ESERCIZIO 1 (C.) (SISTEMI DI REGOLE)

PREMESSA
Con il termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>,<peso>)

si può descrivere una *regola* (di deduzione) che consente di dedurre il *conseguente* conoscendo tutti gli elementi contenuti nella *lista degli antecedenti*; ogni regola è poi identificata in modo univoco da una sigla e ha un *peso*, che dà l'idea di quanto sia oneroso applicarla. Per esempio, dato il seguente insieme di regole:

regola(1,[c1,c2],i,12)	regola(2,[i,h],a,3)	regola(3,[h,p1],c1,2)
regola(4,[h,p2],c2,7)	regola(5,[c1,c2],a,4)	regola(6,[p1,p2],h,3)
regola(7,[p1,p2],i,2)	regola(8,[c1,i],c2,8)	regola(9,[i,a],h,6),

si osserva che, conoscendo gli elementi contenuti nella lista [p1,p2], è possibile dedurre (direttamente) **h** con la regola 6 e **i** con la regola 7; ma conoscendo [p1,p2] è anche possibile dedurre c1 applicando prima la regola 6 (per dedurre **h**) e poi la regola 3 (conoscendo ora [h,p1]). Si può quindi dire che la lista [6,3] rappresenta un procedimento per dedurre c1 da [p1,p2]; la lista contiene infatti l'indicazione delle regole che devono essere applicate. Per esempio, la lista [6,3,4,5] rappresenta un procedimento per calcolare **a** da [p1,p2]. Sommando i pesi delle regole applicate è possibile ottenere una *valutazione* del procedimento; pertanto, si può affermare che il procedimento [6,3,4,5] per dedurre **a** da [p1,p2] ha valutazione 16.

PROBLEMA
È dato il seguente insieme di regole (in cui il nome del termine è "rs" invece di "regola"):

rs(1,[c1,c2],i,12)	rs(2,[c1,i],c2,7)	rs(3,[c2,i],c1,7)	rs(4,[i,h],a,7)
rs(5,[a,h],i,7)	rs(6,[i,a],h,7)	rs(7,[c1,c2],a,12)	rs(8,[c1,a],c2,12)
rs(9,[c2,a],c1,12)	rs(10,[c1,p1],h,7)	rs(11,[c1,h],p1,7)	rs(12,[p1,h],c1,7)
rs(13,[p1,p2],h,8)	rs(14,[h,p1],p2,7)	rs(15,[p2,h],p1,7)	rs(16,[c2,p2],h,7)
rs(17,[c2,h],p2,7)	rs(18,[p2,h],c2,7)	rs(19,[c1,p1],i,7)	rs(20,[c1,i],p1,7)
rs(21,[p1,i],c1,7)	rs(22,[c2,p2],i,7)	rs(23,[c2,i],p2,7)	rs(24,[p2,i],c2,7)
rs(25,[p1,p2],i,2)	rs(26,[i,p1],p2,2)	rs(27,[p2,h],p1,2)	

Dati gli elementi [p1,p2] si deve derivare **a**:
1. trovare la lista L che descrive il procedimento la cui valutazione K sia minima,
2. trovare i valori di X1 e X2 affinché la lista [25,X1,3,X2] descriva un procedimento per risolvere questo problema con valutazione 28.

N.B. Quando l'ordine di applicazione di due regole può essere scambiato, dare la priorità alla regola con la sigla minore. Nella lista che descrive il procedimento, la prima sigla indica la prima regola che deve essere applicata.

L	[$$$01]
K	$$$02
X1	$$$03
X2	$$$04

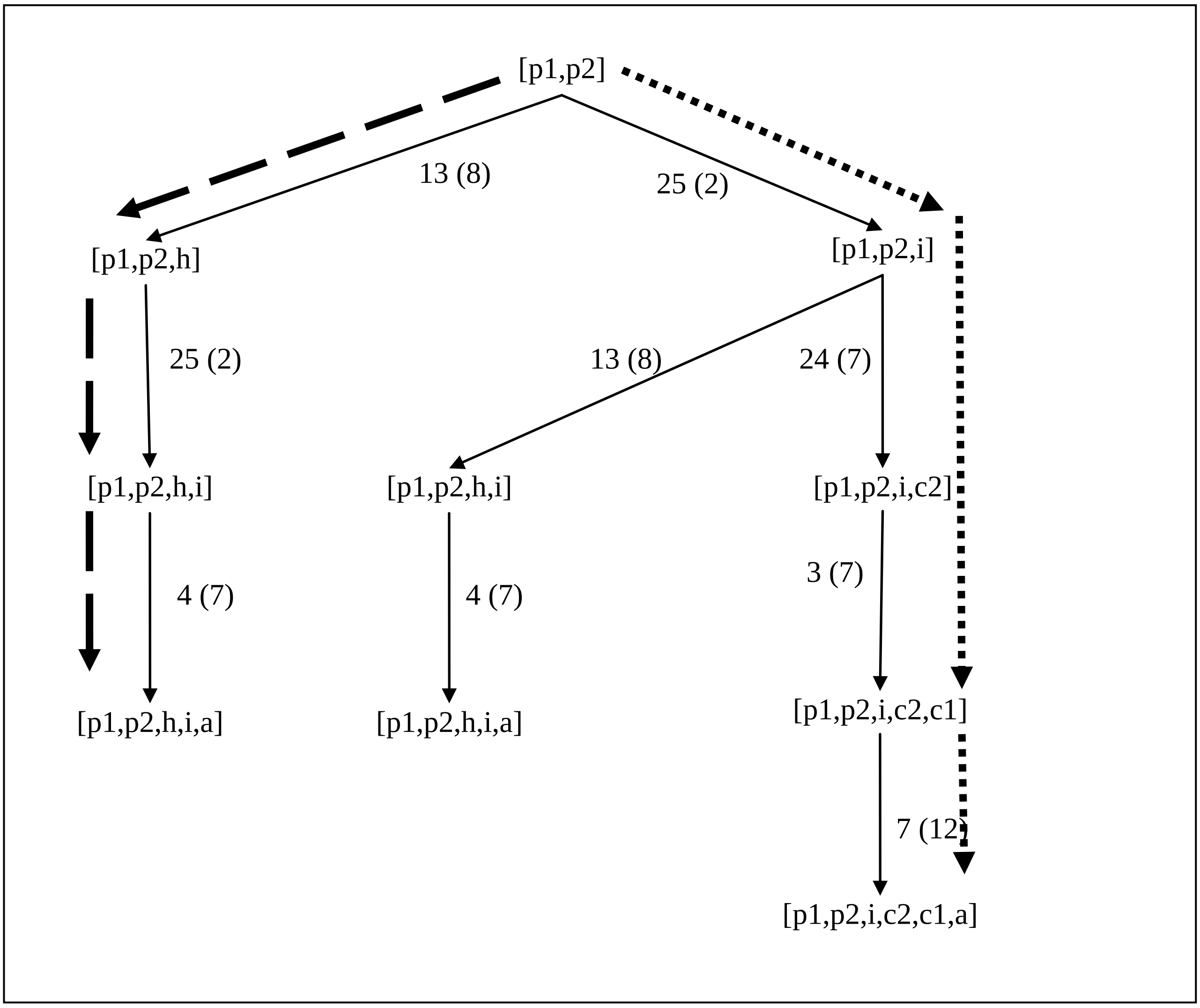
SOLUZIONE

L	[13,25,4]
K	17
X1	24
X2	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Prima domanda. Lista che rappresenta il procedimento: [13,25,4]; valutazione: 17; elementi conosciuti (dati o dedotti) alla fine del procedimento: [a,h,i,p1,p2],
2. Seconda domanda. Lista che rappresenta il procedimento: [25,24,3,7], valutazione: 28; elementi conosciuti (dati o dedotti) alla fine del procedimento: [a,c1,c2,i,p1,p2].

