A mo’ di esempio è riportato il risultato per N=1 e N=2,

N	Z
1	1
2	3
3	
4	
5	

SOLUZIONE

N	Z
1	1
2	3
3	9
4	33
5	153

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

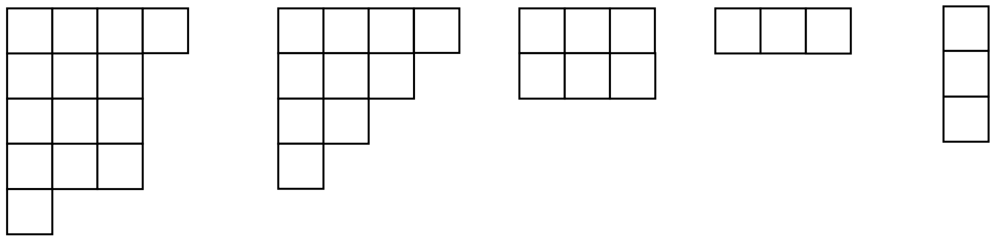
È sufficiente considerare il caso in cui N vale 5; il ciclo **for** è ripetuto 5 volte e la tabella seguente riporta i valori di I, P e Z alla fine di ogni ripetizione.

I	P	Z
1	1	1
2	2	3
3	6	9
4	24	33
5	120	153

ESERCIZIO 3 (TABELLE DI YOUNG)

PREMESSA
Si chiamano diagrammi di Ferrers (di n caselle o di contenuto n) delle configurazioni di n caselle disposte in una o più righe orizzontali, allineate a sinistra e tali che ogni riga deve contenere un numero di caselle uguale o inferiore a quello della riga superiore. Queste configurazioni si descrivono anche con la lista dei numeri che indicano le lunghezze delle righe: il primo numero indica le caselle della prima riga, il secondo le caselle della seconda riga, e così via. Esempi sono i seguenti: sopra ogni diagramma è riportata la lista che lo descrive, che può essere chiamata forma.

[4,3,3,3,1] [4,3,2,1] [3,3] [3] [1,1,1]



Si chiama tabella di Young un diagramma di Ferrers di n caselle riempito con i numeri interi da 1 a n. Esempi sono i seguenti.

1	3	5	8
2	4	7	
6	9	10	
11	12	13	
14			

1	4	5	8
2	3	7	
6	9		
10			

1	3	5
2	4	6

2	3	1

1	3	5
2		
4		

Se i numeri, dentro le caselle, sono disposti in modo che il loro valore risulti in ordine crescente, sia per riga sia per colonna, la tabella si dice standard; (vedi prima, terza e quinta tabella precedente).
Nelle tabelle standard, la prima casella della prima riga contiene sempre 1. Il numero n si trova sempre nella casella più a destra di una delle righe del diagramma.
Infine, si tenga presente che, per esempio, per [4] e [1,1,1,1] esiste una sola tabella standard; per [3,1] e [2,1,1] ne esistono 3; se, però, nella forma [2,1,1] si fissa il 4 nella seconda casella della prima riga, allora esiste un solo modo di completare la tabella in maniera standard.

PROBLEMA
Si consideri il diagramma descritto dalla forma [3,3,2,1,1];

1. se 6 è (fisso) nella terza casella della seconda riga, determinare in quanti modi N1 è possibile completare il diagramma in maniera standard.

2. se 7 è (fisso) nella terza casella della seconda riga, determinare in quanti modi N2 è possibile completare il diagramma in maniera standard.

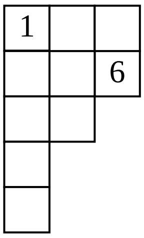
N1	
N2	

SOLUZIONE

N1	15
N2	60

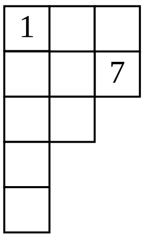
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il diagramma, nel caso 1. è mostrato nella figura seguente;



è ovvio che la sottoforma [3,3] deve contenere i numeri da 1 a 6; la seconda casella della prima riga può contenere solo 2 o 3; nel primo caso la prima riga può essere completata con 3 o 4 o 5 (e il contenuto della seconda riga è obbligato); nel secondo caso la prima riga può essere completata con 4 o 5 (e il contenuto della seconda riga è ancora obbligato). In totale 5 modi di riempire la sottoforma. Nella prima casella della terza riga deve esserci per forza 7 e quindi la forma rimanente può riempirsi in tre modi; in totale 15 modi.

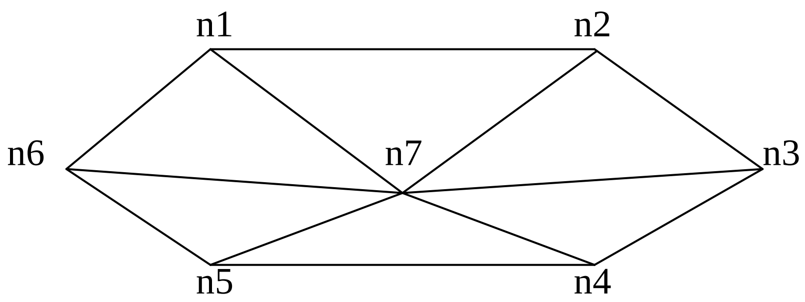
Il diagramma, nel caso 2. è mostrato nella figura seguente;



La sottoforma [3,3] deve contenere sei dei sette numeri da 1 a 7; tre sono obbligati (1,2,7): rimangono tre numeri da scegliere tra 3, 4, 5, 6; si possono scegliere in quattro modi diversi (eliminandone uno alla volta). Per ogni scelta la sottoforma può essere riempita in 5 modi diversi. Coi quattro numeri rimanenti si può riempire la sottoforma [2,1,1] in tre modi. In totale $5 \times 4 \times 3 = 60$.

