

## ESERCIZIO 1

### PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) la regola 19. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

### PROBLEMA

Sono date le seguenti regole:

regola(1,[x],y)	regola(2,[x,r],v)	regola(3,[x,y],r)
regola(4,[x,y],c)	regola(5,[y],g)	regola(6,[x,v],f)
regola(7,[a,x],p)	regola(8,[x,g],b)	regola(9,[b,x],m)
regola(10,[w,f],b)	regola(11,[c,d],a)	regola(12,[q,x],a)

Assegnati gli elementi **[x,w]**, esistono due procedimenti per dedurre **m**; trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento più breve,
2. la lista L2 che descrive il procedimento più lungo.

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare; se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	

### SOLUZIONE

L1	[1,5,8,9]
L2	[1,3,2,6,10,9]

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla: se esiste una regola i cui antecedenti

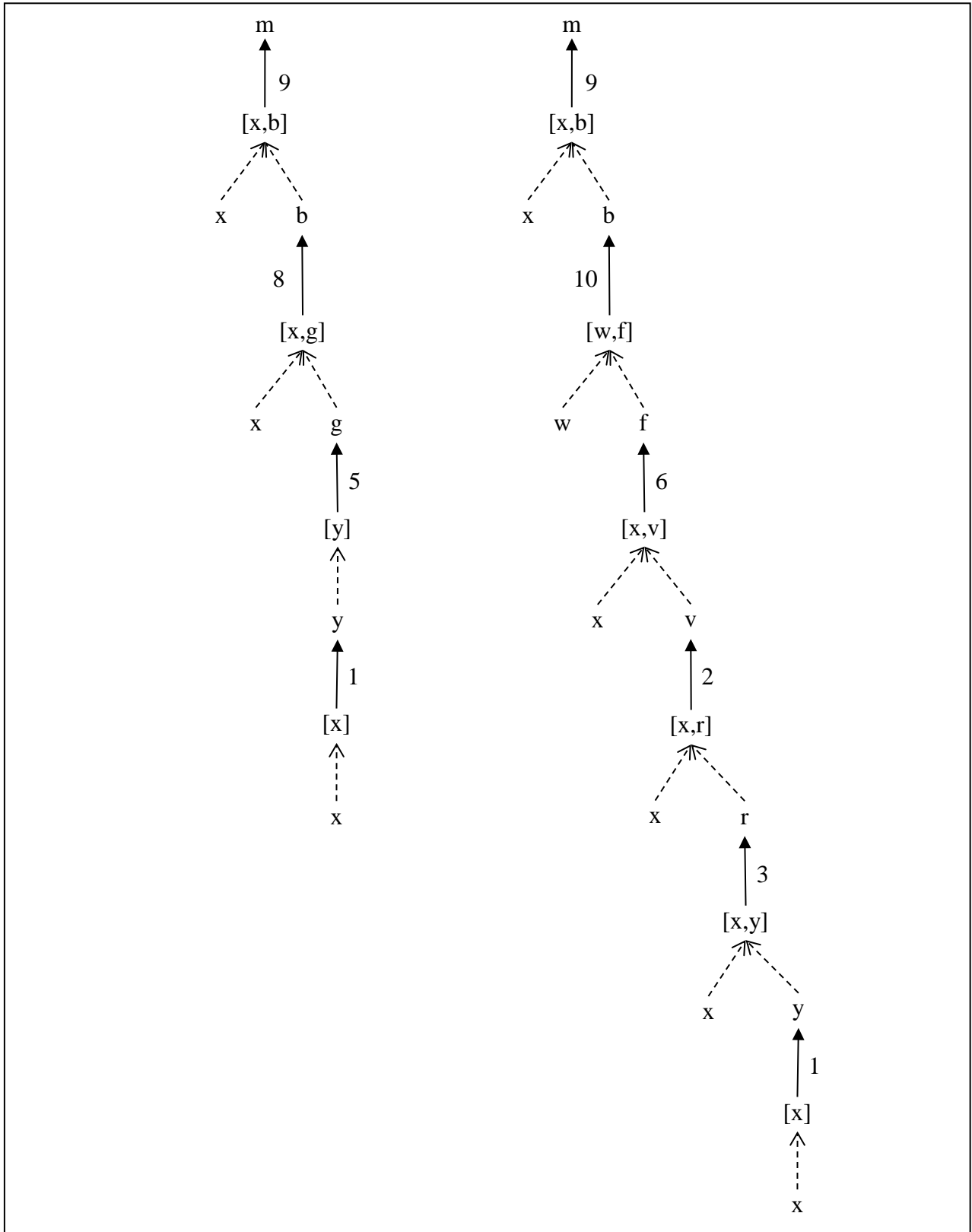
sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Dovendo dedurre **m**, si vede immediatamente che esiste una sola regola con conseguente **m**: la 9; questa regola ha come antecedenti **x** (dato) e **b** incognito. Per dedurre **b** esistono due possibilità: la regola 8 oppure la regola 10.