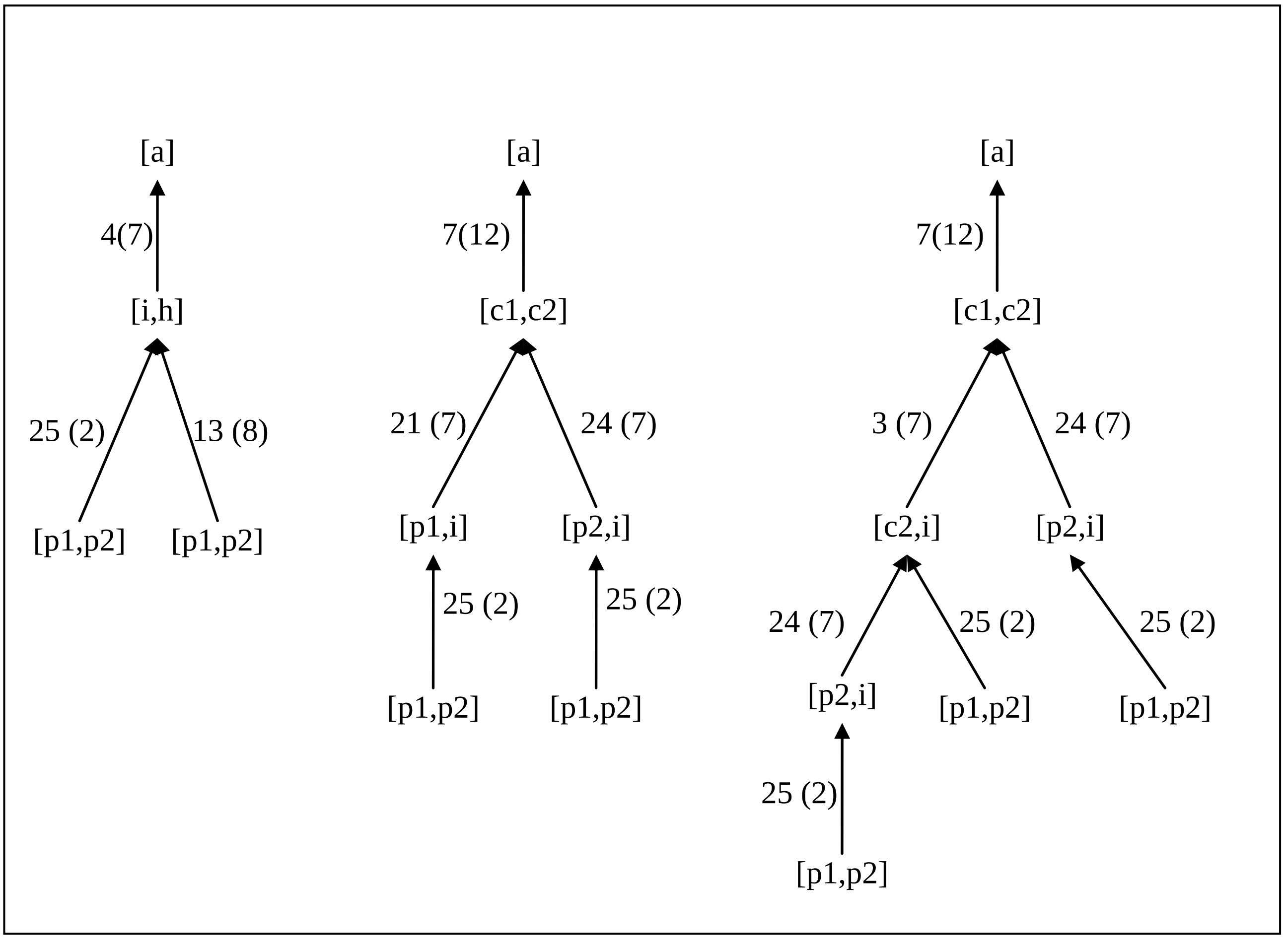
Si osservi la figura seguente che rappresenta un albero con i nodi costituiti dagli elementi conosciuti (dati o dedotti) e i rami costituiti dalle regole che si possono applicare con quelle conoscenze; partendo dalla radice (i dati [p1,p2]) si possono applicare solo due regole: 13, 25 ottenendo rispettivamente [p1,p2,h], [p1,p2,i]. Per ottenere **a** occorre poter applicare la regola 4, che richiede i dati [i,h], o la regola 7 che richiede [c1,c2]; bisogna quindi sviluppare l'albero in modo che i rami terminali siano, appunto, 4 o 7.
Le risposte alle domande sono evidenziate dalle linee tratteggiate (tratteggio grosso: prima domanda, tratteggio fine: seconda domanda).
N.B. La figura rappresenta tre procedimenti: quello di sinistra e quello centrale (non evidenziato) differiscono solo per il diverso ordine con cui sono applicate le regole 13 e 25: il secondo non è ammesso come soluzione.
N.B. La figura non è completa: per poter dedurre che il procedimento [13,25,4] ha valutazione minima, si sarebbero dovuti mostrare *tutti* i percorsi che terminano con una lista contenente **a** (e non hanno rami ripetuti) o al più tralasciare solo quei percorsi per cui è evidente, dalla lunghezza, che non possono essere soluzione.



N.B. La figura (non completa!) descrive un metodo che si dice *forward*(o *bottom up*) e consiste nel partire dai dati e usare le regole applicabili per aumentare la conoscenza via via fino a comprendere l'incognita; viene tipicamente impiegato nel "*contesto della giustificazione*": quando cioè si voglia *esporre* (o dimostrare) ad altri (o a se stessi) un risultato. In realtà, per *trovare* un procedimento di soluzione in generale si utilizza il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola le cui premesse sono tutte note (i dati), il problema si risolve con una regola (vedi primo esempio descritto nella premessa); altrimenti la ricerca continua per trovare (tutte) le regole che consentono di derivare l'antecedente o gli antecedenti non noti (vedi secondo esempio nella premessa).
Si osservi la figura seguente, che mostra degli *alberi backward* per il problema in esame.
L'incognita **a** si può ottenere da due regole: la 4 o la 7. Per applicare la regola 4 occorre conoscere *sia* **i** *sia* **h**, per applicare la regola 7 occorre conoscere *sia* c1 *sia* c2.
Per semplicità sono stati disegnati solo tre alberi:

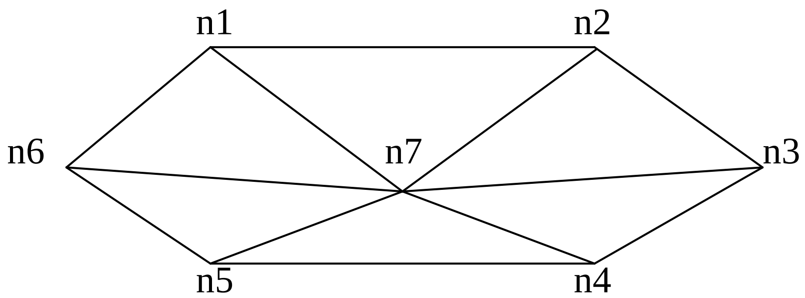
- il primo è la soluzione alla prima domanda: il procedimento [13,25,4] ha valutazione (17) minima;
- il terzo è la soluzione alla seconda domanda: il procedimento è [25,24,3,7] e la sua valutazione è 28.