ESERCIZIO 4 (GRAFI)

PREMESSA
Il seguente grafo stradale



può essere descritto dal seguente insieme di termini (ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza)

a(n1,n2,2)	a(n2,n3,5)	a(n3,n4,3)	a(n4,n5,4)	a(n5,n6,2)	a(n6,n1,3)
a(n1,n7,8)	a(n2,n7,6)	a(n3,n7,1)	a(n4,n7,9)	a(n5,n7,7)	a(n6,n7,4)

Un percorso tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n7,n2,n1] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n1 di lunghezza K = 15.

PROBLEMA
Disegnare il grafo stradale corrispondente al seguente insieme di termini (che hanno nome "as" invece di "a"):

as(n8,n2,2)	as(n2,n3,6)	as(n2,n4,3)	as(n9,n3,5)	as(n7,n2,5).
as(n3,n7,7)	as(n4,n7,9)	as(n8,n5,10)	as(n1,n9,4)	as(n6,n1,7).
as(n5,n4,6)	as(n5,n6,3)	as(n6,n7,1)	as(n3,n1,15)	

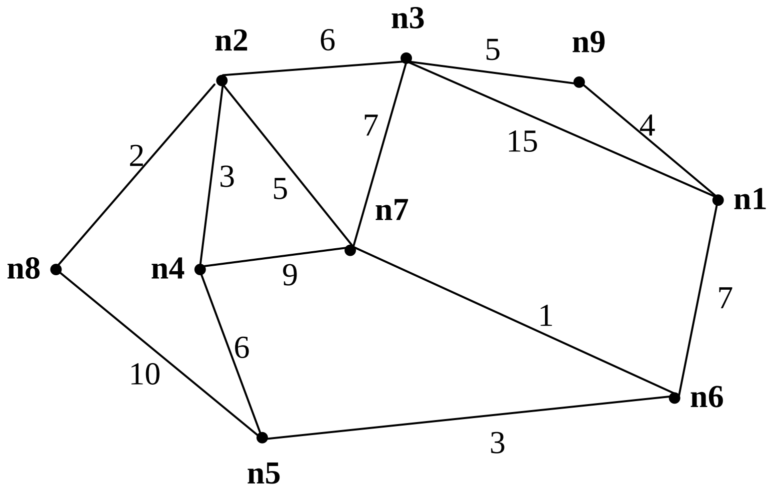
Trovare le liste L1 e L2, dei percorsi rispettivamente più breve e più lungo fra il nodo n1 e il nodo n2.
N.B. per ogni nodo del grafo si può passare (al più) una sola volta.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[n1,n6,n7,n2]
L2	[n1,n3,n7,n4,n5,n8,n2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Dopo qualche prova (per sistemare opportunamente i punti nel piano) si può disegnare il grafo, come nella figura seguente.
Si ottiene facilmente:
L1 = [n1, n6, n7, n2], lunghezza 13;
L2 = [n1, n3, n7, n4, n5, n8, n2], lunghezza 49.


n2
6
n3
5
n9
7
15
4
2
3
5
n7
n1
n8
n4
9
7
1
6
10
n6
3
n5

ESERCIZIO 5 (DATA BASE)

PREMESSA
Per gestire gli articoli in vendita presso un grande magazzino vengono utilizzate quattro tabelle il cui contenuto è descritto dai quattro termini seguenti:

tab1(<sigla dell'articolo>,<disponibilità all'apertura>,<prezzo di vendita>)
tab2(<sigla dell'articolo>,<sigla del fornitore>,<prezzo di acquisto>)
tab3(<sigla dell'articolo>,<tipo merceologico>, <reparto>)
tab4(<sigla dell'articolo>,<disponibilità alla chiusura>)

A fine giornata, la situazione di queste tabelle è la seguente:

tab1(a25,120,20)	tab1(a30,100,25)	tab1(a23,220,40)	tab1(a24,130,40)
tab1(a28,195,10)	tab1(a26,180,50)	tab1(a27,145,45)	tab1(a21,110,35)
tab1(a29,210,60)	tab1(a22,220,70)	tab1(a31,130,65)	tab1(a32, 215,75)
tab1(a33,145,50)	tab1(a34,120,40)	tab1(a35,210,60)	tab1(a36,220,60)
tab2(a25,g1,10)	tab2(a30,g1,15)	tab2(a23,g3,20)	tab2(a24,g3,30)
tab2(a28,g3,5)	tab2(a26,g1,30)	tab2(a27,g3,40)	tab2(a21,g1,25)
tab2(a29,g2,30)	tab2(a22,g2,60)	tab2(a31,g2,45)	tab2(a32,g1,35)
tab2(a33,g2,20)	tab2(a34,g2,25)	tab2(a35,g2,15)	tab2(a36,g3,30)
tab3(a25,a,x)	tab3(a30,a,y)	tab3(a23,b,y)	tab3(a24,b,x)
tab3(a28,c,z)	tab3(a26,c,y)	tab3(a27,b,y)	tab3(a21,a,y)
tab3(a29,b,x)	tab3(a22,c,y)	tab3(a31,b,x)	tab3(a32,c,z)
tab3(a33,a,z)	tab3(a34,b,x)	tab3(a35,a,z)	tab3(a36,b,y)
tab4(a25,40)	tab4(a30,50)	tab4(a23,80)	tab4(a24,60)
tab4(a28,60)	tab4(a26,50)	tab4(a27,40)	tab4(a21,20)
tab4(a29,140)	tab4(a22,100)	tab4(a31,30)	tab4(a32,40)
tab4(a33,20)	tab4(a34,50)	tab4(a35,50)	tab4(a36,100)

Da queste tabelle si ricavano per esempio le seguenti informazioni: l'articolo a36 appartiene al tipo merceologico b, proviene dal fornitore g3, ne sono stati venduti 120 esemplari con un guadagno unitario di 30 euro e guadagno giornaliero di 3600 euro.