La regola 8 ha come antecedenti **x** (dato) e **g** incognito; per dedurre **g** esiste solo la regola 5 che ha come antecedente **y**; per dedurre quest'ultimo esiste solo la regola 1 che ha come antecedente **x**, dato. Ricapitolando, quindi, il procedimento è rappresentato dalla lista [1,5,8,9].

Alternativamente per dedurre **b** si può usare la regola 10, che ha come antecedenti **w** (dato) e **f** incognito; **f** si può dedurre solo con la regola 6, che ha come antecedenti **x** (dato) e **v** incognito; per dedurre **v** esiste solo la regola 2 che ha come antecedente **x** (dato) e **r** incognito; per dedurre **r** esiste solo la regola 3 che ha come antecedenti **x** (dato) e **y** incognito. Per dedurre quest'ultimo esiste solo la regola 1 che ha come antecedente **x**, dato. Ricapitolando, quindi, il procedimento è rappresentato dalla lista [1,3,2,6,10,9].

I due processi sono i soli possibili per dedurre **m**, quindi è immediato individuare le due liste richieste. La figura successiva illustra graficamente i due processi.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
■	■	3												
♁		■												

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♁ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♁ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♁		♁	
♁				♁
		♁		
♁				♁
	♁		♁	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

Un percorso è descritto dalla *lista delle coordinate delle caselle attraversate*; un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può *raccogliere* lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]]. Nel percorso da P a Q, sopra descritto, il *totale di premi raccolti* è pari a 10.

PROBLEMA

Un campo di gara ha dimensioni 5×5; le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[1,2],[1,3],[1,4],[2,4],[3,4],[4,1],[4,2],[4,4],[4,5],[5,4]];

i premi, invece, sono descritti dalla seguente lista:

[[3,1,10],[2,2,12],[2,3,13]].



Al robot sono *vietati* i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [oso,nno,ene], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo  $\curvearrowright$ ) nella seguente figura.

	×		$\curvearrowright$	
$\curvearrowright$				×
		†		
×				$\curvearrowright$
	$\curvearrowright$		$\curvearrowright$	

Partendo dalla casella [1,1], il robot deve raggiungere la casella [5,5], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

- il percorso L1 in cui si raccoglie il massimo di premi;
- il percorso L2 in cui si raccoglie il minimo di premi;
- il numero N di percorsi possibili da [1,1] a [5,5].