Naturalmente per poter rispondere alla prima domanda è necessario costruire *tutti* gli alberi, per determinare il procedimento con valutazione minima.



ESERCIZIO 2 (C.) (GRAFI)

PREMESSA
Il seguente grafo stradale



può essere descritto dal seguente insieme di termini (ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza)

a(n1,n2,2) a(n2,n3,5) a(n3,n4,3) a(n4,n5,4) a(n5,n6,2) a(n6,n1,3)
a(n1,n7,8) a(n2,n7,6) a(n3,n7,1) a(n4,n7,9) a(n5,n7,7) a(n6,n7,4)

Un percorso tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista dei nodi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n7,n2,n1] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n1 di lunghezza K = 15.

PROBLEMA
Disegnare il grafo stradale corrispondente al seguente insieme di termini (che hanno nome “as” invece di “a”):
as(n8,n2,2) as(n2,n3,6) as(n2,n4,3) as(n9,n3,5) as(n7,n1,5).
as(n3,n7,7) as(n4,n7,9) as(n8,n5,10) as(n1,n9,4) as(n6,n1,7).
as(n5,n4,6) as(n5,n6,3) as(n6,n7,1) as(n3,n1,15)
Trovare la lista L del percorso più breve fra il nodo n8 e il nodo n9, che passa una sola volta per ciascuno dei nodi del grafo; calcolare la relativa lunghezza K.

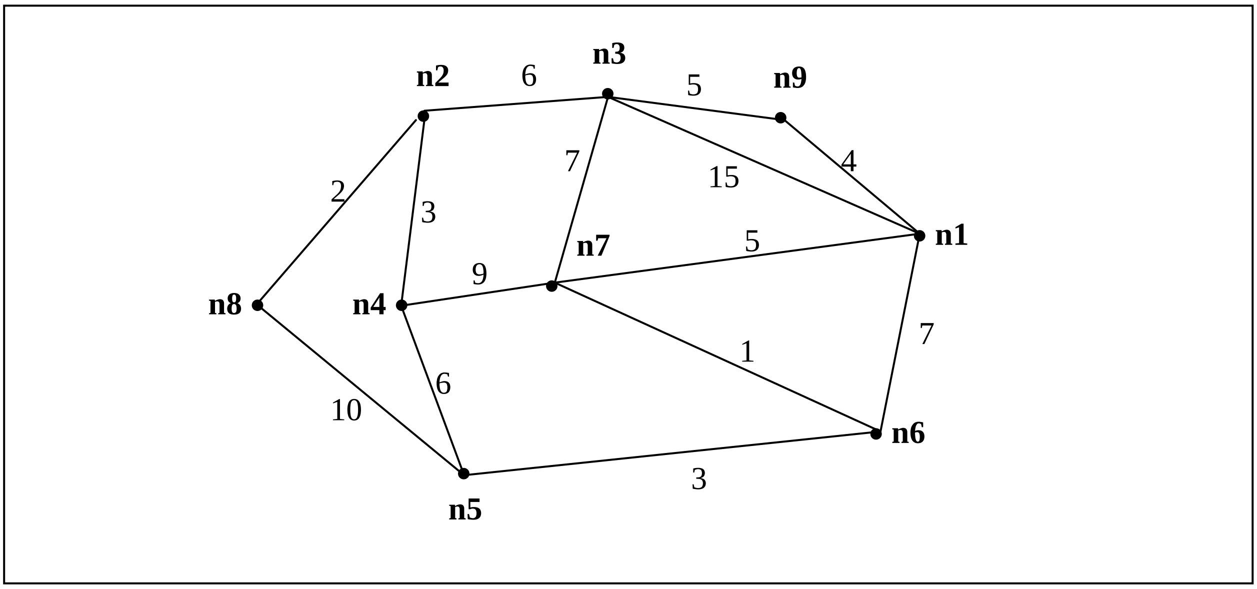
L	[$$$01]
K	$$$02

SOLUZIONE

L	[n8,n2,n4,n5,n6,n1,n7,n3,n9]
K	38

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Dopo qualche prova (per sistemare opportunamente i punti nel piano) si può disegnare il grafo, come nella figura seguente. Poi si elencano tutti i cammini *hamiltoniani* da n8 a n9 (cioè i cammini che passano per *tutti* i nodi del grafo), calcolandone la lunghezza. Il più corto è:

L = [n8,n2,n4,n5,n6,n1,n7,n3,n9], K = 2 + 3 + 6 + 3 + 7 + 5 + 7 + 5 = 38.



1 ?- ps(n9,n8,L,K).
L = [n8,n2,n4,n5,n6,n1,n7,n3,n9].
K = 38 .

ESERCIZIO 3 (C.) (KNAPSACK)

PROBLEMA

Nelle lezioni di educazione alimentare, i ragazzi hanno classificato alcuni alimenti in relazione al valore proteico e al loro costo. I risultati di questa classificazione sono descritti da una tabella avente la dichiarazione

tabx(<sigla dell'alimento>,<tipo>, <valore proteico>, <costo>).

Il tipo si riferisce all'origine dell'alimento: "a" per vegetali, "b" per latticini, "c" per carni.

Il contenuto della tabella, che riporta i dati relativi a un certo numero di alimenti, è il seguente:

```
tabs1(m1,a,96,145)      tabs1(m2,a,76,144)      tabs1(m3,b,80,131)
tabs1(m4,c,74,130)      tabs1(m5,a,86,150)      tabs1(m6,b,99,150)
tabs1(m7,b,82,138)      tabs1(m8,c,97,151)      tabs1(m9,b,98,149)
tabs1(m10,a,92,140)     tabs1(m11,c,78,159)     tabs1(m12,a,79,130)
tabs1(m13,b,85,141)     tabs1(m14,c,92,132)     tabs1(m15,c,99,148)
tabs1(m16,c,87,135)     tabs1(m17,c,97,140)     tabs1(m18,c,99,105)
tabs1(m19,a,95,140)     tabs1(m20,b,95,140)     tabs1(m21,c,84,198)
tabs1(m22,a,98,142)     tabs1(m23,b,80,140)     tabs1(m24,c,98,140)
```

Trovare il numero N delle liste che si possono costruire con le sigle di 3 alimenti di tipo diverso di questa tabella aventi singolarmente un costo maggiore di 140 e un valore proteico inferiore a 90; tra queste liste trovare la L1 che ha il minor valore proteico e la L2 che ha il maggior costo.

N.B. Le sigle nelle liste devono comparire in ordine alfabetico *crescente*: m1<m2<m3<… m23<m24.

N	$$$01
L1	[$$$02]
L2	[$$$03]

SOLUZIONE

N	4
L1	[m2,m11,m13]
L2	[m5,m13,m21]

COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Le 10 liste sono le seguenti, insieme al contenuto proteico e al costo.