PROBLEMA
Trovare:
- la lista L1 degli articoli distribuiti dal fornitore g2,
- la lista L2 dei fornitori che distribuiscono articoli di tipo merceologico b,
- la lista L3 dei reparti (elencati in ordine crescente) in cui sono esposti articoli del fornitore g1,
- la lista L4 degli articoli del reparto y venduti a un prezzo maggiore o uguale al 50% del costo.

NB. Gli elementi di una lista vanno riportati in ordine alfabetico crescente; per esempio:

a21<a22<a23,…; f01<f02<f03<f04<…;

quando una lista non contiene elementi, si dice che la lista è vuota e si scrive [] (parentesi quadra aperta seguita *immediatamente* da parentesi quadra chiusa).

L1	
L2	
L3	
L4	

SOLUZIONE

L1	[a22,a29,a31,a33,a34,a35]
L2	[g2,g3].
L3	[x,y,z]
L4	[a23,a26,a30,a36]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dalla tabella si ricava direttamente:

L1 = [a29, a22, a31, a33, a34, a35],
L2 = [g3, g3, g3, g2, g2, g2, g3],
L3 = [x, y, y, z],
L4 = [a30, a23, a26, a36].

In ogni lista così ottenuta occorre riordinare gli elementi, cancellando quelli ripetuti.

ESERCIZIO 6 (KNAPSACK)

PROBLEMA

Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al valore proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono descritti da una tabella avente la dichiarazione

tabx(<sigla dell'alimento>,<tipo>, <valore proteico>, <costo>).

Il tipo si riferisce all'origine dell'alimento: **x** per vegetali, **y** per latticini, **z** per carni.
Il contenuto della tabella, che riporta i dati relativi a un certo numero di alimenti, è il seguente:

tabs1(m11,z,96,145).	tabs1(m22,z,76,144).	tabs1(m2,y,80,131).
tabs1(m20,x,74,130).	tabs1(m5,z,86,150).	tabs1(m14,y,99,150).
tabs1(m7,y,82,138).	tabs1(m8,x,97,151).	tabs1(m9,y,98,149).
tabs1(m10,z,92,140).	tabs1(m21,x,78,159).	tabs1(m12,z,79,130).
tabs1(m13,y,85,141).	tabs1(m6,x,92,132).	tabs1(m15,x,98,148).
tabs1(m16,x,87,135).	tabs1(m17,x,97,140).	tabs1(m18,x,99,105).
tabs1(m19,z,95,140).	tabs1(m4,y,95,140).	tabs1(m1,x,84,198).
tabs1(m3,z,98,142).	tabs1(m23,y,80,140).	tabs1(m24,x,98,140).

Trovare il numero N di diete diverse che si possono costruire con 3 alimenti scelti fra i tipi **x** e **y** di questa tabella aventi un costo minore o uguale di 400 e un valore proteico maggiore o uguale a 295. Tra queste diete, trovare la lista L1 che ha il maggior valore proteico e la L2 che ha il minor costo.

N.B. Il costo e il valore proteico sono quelli complessivi di ogni dieta.
N.B. Le sigle nelle liste devono comparire in ordine alfabetico *crescente*: m1<m2<m3<… m23<m24.

N	
L1	
L2	

SOLUZIONE

N	4
L1	[m14,m18,m24]
L2	[m15,m18,m24]

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Le diete possibili con 3 alimenti scelti fra i tipi **x** e **y** sono:

tipo [x, y], dieta [m18, m17, m14], valore proteico 295, costo 395;
tipo **[x, y],** dieta **[m24, m18, m14]**, valore proteico **296,** costo **395**;
tipo [x, y], dieta [m24, m18, m9], valore proteico 295, costo 394;
tipo [**x, y],** dieta **[m24, m18, m15],** valore proteico **295,** costo **393**.

ESERCIZIO 7 (PROJECT MANAGEMENT)

PREMESSA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.
Le attività sono descritte col seguente termine

a(<sigla attività>,<durata in giorni>,<ragazzi impegnati>);

esempio, il termine a(a1,1,6) significa che l'attività a1 dura un giorno e impiega 6 ragazzi.
Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

p(<precedente>,<successiva>);

come per esempio p(a4,a8) e p(a6,a8); ogni termine esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l'attività a8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività a4 e a6.

PROBLEMA.
Le attività di questo progetto sono descritte dai seguenti termini:

a(a1,1,8),a(a2,4,3),a(a3,3,2),a(a4,2,5),a(a5,2,6),a(a6,3,5),
a(a7,4,1),a(a8,2,9),a(a9,2,4),a(a10,1,7),a(a11,2,4),(a12,1,8).

Le priorità sono descritte dai seguenti termini:

p(a1,a2),p(a1,a3),p(a1,a4),p(a2,a5),p(a2,a9),p(a3,a6),p(a3,a8),p(a4,a7),
p(a5,a10),p(a6,a10),p(a7,a10),p(a8,a11),p(a9,a10),p(a10,a12),p(a11,a12).

Trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre:

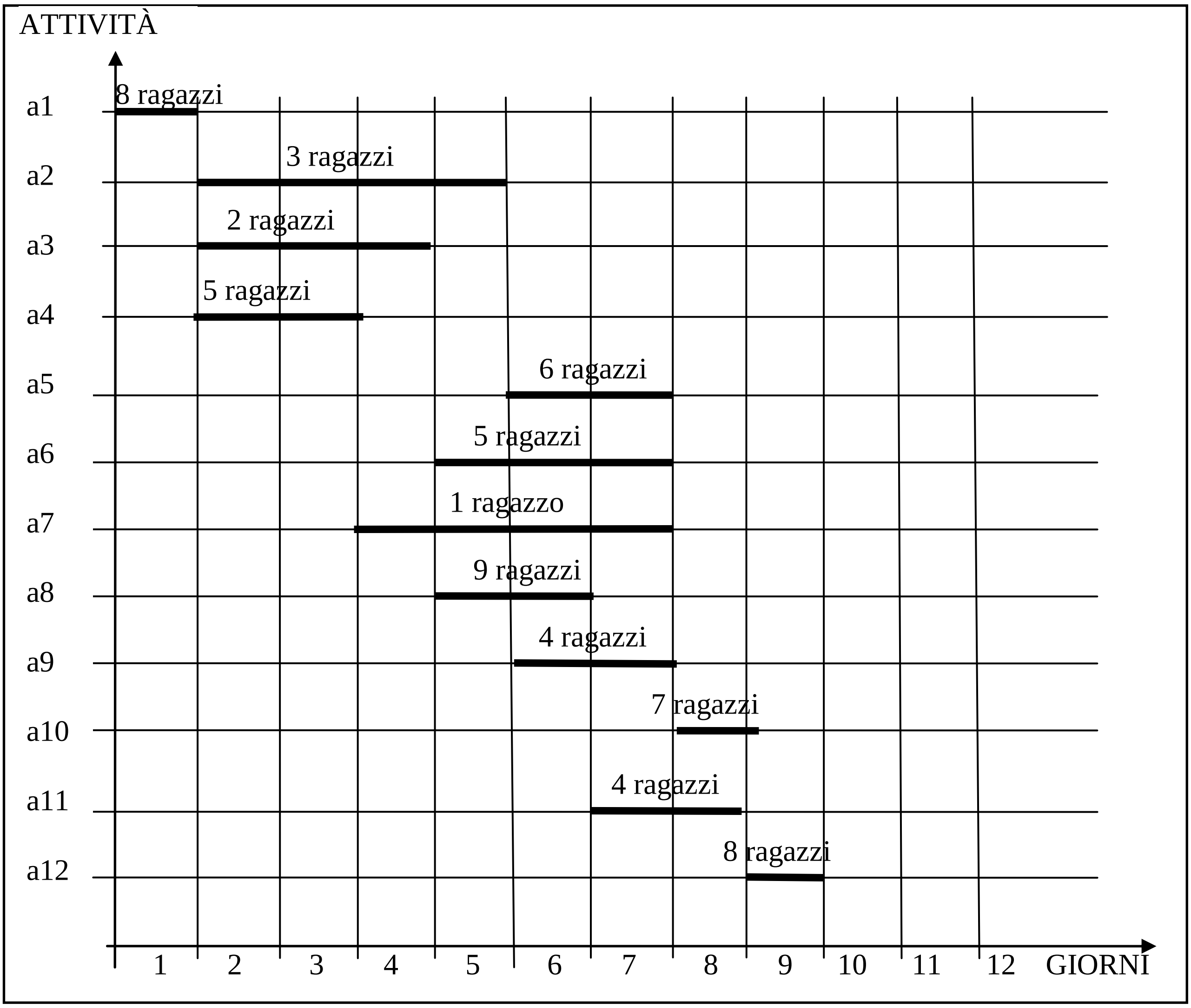
1. trovare il numero X1 del giorno in cui lavora il maggior numero MM di ragazzi;
2. trovare il numero X2 del giorno in cui lavora il minor numero Mm di ragazzi;
3. se ogni ragazzo riceve 80 euro per ogni giornata lavorativa, calcolare il costo S del progetto.