L1	
L2	
N	

#### SOLUZIONE

L1	[[1,1],[2,3],[3,1],[4,3],[5,5]]
L2	[[1,1],[2,3],[3,5],[4,3],[5,5]]
N	2

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

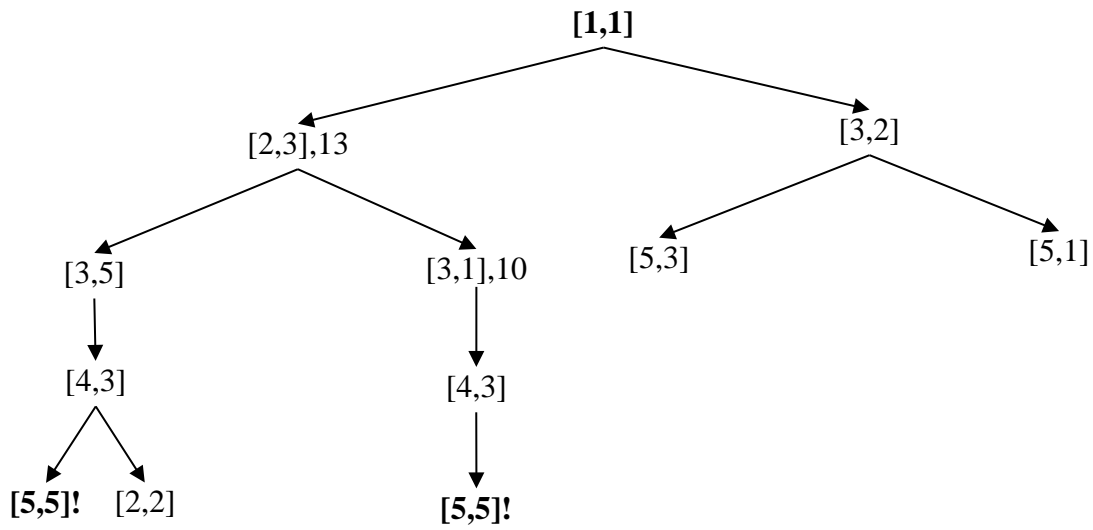
Il campo di gara è mostrato nella figura.

			■	
■	■	■	■	■
■	13			
■	12		■	
†		10	■	

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [1,1] si può andare in [2,3] (ma non in [3,2] perché è una mossa vietata); poi, per esempio, da [2,3] si può andare in [3,5], [3,1] (ma non in [1,5] perché è una mossa vietata né in [4,4] o [4,2] perché sono caselle interdette) e così via. Nell'albero in figura sono stati indicati i premi a fianco delle caselle nodo, dove appropriato.

N.B. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato.

Ci si arresta quando si è arrivati alla *meta* (caratterizzata da un "!" in figura) o in una casella da cui non ci si può muovere.



I percorsi sono successioni di nodi dalla radice alle foglie meta: quelli possibili e i premi raccolti sono quindi:

PERCORSO	PREMI RACCOLTI
[[1,1],[2,3],[3,5],[4,3],[5,5]]	13
[[1,1],[2,3],[3,1],[4,3],[5,5]]	23

## ESERCIZIO 3

## PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

$$\text{tab}(\langle \text{sigla del minerale} \rangle, \langle \text{valore in euro} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle).$$

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,200,150)	tab(m2,170,140)	tab(m3,180,130)
tab(m4,185,125)	tab(m5,210,149)	tab(m6,190,130)
tab(m7,186,121)	tab(m8,202,141)	tab(m9,169,133)

## PROBLEMA

- Disponendo di un autocarro con portata massima di 300 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 2 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.
- Disponendo di un autocarro con portata massima di 380 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di ottenere il massimo valore possibile.

N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine:  $m1 < m2 < \dots < m9$ .

L1	
L2	

## SOLUZIONE

L1	[m5,m8]
L2	[m4,m6,m7]

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di 2 o di 3 minerali presi tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle trasportabili, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono rispettivamente  $(9 \times 8) / (2 \times 1) = 36$  e  $(9 \times 8 \times 7) / (3 \times 2 \times 1) = 84$ , tale metodo è “pesante” (cioè richiede molti calcoli).

Per particolari problemi esistono comunque modi “più veloci”, detti *euristici* che consentono di (costruire ed) esaminare un minor numero di combinazioni.

Per la prima domanda del problema in esame si può osservare che tutte le coppie di minerali sono trasportabili (cioè pesano meno di 300 chili): allora basta prendere in considerazione i due minerali di maggior valore: m5 e m8.

Per la seconda domanda si può osservare che solo poche terne possono essere trasportate; conviene allora disporre i minerali in ordine crescente di peso:

minerale	peso	valore
m7	121	186
m4	125	185



m3	130	180
m6	130	190
m9	133	169
m2	140	170
...	...	...

Ci si può arrestare a m2, perché ogni terna che contiene m2 pesa più di 380 Kg.; in realtà si può escludere anche m9, perché ha il valore più basso; in conclusione si può cercare la soluzione tra i primi 4 minerali e quindi prendere in considerazione  $(4 \times 3 \times 2) / (3 \times 2 \times 1) = 4$  combinazioni.

[m7,m4,m3]	376	551
[m7,m4,m6]	376	561
[m7,m3,m6]	381	non trasportabile
[m4,m3,m6]	385	non trasportabile

Naturalmente la lista che rappresenta la soluzione deve essere scritta come richiesto dal problema, cioè [m4,m6,m7].