[a, b, c], [m13, m11, m2], 239, 444
[a, b, c], [m13, m11, m5], 249, 450
[a, b, c], [m21, m13, m2], 245, 483
[a, b, c], [m21, m13, m5], 255, 489

ESERCIZIO 4 (C.) (PROJECT MANAGEMENT)

PREMESSA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro.

Le attività sono descritte col seguente termine

a(<sigla attività>,<durata in giorni>,<ragazzi impegnati>);

esempio, il termine a(a1,1,6) significa che l’attività a1 dura un giorno e impiega 6 ragazzi.

Le attività non possono svolgersi tutte contemporaneamente, ma devono essere rispettate delle priorità descritte con termini del tipo

p(<precedente>,<successiva>);

come per esempio p(a4,a8) e p(a6,a8); ogni termine esprime il fatto che l’attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l’attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando *tutte* le precedenti sono terminate; i due termini appena visti implicano che l’attività a8 può iniziare solo dopo che sono terminate le due attività a4 e a6.

PROBLEMA.

Le attività di questo progetto sono descritte dai seguenti termini:

a(a1,1,8),a(a2,3,4),a(a3,2,5),a(a4,2,1),a(a5,3,2),a(a6,3,6),
a(a7,2,5),a(a8,2,2),a(a9,2,7),a(a10,3,4),a(a11,1,8).

Le priorità sono descritte dai seguenti termini:

p(a1,a2),p(a1,a3),p(a2,a6),p(a2,a7),p(a3,a4),p(a3,a5),p(a4,a8),
p(a5,a10),p(a6,a9),p(a7,a10),p(a8,a9),p(a9,a11),p(a10,a11).

Trovare il numero minimo N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre:

1. trovare il numero X1 del giorno in cui lavora il maggior numero MM di ragazzi;
2. trovare il numero X2 del giorno in cui lavora il minor numero Mm di ragazzi;
3. se ogni ragazzo riceve 80 euro per ogni giornata lavorativa, calcolare il costo S del progetto.

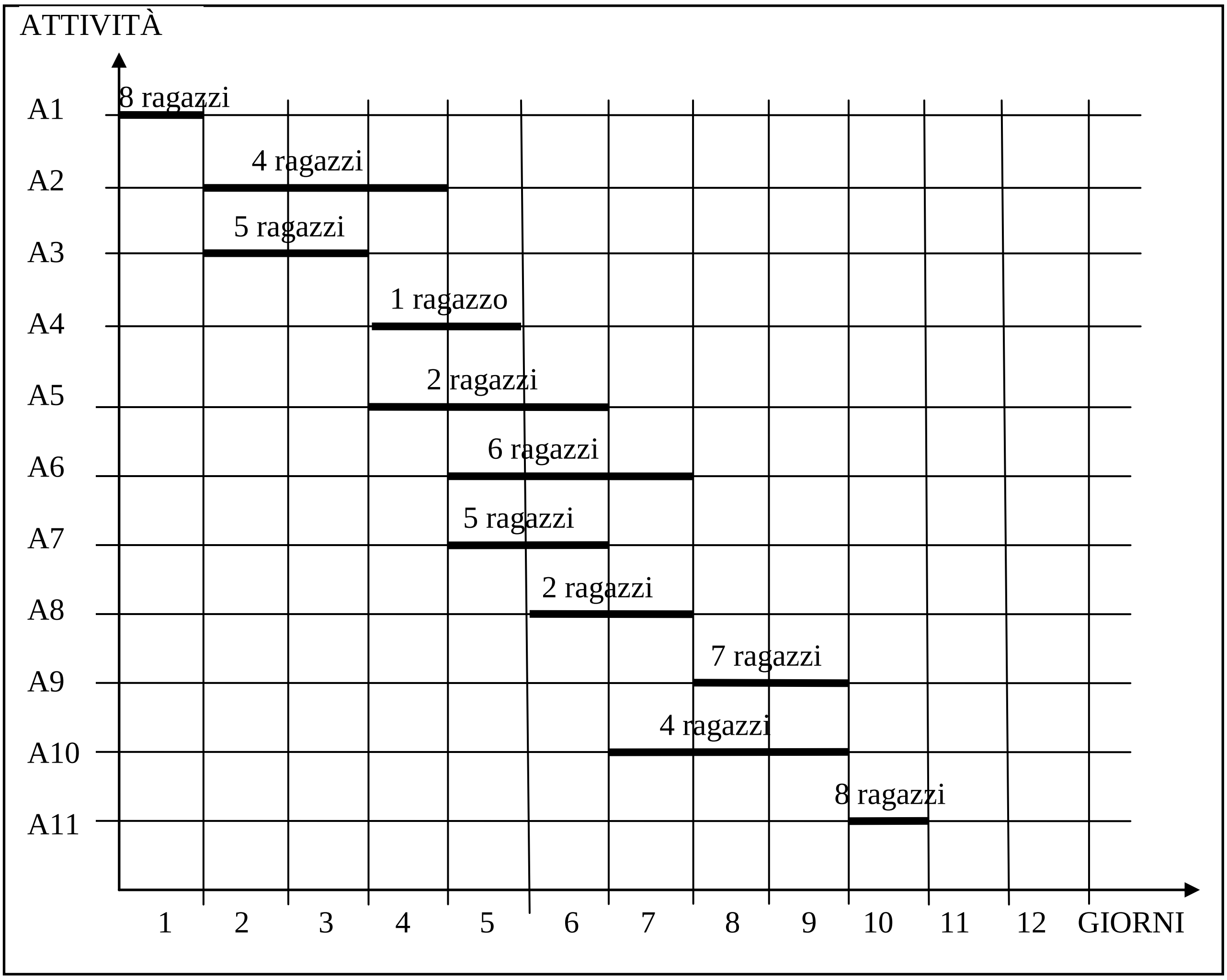
N	$$$01
X1	$$$02
MM	$$$03
X2	$$$04
Mm	$$$05
S	$$$06

SOLUZIONE

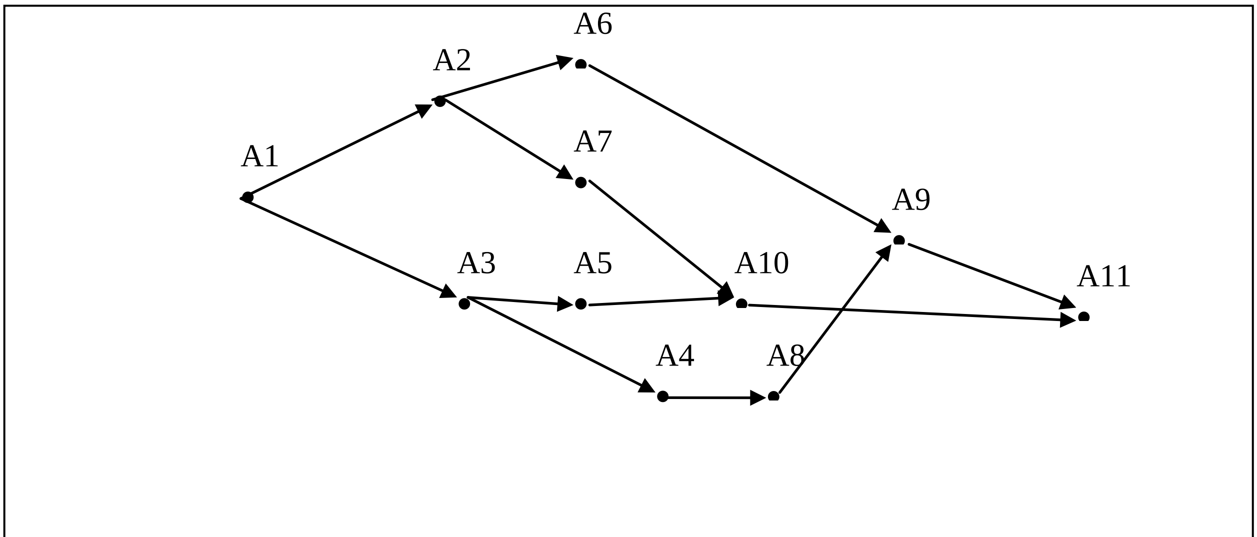
N	10
X1	6
MM	15
X2	4
Mm	7
S	8320

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Con le informazioni del problema si può costruire un grafico, detto *diagramma di Gantt*, che posiziona le attività nel tempo, avendo cura che una attività inizi solo quando le precedenti sono terminate. Dal diagramma di Gantt si deducono facilmente le risposte ai quesiti.