N	
X1	
MM	
X2	
Mm	
S	

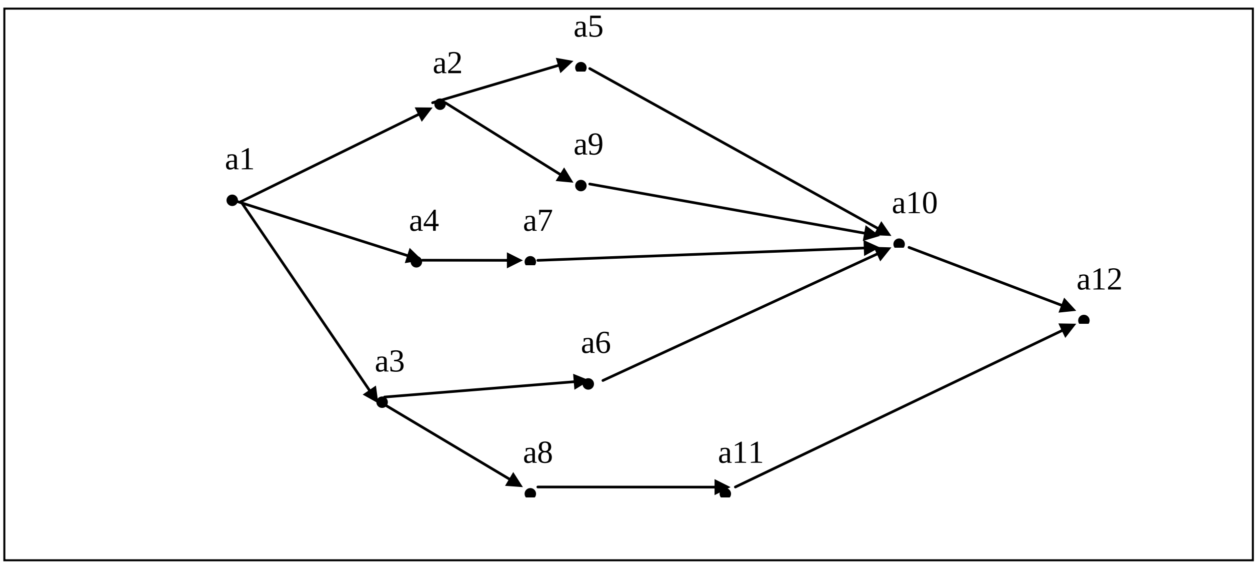
SOLUZIONE

N	9
X1	6
MM	25
X2	4
Mm	6
S	9280

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Con le informazioni del problema si può costruire un grafico, detto *diagramma di Gantt*, che posiziona le attività nel tempo, avendo cura che una attività inizi solo quando le precedenti sono terminate. Dal diagramma di Gantt si deducono facilmente le risposte ai quesiti.



N.B. Prima del diagramma di Gantt è bene *sempre* costruire il *diagramma delle precedenze*, cha evidenzia graficamente la relazione di priorità tra le attività. Ogni coppia è rappresentata nel diagramma da una freccia e ogni attività da un punto.

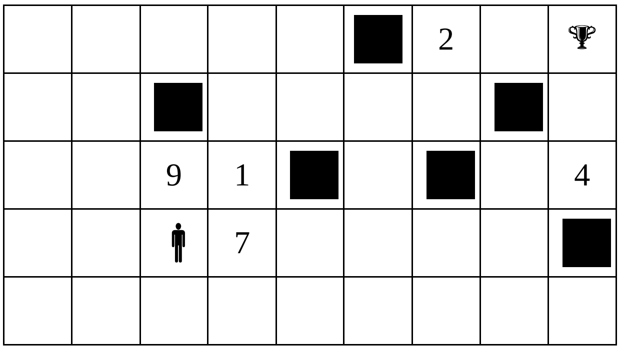


Il costo complessivo è:

S = ((1×8) + (4×3) + (3×2) + (2×5) + (2×6) + (3×5) + (4×1) + (2×9) + (2×4) + (1×7) + (2×4) + (1×8)) giorni×ragazzo × 80 € = (8 + 12 + 6 + 10 + 12 + 15 + 4 + 18 + 8 + 7 + 8 + 8) giorni×ragazzo × 80 € = 116 giorni×ragazzo × 80 € = 9280 €.

ESERCIZIO 8 (CACCIA AL TESORO)

PREMESSA
Un campo di gara per robot ha la forma di un foglio a quadretti o celle; le celle possono contenere ostacoli che impediscono al robot di attraversarle, oppure dei premi; una cella contiene un tesoro.



Con riferimento alla figura, il robot (indicato con una sagoma umana) si trova nella cella individuata dalle coordinate (3,2), terza colonna da sinistra e seconda riga dal basso. Il tesoro, rappresentato da una coppa, è nella cella (9,5); il campo contiene 6 ostacoli, individuati da un quadrato nero. I premi sono descritti da 3 numeri: i primi due individuano la cella e il terzo rappresenta il bonus; in questo esempio i premi sono i seguenti: (4,2,7), (3,3,9), (4,3,1), (9,3,4), (7,5,2). Il robot può spostarsi di una cella verso destra o verso l'alto, cioè ad ogni passo solo una delle sue coordinate può aumentare di una unità. In questo esempio, il robot può raggiungere il tesoro (solo) attraverso 4 percorsi L1, L2, L3, L4 individuati dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate:

1) L1 = [(3,2),(3,3),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 12,
2) L2 = [(3,2),(4,2),(4,3),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 10,
3) L3 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(6,3),(6,4),(7,4),(7,5),(8,5),(9,5)], premi raccolti 9,
4) L4 = [(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2),(8,2),(8,3),(9,3),(9,4),(9,5)], premi raccolti 11.

Per decretare il migliore, ad ogni percorso viene assegnato un punteggio dato dalla somma dei premi raccoglibili su quel percorso; la graduatoria dei percorsi è quindi la seguente: L1, L4, L2, L3.

PROBLEMA
La partenza è nella cella (1,1) e il tesoro si trova nella cella (7,7); i premi sono i seguenti:

(2,3,1),(2,4,2),(2,5,3),(3,3,7),(3,5,4),(4,3,8),(4,4,20),(4,5,5);

gli ostacoli si trovano in:

(1,5),(2,2),(3,4),(3,6),(4,2),(5,4),(5,5),(5,6),(6,2),(7,5).

Trovare il numero N dei percorsi possibili, il punteggio massimo PM e il punteggio minimo Pm.