ESERCIZIO 4

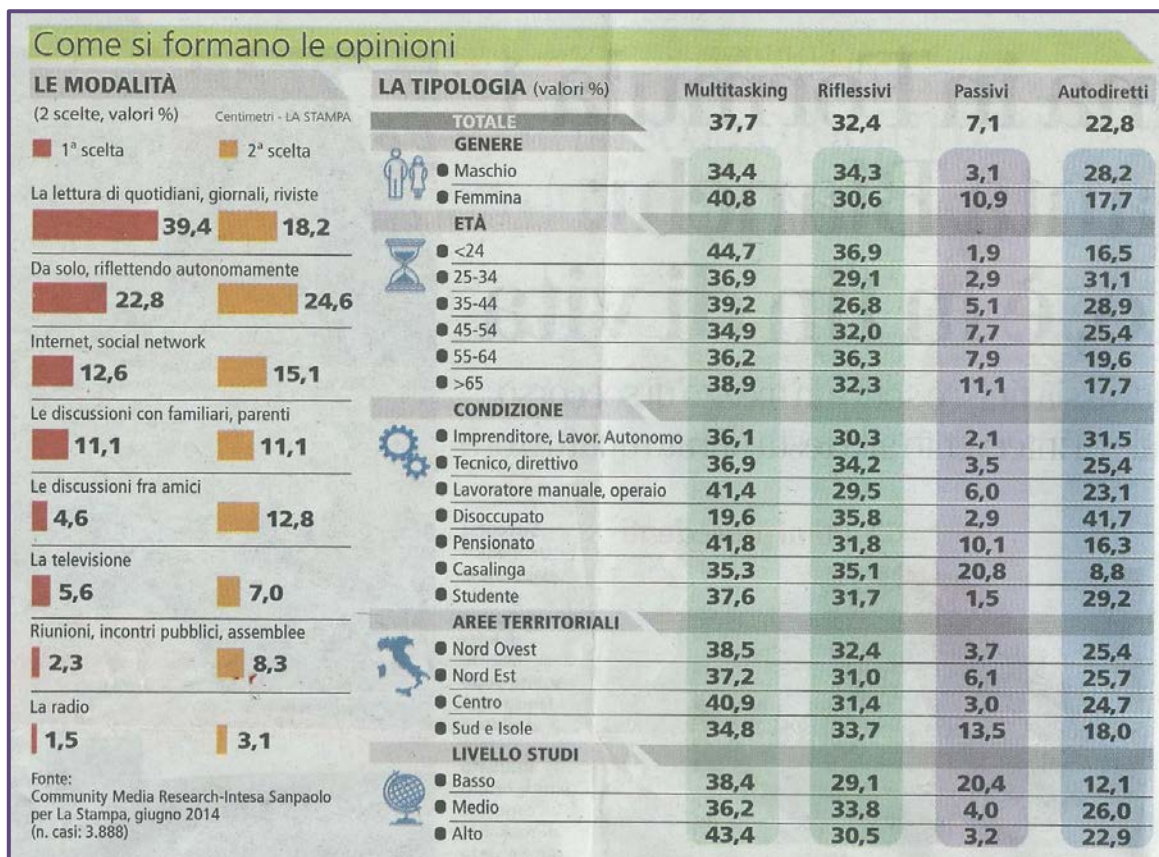
PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

*Vuoi capire il mondo? Con la carta non si sbaglia.*

*Il frutto delle nuove tecnologie della comunicazione risiede nel fatto che le dimensioni dello spazio e del tempo si contraggono progressivamente, fino quasi ad annullarsi. [...] Così, la quantità di informazioni di cui disponiamo, si è ampliata in modo esponenziale. Tuttavia, paradossalmente, la massa di dati che possiamo ottenere con questi mezzi, più che aiutarci a comprendere, spesso disorienta. A ben vedere, il volume di nozioni di cui disponiamo è inversamente proporzionale alla nostra capacità di scegliere e di decidere. [...] Ma come fondiamo le nostre opinioni? L'indagine LaST ha affrontato questo aspetto (vedi la tabella riepilogativa in fondo al testo), non tanto sul versante dell'utilizzo dei mezzi di informazione, ma su come riteniamo di formare le nostre opinioni, con quali modalità prevalenti. [...] La ricerca fa emergere come la formazione delle opinioni non avviene con modalità unidimensionali, ma seguendo molteplici canali. Sommando le diverse preferenze espresse, affiorano quattro tipologie di modalità di costruzione delle valutazioni:*