N.B. Prima del diagramma di Gantt è bene *sempre* costruire il *diagramma delle precedenze*, cha evidenzia graficamente la relazione di priorità tra le attività. Ogni coppia è rappresentata nel diagramma da una freccia e ogni attività da un punto.



Si può così controllare nel diagramma di Gantt che, per esempio, le attività A1, A2, A5, A6, A7 costituiscono una *catena*, cioè sono successive e ognuna inizia quando la precedente è terminata; così pure le attività A1, A3, A4,A7.

In maniera non grafica i risultati si possono riassumere col termine:

g(<attività>,<da giorno>,<a giorno>,<ragazzi impegnati>)

e quindi:

g(a1,1,1,8)
g(a2,2,4,4)
g(a3,2,3 5)
g(a4,4,5,1)
g(a5,4,6,2)
g(a6,5,7,6)
g(a7,5,6,5)
g(a8,6,7,2)
g(a9,8,9,7)
g(a107,9,4)
g(a11,10,10,8)

In ogni giorno, ragazzi impegnati sono:

(1, 8), (2, 9), (3, 9), (4, 7), (5, 14), (6, 15), (7, 12), (8, 11), (9, 11), (10, 8)

Il costo complessivo è

104 giorni×ragazzo per 80 € = 8320 €.

ESERCIZIO 5 (C.) (PSEUDOPROGRAMMI)

PROBLEMA

Per descrivere una procedura di calcolo viene spesso usato uno pseudolinguaggio che utilizza parole inglesi e simboli matematici. Compresa la sequenza dei calcoli descritti nell’esempio che segue, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati e trovare il valore di output per la variabile Z.

```
procedure PROVA;
variables P, N, I, Z integer;
input N;
Z = 0;
for I=1 to N do
        P = I+I;
        Z = Z+P;
        If Z>50   then  Z = Z-P;
endfor;
output Z;
endprocedure;
```

Calcolare i valori di Z corrispondenti ai valori di N riportati in tabella. A mo’ di esempio è riportato il risultato per N=1 e N=2,

N	Z
1	2
2	6
5	$$$01
8	$$$02
11	$$$03

SOLUZIONE

N	Z
1	2
2	6
5	30
8	42
11	42

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È sufficiente considerare il caso in cui N vale 11; il ciclo for è ripetuto 11 volte e la tabella seguente riporta i valori di I, P e Z alla fine di ogni ripetizione.

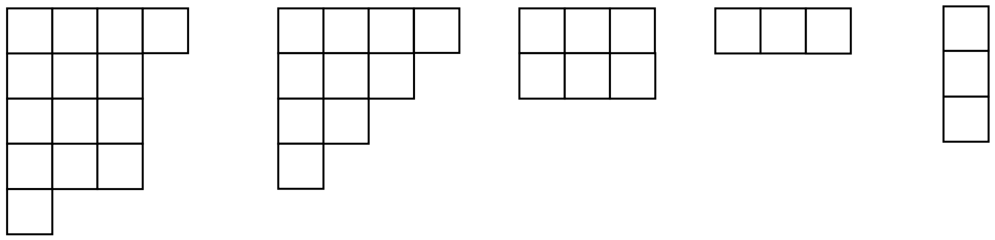
I	P	Z
1	2	2
2	4	6
3	6	12
4	8	20

5	10	30
6	12	42
7	14	42
8	16	42
9	18	42
10	20	42
11	22	42

ESERCIZIO 6 (T.) (TABELLE DI YOUNG)

PREMESSA
Si chiamano *diagrammi di Ferrers* (di *n* caselle o di contenuto *n*) delle configurazioni di *n* caselle disposte in una o più righe orizzontali, allineate a sinistra e tali che ogni riga deve contenere un numero di caselle uguale o inferiore a quello della riga superiore. Queste configurazioni si descrivono anche con la lista dei numeri che indicano le lunghezze delle righe: il primo numero indica le caselle della prima riga, il secondo le caselle della seconda riga, e così via. Esempi sono i seguenti: sopra ogni diagramma è riportata la lista che lo descrive, che può essere chiamata *forma*.

[4,3,3,3,1] [4,3,2,1] [3,3] [3] [1,1,1]



Si chiama *tabella di Young* un diagramma di Ferrers di *n* caselle riempito con i numeri interi da 1 a *n*. Esempi sono i seguenti.

1	3	5	8
2	4	7	
6	9	10	
11	12	13	
14			

1	4	5	8
2	3	7	
6	9		
10			

1	3	5
2	4	6

2	3	1

1	3	5
2		
4		

Se i numeri, dentro le caselle, sono disposti in modo che il loro valore risulti in ordine crescente, sia per riga sia per colonna, la tabella si dice *standard*; (vedi prima, terza e quinta tabella precedente).
Nelle tabelle *standard*, la prima casella della prima riga contiene sempre 1. Il numero *n* si trova sempre nella casella più a destra di una delle righe del diagramma.
Infine, si tenga presente che, per esempio, per [4] e [1,1,1,1] esiste una sola tabella *standard*; per [3,1] e [2,1,1] ne esistono 3; se, però, nella forma [2,1,1] si fissa il 4 nella seconda casella della prima riga, allora esiste un solo modo di completare la tabella in maniera *standard*.

PROBLEMA
Si consideri il diagramma descritto dalla forma [6,3,2,1,1,1];

1. se 6 è (fisso) nella sesta casella della prima riga e 11 è (fisso) nell’ultima casella della prima colonna, determinare in quanti modi N1 è possibile completare il diagramma in maniera *standard*.
2. se 7 è (fisso) nella sesta casella della prima riga e 11 è (fisso) nell’ultima casella della prima colonna, determinare in quanti modi N2 è possibile completare il diagramma in maniera *standard*.
3. se 8 è (fisso) nella sesta casella della prima riga e 11 è (fisso) nell’ultima casella della prima colonna, determinare in quanti modi N3 è possibile completare il diagramma in maniera *standard*.

N1	$$$01
N2	$$$02

N3	$$$03

SOLUZIONE

N1	2
N2	10
N3	30

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il diagramma, nel caso 1. è mostrato nella figura seguente;

1					6
11					

è ovvio che la prima riga può essere completata solo con 2, 3, 4, 5 e che la prima colonna può essere completata solo con 7, 8, 9, 10; rimane un solo modo di collocare 12 e due modi per 13 e 14.