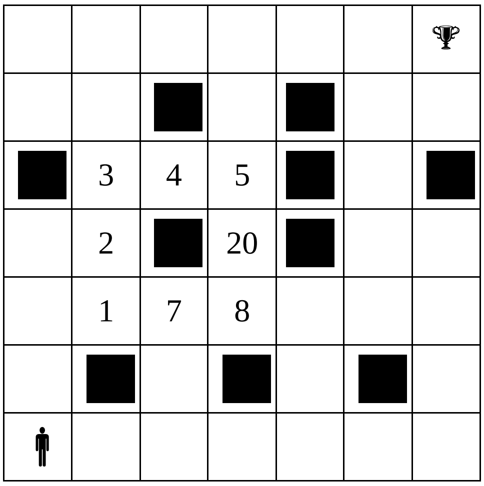
N	
PM	
Pm	

SOLUZIONE

N	12
PM	41
Pm	0

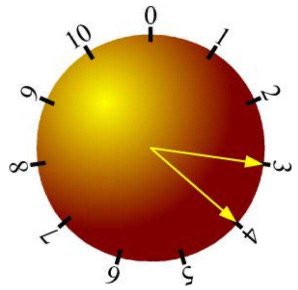
COMMENTI ALLA SOLUZIONE
È facile scoprire, guardando la figura seguente, che ci sono solamente 12 percorsi, i cui punteggi sono:

[5, 14, 6, 15, 41, 16, 16, 40, 15, 15, 0, 0]



ESERCIZIO 9 (ARITMETICA MODULARE)

PREMESSA
Si supponga di avere un orologio con le ore da 0 a 10 (invece che da 1 a 12). Se passano 10 ore dopo le 4, l'orologio segna le 3: si scrive 4+10=3(mod 11): si può pensare di sommare 4 e 10, ottenendo 14, e sottrarre 11 (che sono le ore segnate sul nuovo orologio in un giro completo). L'esempio si estende facilmente a ogni somma.
La sottrazione può essere vista in maniera analoga: 3-10=4(mod 11) perché partendo da 3 e *retro-*



cedendo di 10 si arriva a 4, o anche si cerca il numero y che sommato a 10 dà 3: y+10=3(mod 11).
La moltiplicazione è solo un po' più difficile perché occorre tener conto di più giri: per esempio 5×6=8(mod 11); infatti moltiplicando 5 per 6 si ottiene 30 (nell'aritmetica ordinaria): occorre sottrarre 11 (due volte) fino ad ottenere un numero compreso tra 0 e 10.

PROBLEMA
Ricordando la relazione fra divisione e moltiplicazione, trovare il risultato della seguente operazione: 2 diviso 7(mod 11)?

$\boxed{}$

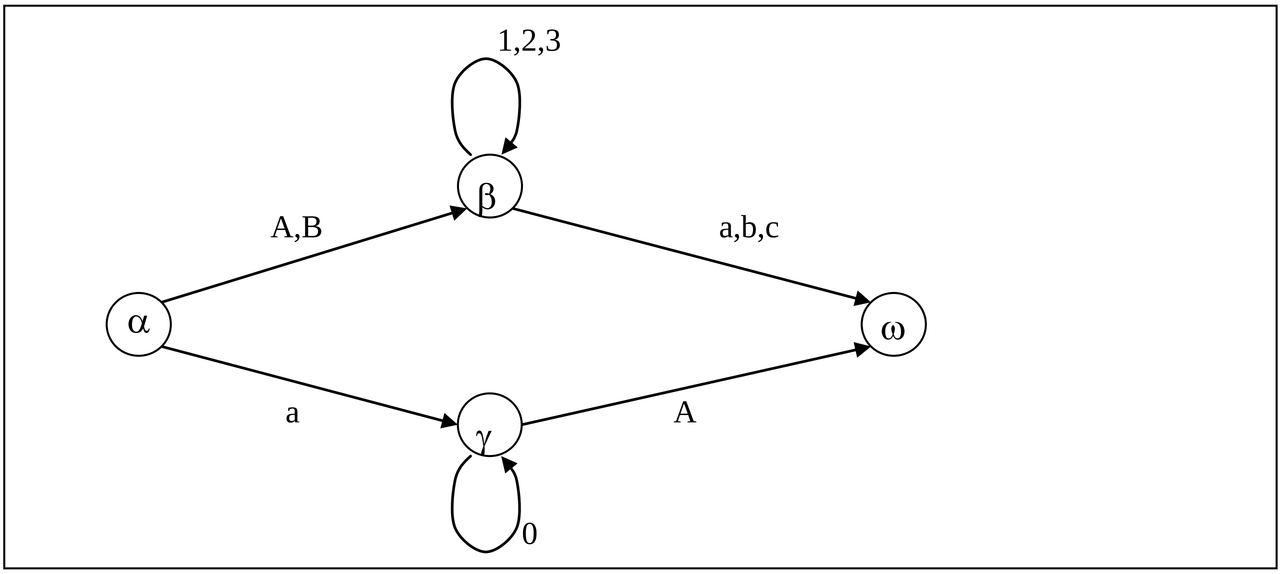
SOLUZIONE
$\boxed{5}$

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
È (più) facile risolvere il problema se si riconduce la divisione alla moltiplicazione. Occorre determinare il numero y tale che y×7=2(mod 11), cioè quel numero, minore di 11, che moltiplicato per 7 (nell'aritmetica ordinaria) dà come risultato 2, oppure 13 (11+2), oppure 24 (11+11+2), oppure 35 (11+11+11+2), oppure 46 (11+11+11+11+2) oppure, …

ESERCIZIO 10 (STATI FINITI)

PREMESSA

Un grafo diretto è formato da nodi e frecce; se le frecce hanno una etichetta, un percorso nel grafo è associato ad una stringa (formata, nell'ordine, dalle etichette delle frecce che compongono il percorso). Nella figura seguente alcune frecce hanno più etichette possibili: sono indicate da simboli separati da virgole; per indicare quella freccia, in un percorso, si può usare una qualunque delle etichette associate.