- *Multitasking: quanti prediligono mixare le modalità proposte nell'indagine LaST (discussioni con familiari e amici, letture di quotidiani e riviste, consultazione di internet e dei social network ecc.);*
- *Riflessivi: quanti prima si attivano nel ricercare fonti di informazione multiple (discussioni, letture, internet) per poi riservarsi uno spazio autonomo di riflessione;*
- *Autodiretti: si informano in modo autonomo, senza accedere a fonti di informazione se non attraverso la fruizione di media passivi (TV e radio);*
- *Passivi: chi si informa pochissimo, non si informa del tutto o tutt'al più solo con mezzi passivi (TV e radio).*



(Tratto da) Daniele Marini, *Dossier/Indagine LaST*  
La Stampa, lunedì, 6 ottobre, 2014

### PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Nel titolo dell'articolo è contenuta l'espressione: "*Con la carta non si sbaglia*". "Carta", a livello di linguaggio retorico è:
  - A. Una metafora;
  - B. Una metonimia;
  - C. Un ossimoro;
  - D. Una iperbole.
2. Le prime tre righe del testo sono: "*Il frutto delle nuove tecnologie della comunicazione risiede nel fatto che le dimensioni dello spazio e del tempo si contraggono progressivamente, fino quasi ad annullarsi. [...] Così, la quantità di informazioni di cui disponiamo, si è ampliata in modo esponenziale.*" A livello di linguaggio retorico si può riconoscere:
  - A. Un chiasmo;
  - B. Un paragone;
  - C. Una enumerazione;
  - D. Una antitesi.
3. L'autore usa l'avverbio "paradossalmente". In cosa consiste il paradosso?
  - A. Nel fatto che più abbiamo la possibilità di accedere alle informazioni, meno ci dedichiamo all'approfondimento delle tematiche;
  - B. Nel fatto che, alla maggiore quantità di informazioni possedute, non corrisponde una più grande chiarezza che permetta la formazione di una opinione profonda e completa;
  - C. Nel fatto che, all'enorme quantità di informazioni che possediamo non corrisponde una adeguata facilità di accesso, anche quando la fonte è digitale;
  - D. Nel fatto che, più raccogliamo informazioni da fonti differenti, più le nostre opinioni si formano in modo unidirezionale.
4. L'autore, per spiegare il rapporto che intercorre tra quantità di informazioni e qualità del messaggio usa l'espressione "*inversamente proporzionale*". In quale delle affermazioni seguenti "inversamente proporzionale" è usato in maniera corretta?
  - A. Un veicolo si muove a velocità costante lungo una strada: la velocità di movimento e la quantità di spazio percorso, in un intervallo di tempo fissato, sono inversamente proporzionali tra di loro;
  - B. Una abitazione in vendita ha un certo prezzo al mq. Il costo dell'abitazione e la sua superficie sono inversamente proporzionali;
  - C. Una molla, a un estremo della quale è sospeso un oggetto, si allunga a seconda del peso di quest'ultimo: la forza che viene esercitata dal peso sulla molla è inversamente proporzionale al suo allungamento;
  - D. Un veicolo percorre una certa distanza a velocità costante: la velocità del veicolo e il tempo di percorrenza sono inversamente proporzionali.
5. L'indagine LaST prende in considerazione e studia:
  - A. Soprattutto le modalità con cui le persone si formano le opinioni;
  - B. Soprattutto la ricaduta che ha avuto sull'informazione, la sempre maggiore riduzione della vendita dei giornali e la sempre maggiore diffusione dell'informazione digitale;