Il diagramma, nel caso 2. è mostrato nella figura seguente;

1					7
11					

è ovvio che la prima riga può essere completata solo con 2, 3, 4, 5, 6 ed esistono 5 modi per farlo, escludendo di volta in volta un elemento diverso di tale insieme; la prima colonna può essere completata solo con l’elemento escluso e 8, 9, 10; rimane un solo modo di collocare 12 e due modi per 13 e 14.

In totale 5×2 = 10.

Nel caso 3. la prima riga può essere completata solo con 2, 3, 4, 5, 6, 7 ed esistono tanti modi per farlo quanti sono i modi di escludere due elementi dall’insieme: 15; la prima colonna può essere completata solo con gli elementi esclusi e 9, 10; rimane un solo modo di collocare 12 e due modi per 13 e 14.

In totale 15×2 = 30.

ESERCIZIO 7 (C.) (DATA BASE)

PREMESSA
Per gestire gli articoli in vendita presso un grande magazzino vengono utilizzate quattro tabelle il cui contenuto è descritto dai quattro termini seguenti:

tab1(<sigla dell'articolo>,<disponibilità all’apertura>,<prezzo di vendita>)
tab2(<sigla dell'articolo>,<sigla del fornitore>,<prezzo di acquisto>)
tab3(<sigla dell'articolo>,<tipo merceologico>, <reparto>)
tab4(<sigla dell'articolo>,<disponibilità alla chiusura>)

A fine giornata, la situazione di queste tabelle è la seguente:

tab1(a21,120,20)	tab1(a22,100,25)	tab1(a23,220,30)	tab1(a24,130,40).
tab1(a25,195,10)	tab1(a26,180,50)	tab1(a27,145,45)	tab1(a28,110,35).
tab1(a29,210,60)	tab1(a30,220,70)	tab1(a31,130,65)	tab1(a32, 215,75).
tab1(a33,145,40)	tab1(a34,120,35)	tab1(a35,210,60)	tab1(a36,220,60).
tab2(a21,g1,10)	tab2(a22,g4,15)	tab2(a23,g3,20)	tab2(a24,g4,30).
tab2(a25,g3,5)	tab2(a26,g1,30)	tab2(a27,g3,40)	tab2(a28,g1,25).
tab2(a29,g2,30)	tab2(a30,g2,60)	tab2(a31,g2,45)	tab2(a32,g1,35).
tab2(a33,g4,20)	tab2(a34,g2,15)	tab2(a35,g2,15)	tab2(a36,g4,30).
tab3(a21,a,x)	tab3(a22,a,y)	tab3(a23,b,z)	tab3(a24,b,x)
tab3(a25,c,z)	tab3(a26,c,y)	tab3(a27,d,y)	tab3(a28,a,y)
tab3(a29,b,x)	tab3(a30,c,y)	tab3(a31,b,x)	tab3(a32,c,z)
tab3(a33,d,z)	tab3(a34,b,x)	tab3(a35,a,z)	tab3(a36,b,x)
tab4(a21,60)	tab4(a22,60)	tab4(a23,100)	tab4(a24,80)
tab4(a25,90)	tab4(a26,50)	tab4(a27,45)	tab4(a28,30)
tab4(a29,180)	tab4(a30,150)	tab4(a31,30)	tab4(a32,50)
tab4(a33,25)	tab4(a34,50)	tab4(a35,60)	tab4(a36,120)

Da queste tabelle si ricavano per esempio le seguenti informazioni: l’articolo a21 appartiene al tipo merceologico a, proviene dal fornitore g1, ne sono stati venduti 60 esemplari con un guadagno unitario di 10 euro e guadagno giornaliero di 600 euro.

PROBLEMA
Trovare:
- la lista L1 degli articoli distribuiti dal fornitore g2,
- la lista L2 dei fornitori che distribuiscono articoli di tipo merceologico c,
- la lista L3 dei reparti (elencati in ordine crescente) in cui sono esposti articoli del fornitore g3,
- la lista L4 degli articoli del reparto y venduti a un prezzo maggiore o uguale al 50% del costo.

NB. Gli elementi di una lista vanno riportati in ordine alfabetico crescente; per esempio:

a21<a22<a23,…; f01<f02<f03<f04<…;

quando una lista non contiene elementi, si dice che la lista è vuota e si scrive [] (parentesi quadra aperta seguita *immediatamente* da parentesi quadra chiusa).

L1	[$$$01]
L2	[$$$02]
L3	[$$$03]
L4	[$$$04]

SOLUZIONE

L1	[a29, a30, a31, a34, a35]
L2	[g1, g2, g3].
L3	[y,z]
L4	[a22, a26]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione deriva immediatamente dalle definizioni.

2 ?- ps1(g2,L). L = [a29, a30, a31, a34, a35].
3 ?- ps2(c,L). L = [g3, g1, g2, g1].
4 ?- ps3(g3,L). L = [z, z, y].
5 ?- ps4(y,L). L = [a22, a26].

ESERCIZIO 8 (T.) (ARITMETICA)

PREMESSA
La funzione fattoriale $n!$ è definita come segue per tutti i numeri naturali (interi non negativi) n:

$$0! = 1$$
$$n! = n \times (n - 1)! \quad (n > 0)$$

Per i numeri naturali a e b, si dice che a divide b se esiste un numero naturale k tale che:
$$k \times a = b$$

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande, scrivendo SI oppure NO nell’ultima colonna.

DOMANDA			RISPOSTA
27	divide	6!	$$$01
10000	divide	20!	$$$02
100000	divide	20!	$$$03
1009	divide	1000!	$$$04

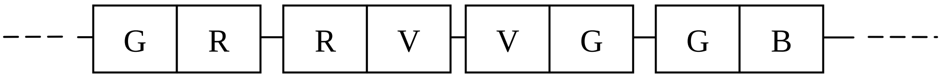
SOLUZIONE

DOMANDA			RISPOSTA
27	divide	6!	NO
10000	divide	20!	SI
100000	divide	20!	NO
1009	divide	1000!	NO

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Semplice se si scompongono divisore e dividendo in fattori primi.

ESERCIZIO 9 (T) (COMBINATORIA)

PREMESSA
La piccola Mary ha dei braccialetti di perline: queste sono di forma oblunga e divise in due colori; il braccialetto è infilato in modo tale che le parti adiacenti di perline consecutive hanno lo stesso colore, come mostrato in figura.



Esistono sei colori: giallo, rosso, verde, blu, arancio, marrone. Una perlina può essere descritta dal termine

p(<iniziale del colore>,<iniziale del colore>).

Il braccialetto può essere descritto da una lista di tali termini, in modo che i colori combacino come sopra descritto. Per esempio la seguente lista rappresenta uno dei braccialetti di Mary.

[p(G,R), p(R,R), p(R,B), p(B,R), p(R,M), p(M,M), p(M,V), p(V,G)].

Naturalmente anche la lista

[p(R,R), p(R,B), p(B,R), p(R,M), p(M,M), p(M,V), p(V,G), p(G,R)]

rappresenta lo stesso braccialetto. (E molte altre!)