Individuano (possibili) percorsi dal nodo α al nodo ω le stringhe:

A12b le frecce del percorso sono: [(α,β),(β,β),(β,β),(β,ω)]

a000A le frecce del percorso sono: [(α,γ),(γ,γ),(γ,γ),(γ,γ),(γ,ω)])

mentre *non* sono percorsi le stringhe:

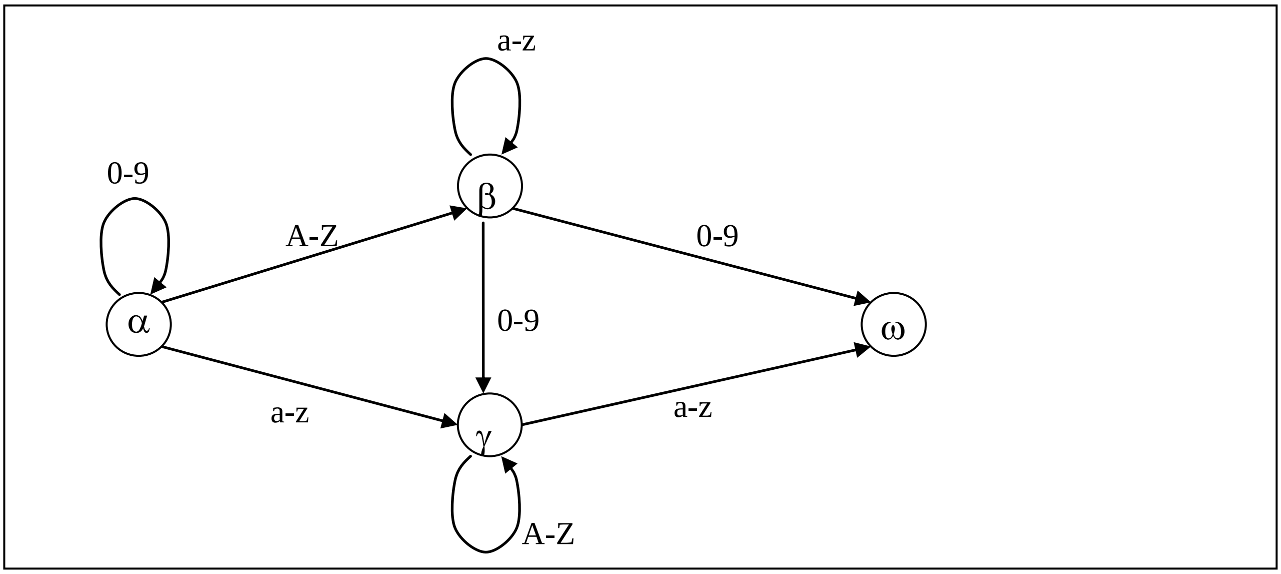
a1A

C1a

PROBLEMA

Con riferimento alla figura seguente, dove con A-Z si è indicato l'insieme A,B,C,…,Z (e similmente per 0-9 e a-z), dire quale delle seguenti stringhe *non* è un percorso da α ad ω:

1. 123aNNa
2. Peter3ABCd
3. 2010Beaver4EVERr
4. bENNOZzz
5. Alfa0BETa



Indicare un numero da 1 a 5 nella seguente casella.

SOLUZIONE

4

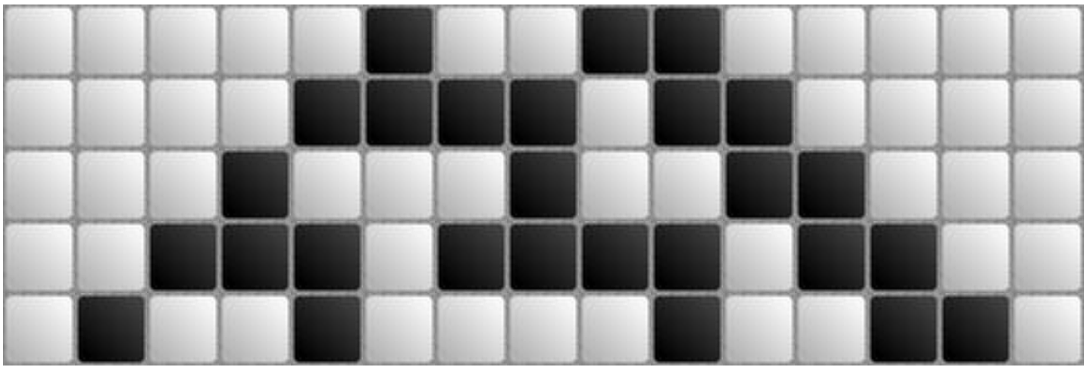
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La stringa numero 4 termina con due lettere minuscole: gli unici percorsi di questo tipo nel grafo hanno una parte iniziale solo numerica.

ESERCIZIO 11 (T.) (CASTORO)

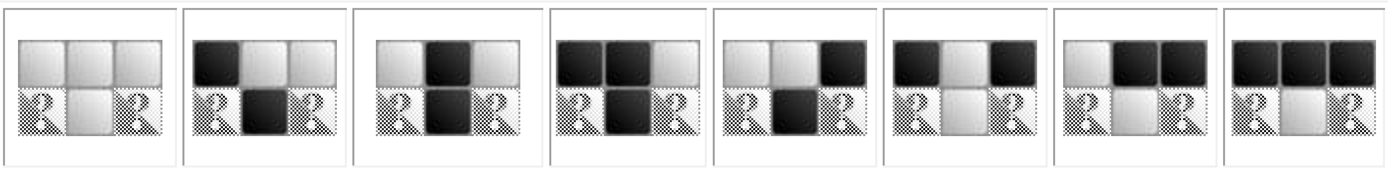
PROBLEMA

Look at the following figure.