- C. Soprattutto il rapporto che intercorre tra informazione scritta e informazione “visiva”;
- D. Soprattutto come i metodi di diffusione dell’informazione sono cambiati nel corso degli ultimi cinquanta anni.
6. Dalla tabella posta in fondo al testo quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- A. Tra coloro che prima leggono o si informano e poi, successivamente, si prendono del tempo per approfondire da soli le proprie opinioni, si trovano, in maggioranza, persone del Nord Ovest;
- B. Le persone che hanno meno di 24 anni guardano poco la TV e ascoltano limitatamente la radio, ma, in maggioranza, attingono le informazioni da varie fonti, sia digitali che non digitali, per poi crearsi le proprie opinioni;
- C. I pensionati spiccano nella classifica come coloro che, in maggioranza, si creano le proprie opinioni in modo autonomo, utilizzando solo strumenti passivi o informandosi pochissimo;
- D. Internet e i *social network* sono, di gran lunga, gli “strumenti” più usati dagli intervistati per ottenere informazioni usate poi per costruire ed elaborare una propria opinione.
7. Dal testo e dalla tabella annessa, si può intuire che:
- A. Lo sfrenato e massiccio utilizzo di telefonini, *tablet*, PC, che le persone consultano spasmodicamente nel proprio quotidiano, secondo i dati della tabella, non costituisce il principale strumento per articolare valutazioni ed opinioni;
- B. I giovani, dai quali ci si aspetterebbe che costruiscano le proprie opinioni con un uso massiccio di strumenti informatici o con un utilizzo di più mezzi, risultano invece quelli più autodiretti;
- C. I mezzi “classici” di informazione (giornali, radio e TV) sono notevolmente meno utilizzati dagli intervistati, rispetto ad Internet ed ai Social Network;
- D. Il livello di studio non è un parametro che provoca sostanziali ed ampie differenze tra le tipologie di modalità di costruzione delle valutazioni.
8. La tipologia che avvicina, numericamente, maggiormente i giovanissimi ai pensionati è quella
- A. Dei Riflessivi;
- B. Dei Multitasking;
- C. Degli Autodiretti;
- D. Dei Passivi.
9. Dai dati emerge che
- A. In maggioranza, le persone con un livello medio di studi sono coloro che cercano autonomamente di formarsi una propria idea e che poi consultano solo media passivi per informarsi;
- B. Soprattutto donne che non lavorano fuori casa, in genere pensionate e con un basso titolo di studio sono coloro che si informano pochissimo, non si informano del tutto o tuttalpiù apprendono notizie guardando la TV;
- C. Soprattutto lavoratori autonomi, con un alto livello di studio e compresi tra 25 e 34 anni sono coloro che rappresentano meglio la categoria dei Passivi;
- D. Il livello di studi, tra i Riflessivi, è un dato molto sensibile nel caratterizzare le differenze all’interno di tale tipologia.
10. Dai dati si capisce che:
- A. Il numero dei maschi intervistati è maggiore di quello delle femmine;
- B. Il numero delle femmine intervistate è maggiore di quello dei maschi;
- C. Non è possibile determinare il numero dei maschi e delle femmine intervistati;
- D. Il numero dei maschi intervistati è esattamente uguale a quello delle femmine.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

### SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	B
4	D
5	A
6	B
7	A
8	C
9	B
10	C

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. La metonimia è una figura retorica che, tipicamente, scambia il contenuto con il contenente (o la causa con l'effetto): è il caso in questione. La carta è il "contenitore" della informazione scritta che è il "contenuto". Quindi "carta" è utilizzato per indicare le informazioni scritte o stampate. Non è una metafora (una generica traslazione di significato), un ossimoro (accostamento di due termini antitetici), una iperbole (esagerazione di un concetto, di un'immagine).
2. Si riconosce un'antitesi: il tempo e lo spazio si contraggono fino ad annullarsi, mentre il numero delle informazioni aumenta esponenzialmente. Non è un paragone tra due entità, non è un'enumerazione (un elenco di termini per coordinazione) e non è un chiasmo (una costruzione che incrocia specularmente due coppie di elementi, secondo lo schema: A - B / B - A).
3. Un paradosso è una affermazione, proposizione, tesi, che, per il suo contenuto o per la forma in cui è espressa, appare contraria all'opinione comune o alla verosimiglianza e riesce perciò sorprendente o incredibile. In questo caso, la risposta B è quella corretta, perché sarebbe naturale aspettarsi che coll'aumentare della quantità di informazioni a disposizione, dovrebbe aumentare la capacità di costruirsi un'opinione, ma l'indagine LaST dimostra l'esatto contrario. Nel testo non si parla di una relazione tra quantità di informazioni e approfondimenti (risposta A), tra la quantità di informazioni e la loro accessibilità (risposta C), tra molteplicità delle informazioni e unidirezionalità di formazione delle opinioni (risposta D).