Sfortunatamente si rompono due braccialetti e Mary cerca di raccogliere le perline, che sono facilmente separabili perché quelle di braccialetti diversi hanno forma diversa.
L'elenco di quelle del primo braccialetto è:

p1(G,R)
p1(R,V)
p1(V,B)
p1(B,A)
p1(A,M)

L'elenco di quelle del secondo braccialetto è:

p2(G,R)
p2(G,G)
p2(V,B)
p2(V,R)
p2(G,B)

Mary è disperata perché non è nemmeno sicura di aver recuperato tutte le perline.

PROBLEMA
Aiutate Mary a ricostruire i due braccialetti.

N.B. 1 Un braccialetto è individuato da una lista che contiene in ordine opportuno i termini che individuano le perline: per eliminare ogni ambiguità si parta dalla prima perlina di ogni elenco, *così come è scritta*.

N.B. 2 Se non è possibile ricostruire il braccialetto (perché mancano delle perline) segnalare questa evenienza con la lista vuota: [-] (il trattino, segno meno, tra le parentesi quadre)

Primo braccialetto	[$$$01]
Secondo braccialetto	[$$$02]

SOLUZIONE

Primo braccialetto	[-]
Secondo braccialetto	[p2(G,R),p2(R,V),p2(V,B),p2(B,G),p2(G,G),]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È essenziale realizzare che se una perlina è rappresentata dal termine p(X,Y) è anche rappresentata dal termine p(Y,X): questo equivale a infilare nei due modi possibili la perlina per formare il braccialetto.
L’esercizio si risolve per (facili) tentativi.

ESERCIZIO 10 (C.) (STATISTICA)

PREMESSA
Un supermercato analizza l’andamento delle vendite di alcuni prodotti negli ultimi 12 mesi; il risultato di questa analisi (numero di pezzi venduti al mese) per i prodotti A, B e C è riportato rispettivamente nelle seguenti liste:

A: [100,102,104,103,102,106,108,112,109,110,111,112].
B: [10,12,13,11,11,12,12,10,12,12,11,13].
C: [50,54,52,55,56,57,54,53,56,58,59,60].

La direzione del supermercato desidera analizzare le variazioni delle quantità vendute mensilmente; per esempio si vede che le vendite del prodotto C dal primo al quarto mese sono aumentate del 10%

PROBLEMA
Il prezzo di vendita dei prodotti è stato il seguente: 10 euro per A, 100 euro per B e 25 euro per C.
Trovare il prodotto da associare a N0, N1, N2, N3, N4 se:

N0 è il prodotto che ha dato il maggior ricavo nei 12 mesi;
N1 è il prodotto con il maggior incremento percentuale di vendite nei 12 mesi;
N2 è il prodotto con il maggior incremento assoluto di vendite nei 12 mesi;
N3 è il prodotto con il minor incremento percentuale di vendite nei 12 mesi;
N4 è il prodotto che ha realizzato il maggior ricavo nel secondo semestre.

N0	$$$01
N1	$$$02
N2	$$$03
N3	$$$04
N4	$$$05

SOLUZIONE

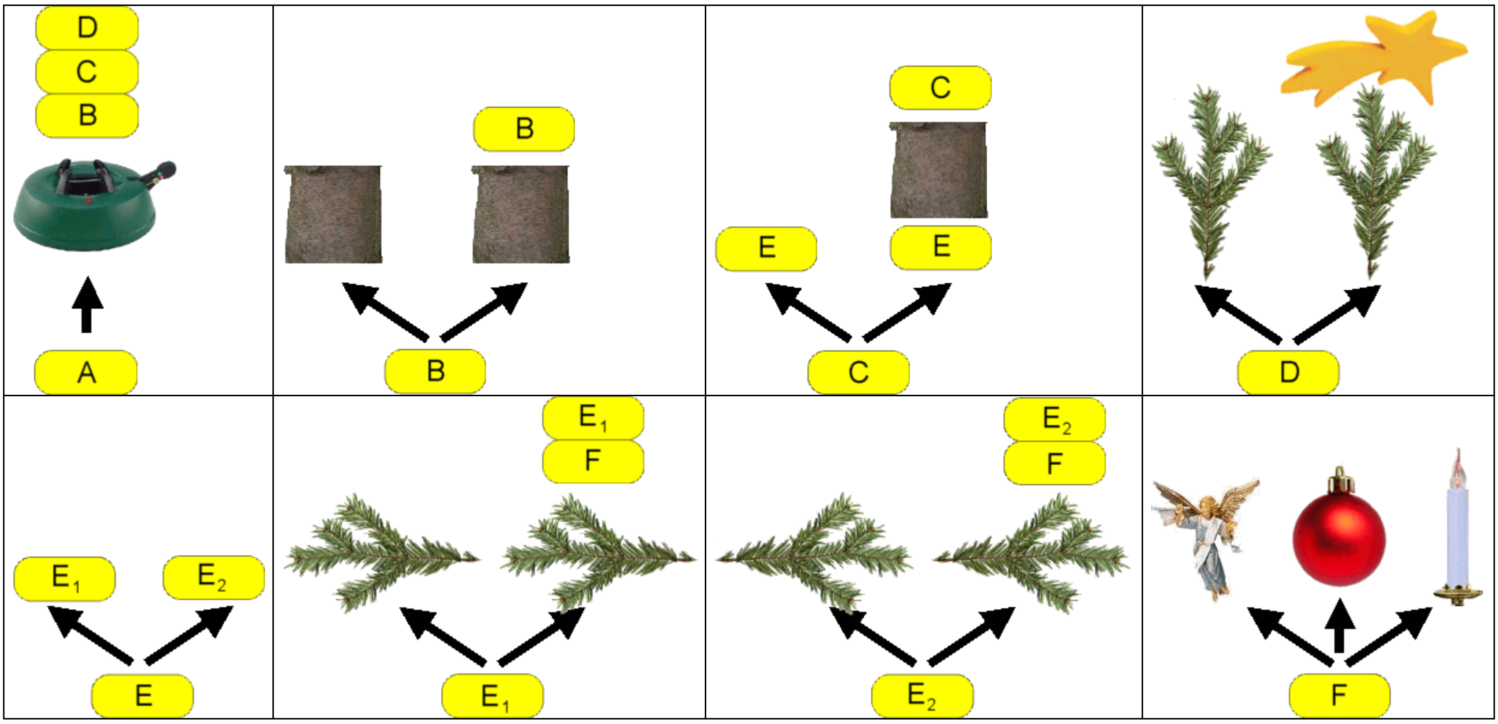
N0	C
N1	B
N2	A
N3	A
N4	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Semplice applicazione delle definizioni.