A row consists of black or white cells. A new row is generated from the row above as follows: for each cell, the three cells directly above are considered and the cell is colored according to the following rules:

Top row
New tile



Which one of the following configurations cannot be generated from a starting row with 5 unknown cells?

Configuration A

Configuration B

Configuration C

Configuration D

Enter your choice (A, B, C, D) in the box below

SOLUZIONE

A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Configuration A cannot be obtained. The first unknown cell from the left has to white (in order to obtain white-white on the bottom), the second hast to be black (in order to obtain white-white-black), the third has to be white, the forth has to be black and the fifth has to be black, which contradicts the fact that the second last cell in the second row is white. The other configurations can be obtained as follows:

Config. B

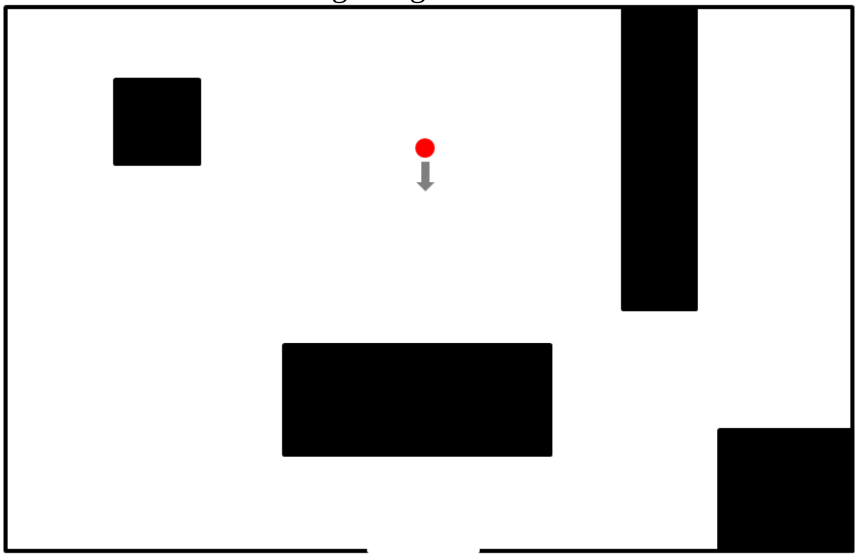
Config. C

Config. D

ESERCIZIO 12 (T.) (CASTORO)

PROBLEMA

The beaver wandered around in the evening and got lost in an abandoned cellar of a house.



Unfortunately, it is very dark in the cellar, which makes it really hard to find a way out. Fortunately, the beaver remembers an approach to get out of the cellar where all angles are 90 degrees.

He just has to follow the following rules:

1. Maintain a turn counter (start at 0).
2. If he turns right he subtracts 1 from the counter.
3. If he turns left he adds 1 to the counter.
4. If the turn counter is 0 he keeps on walking straight until he bumps into a wall.
5. If he reaches a wall, then he turns right and follows the wall (even if the wall turns, except if the turn counter is 0).

On the turn counter, which values are shown on the beaver's way out?

A. 0, -1, 0, -1, -2, -3, -4, -3, -2, -3, -4, -3, -2, -1
B. 0, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3
C. 0, -1, 0, -1, -2, -3, -4, -3, -2, -3, -4, -5, -4, -5
D. 0, 1, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

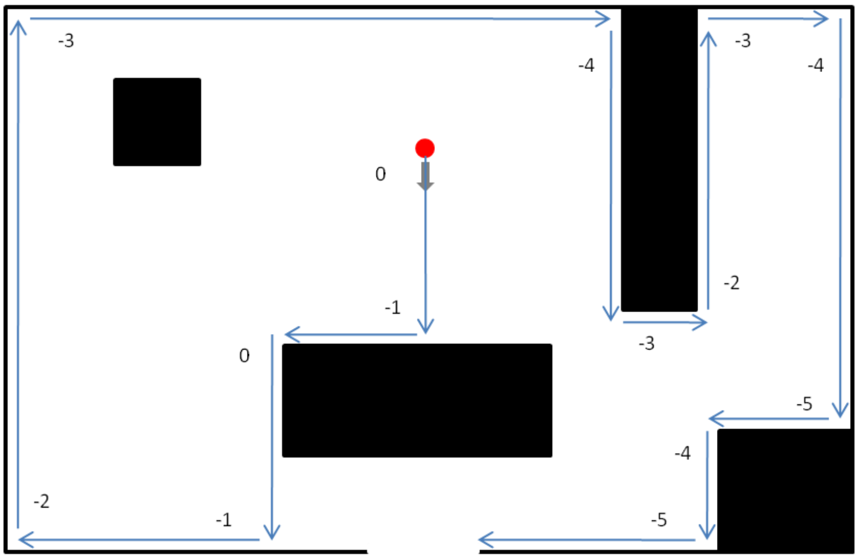
Enter your choice (A, B, C, D) in the box below.

SOLUZIONE

C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

The path associated to the solution is as follows:


-3
-4
-3
-4
0
-2
-1
-3
0
-5
-4
-2
-1
-5