4. Le risposte A, B e C presentano casi di proporzionalità diretta: più un'automobile si muove più strada percorre, più i metri quadrati di una casa aumentano, più il prezzo della stessa aumenta, più una massa pesa, maggiormente una molla si allungherà. Invece la risposta D presenta un caso di proporzionalità inversa: più un'automobile viaggia veloce, meno tempo occorrerà per percorrere uno spazio.
5. Il testo dice: “L’indagine laST ha affrontato questo aspetto (si veda la tabella riepilogativa in fondo al testo), non tanto sul versante dell’utilizzo dei mezzi di informazione, ma su come riteniamo di formare le nostre opinioni, con quali modalità prevalenti.”: è chiaro che la risposta corretta è la A. Le altre risposte contengono informazioni errate o non deducibili dal testo.
6. La risposta A è errata: l’item si riferisce ai Riflessivi che provengono in maggioranza dal Sud e dalle isole. La risposta C è errata: l’item si riferisce ai pensionati Autodiretti che non rappresentano la maggioranza di questa topologia. La risposta D è errata: tra le modalità, Internet e i Social Network raggiungono il 27,7% (somma tra prima e seconda scelta), che viene “superata” sia dalla lettura di giornali e quotidiani, sia dalla riflessione autonoma.
7. Si può intuire che ci saremmo aspettati di trovare Internet e i Social Network in testa alla classifica delle modalità: ciò potrebbe essere vero se si indagasse l’utilizzo dei mezzi di informazione (soprattutto quelli digitali), ma questa indagine non riguarda l’uso di tali mezzi, ma come essi influenzano la formazione di un’opinione. La risposta B è errata: gli “under” 24 sono in maggioranza “Multitasking”. La risposta C è errata: la somma dell’uso degli strumenti classici: TV + Radio + quotidiani/giornali/riviste ( $12,6 + 4,6 + 57,6 = 74,8$ ) è superiore a quella di Internet e dei Social Network (47,4). La risposta D è errata: se si considerano i Passivi e gli Autodiretti, le differenze che intercorrono tra un basso livello di studio ed uno alto sono molto ampi (3,2 contro 20,4 e 12,1 contro 26,0).
8. La percentuale degli “under” 24 (16,5) e degli “over” 65 (17,7) tra gli Autodiretti è molto simile.
9. La risposta A è errata: si tratta dei Passivi la cui percentuale maggiore non riguarda chi ha un medio livello di studi, ma chi l’ha basso. La risposta C è errata: le percentuali maggiori che riguardano i Passivi sono tra le casalinghe (non lavoratori autonomi), con un basso livello di studio (non alto) e oltre i 65 anni (non tra i 25 e i 34). La risposta D è errata: tra i Riflessivi le differenze tra chi ha un basso, medio o alto livello di studio varia dal 29,1 al 33,8, con differenze non così ampie (sensibile) da giustificare macroscopiche differenze.
10. Tutto quello che sappiamo è che sono state intervistate 3.888 persone tra maschi e femmine, ma nessun dato ci indica i numeri degli intervistati a seconda del genere. La risposta corretta è dunque la C.



## ESERCIZIO 5

## PROBLEMA

Let  $\lambda = [n_1, n_2, \dots, n_p]$  be a list of positive integers in non-increasing order; examples are:

[6,5,4,3,2] [6,3,3,2] [2,2,2,2] [1,1,1] [5]

If the numbers appearing in  $\lambda$  sum up to  $m$  then we write  $\lambda \vdash m$ ; so:

[6,5,4,3,2]  $\vdash$  20; [2,2,2,2]  $\vdash$  8; [5]  $\vdash$  5.

How many are the  $\lambda$ 's such that  $\lambda \vdash 5$ ? Put your answer in the box below.