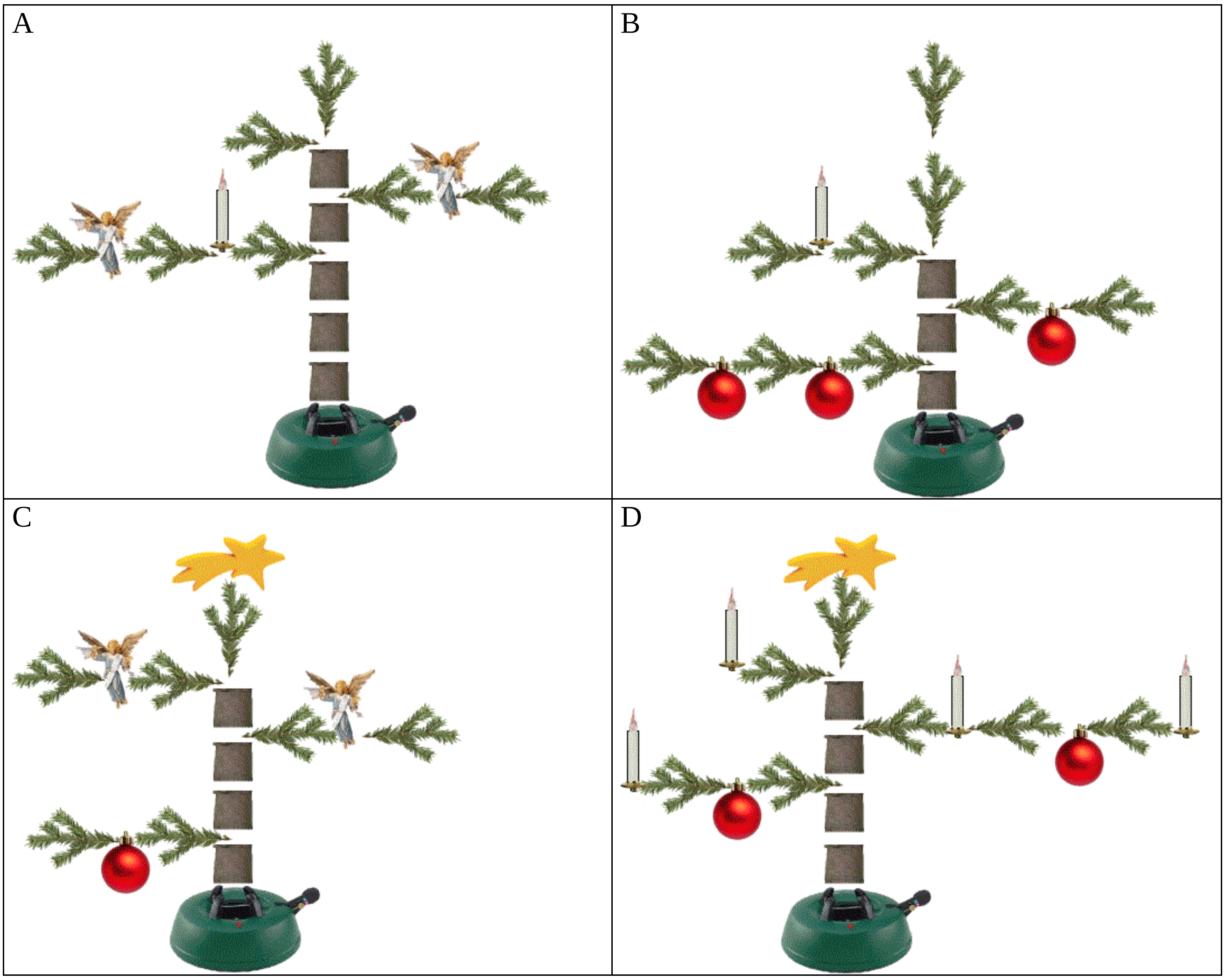
ESERCIZIO 11 (CASTORO)

Christmas is coming and father beaver wants to build the most beautiful Christmas tree, the beaver family has ever had. The decorated trees must be derived from the 8 derivation rules shown in the following figure.

The derivation begins with the start symbol A. Each yellow box can now be replaced by one of the rules. In the event that there are two or more arrows, as in the case B, it means that you can choose one of replacement options.



Father beaver makes four proposals to the family, as he would like to decorate the Christmas tree this year.



Unfortunately, only one of the proposals corresponds to the derivation rules: which one?
Enter your choice (a letter A-D): $$$01

SOLUZIONE

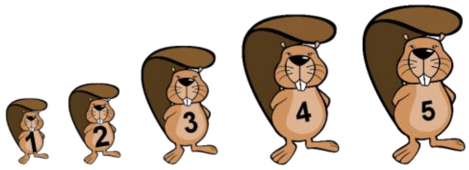
A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

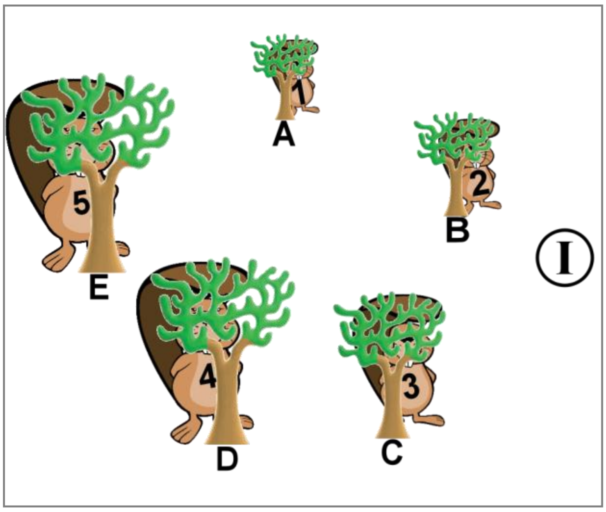
Solution A is correct, because all the rules are followed.
Solution B is incorrect, because the tip may consist of only one branch.
Solution C is incorrect, because in a tree trunk it is not allowed that, after the first branch, two pieces follow directly.
Solution D is incorrect, because a tree branch can not end with a candle.

ESERCIZIO 12 (CASTORO)

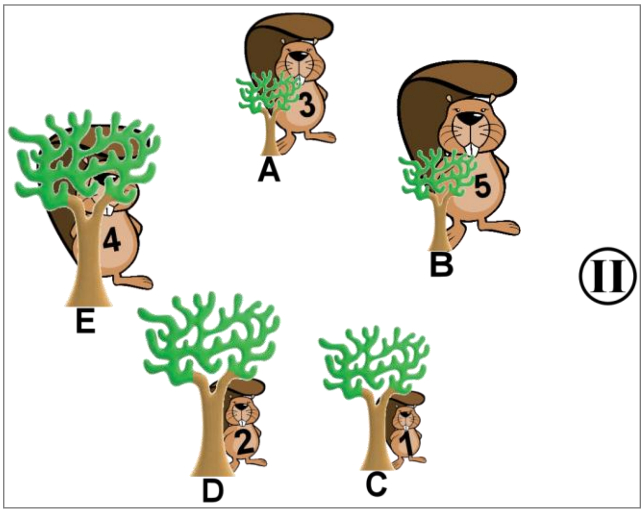
Five beavers (numbered from 1 to 5) are playing hide and seek.



Every beaver ideally seeks shelter behind a tree, which is as large as the beaver is (see figure I).



If they start hide and seek thoughtlessly, it may happen that some beavers stand behind trees that are too small (see figure II).



To reach the ideal situation I starting from situation II, the beavers are using the following rule. It is applied starting from tree A clockwise for each tree. (A – B – C – D – E – A – B …):
If the beaver is larger than the tree, the beaver has to change places with the next beaver clockwise. Continue with the next tree clockwise.

After how many steps (place changes) N do the beavers reach the ideal situation (see figure I)?

N	$$$01

SOLUZIONE

N	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

The correct solution is 7:

start situation	A3-B5-C1-D2-E4	
step 1	A5-B3-C1-D2-E4	
step 2	A5-B1-C3-D2-E4	
step 3	A1-B5-C3-D2-E4	
step 4	A1-B3-C5-D2-E4	
step 5	A1-B3-C2-D5-E4	
step 6	A1-B3-C2-D4-E5	
step 7	A1-B2-C3-D4-E5	final situation