## SOLUZIONE

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Le possibili liste in questione (elencate in ordine crescente di elementi) sono le seguenti:

[5],

[4,1], [3,2],

[3,1,1], [2,2,1],

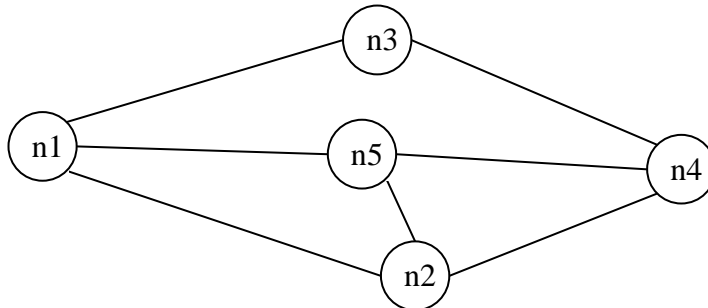
[2,1,1,1],

[1,1,1,1,1]

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome  $n_1, n_2, \dots, n_5$  e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| arco( $n_1, n_2, 6$ ) | arco( $n_1, n_3, 5$ ) | arco( $n_3, n_4, 4$ ) |
| arco( $n_1, n_5, 3$ ) | arco( $n_2, n_4, 3$ ) | arco( $n_2, n_5, 2$ ) |
| arco( $n_5, n_4, 6$ ) |                       |                       |

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista  $[n_5, n_2, n_4, n_3]$  descrive un percorso dal nodo  $n_5$  al nodo  $n_3$ ; tale percorso ha lunghezza  $K = 2 + 3 + 4 = 9$ .

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio  $[n_5, n_2, n_1, n_5]$ . Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio  $[n_5, n_2, n_4, n_3]$  è semplice, mentre  $[n_5, n_2, n_1, n_5, n_2, n_4, n_3]$  non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| arco( $n_1, n_2, 2$ ) | arco( $n_2, n_3, 3$ ) | arco( $n_3, n_4, 2$ ) |
| arco( $n_4, n_5, 1$ ) | arco( $n_5, n_3, 4$ ) | arco( $n_6, n_1, 1$ ) |
| arco( $n_1, n_3, 6$ ) | arco( $n_2, n_6, 4$ ) |                       |

Disegnare il grafo e:

- trovare la lista  $L_1$  del percorso semplice *più lungo* tra  $n_5$  e  $n_6$ ;
- trovare la lista  $L_2$  del percorso semplice *più breve* tra  $n_5$  e  $n_6$ .

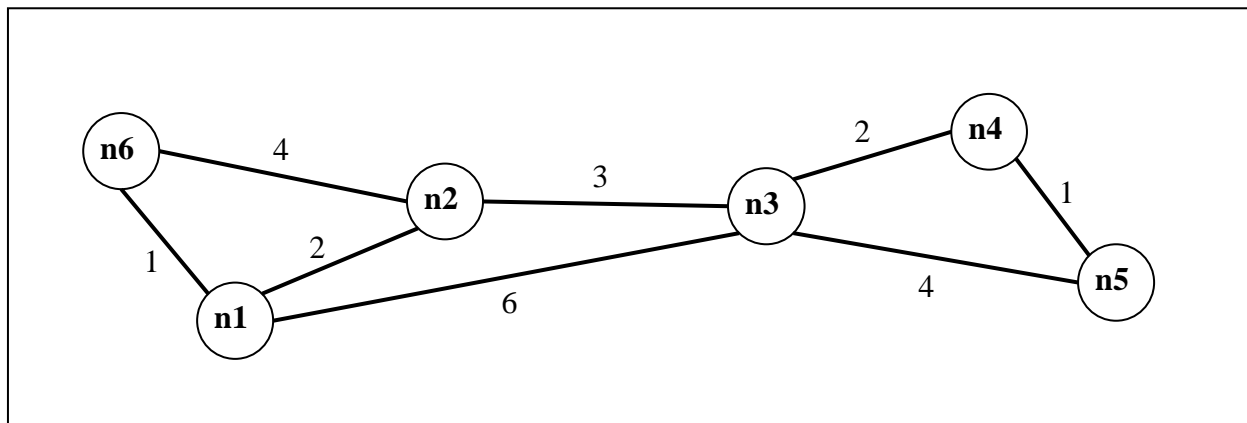
L1	
L2	

SOLUZIONE

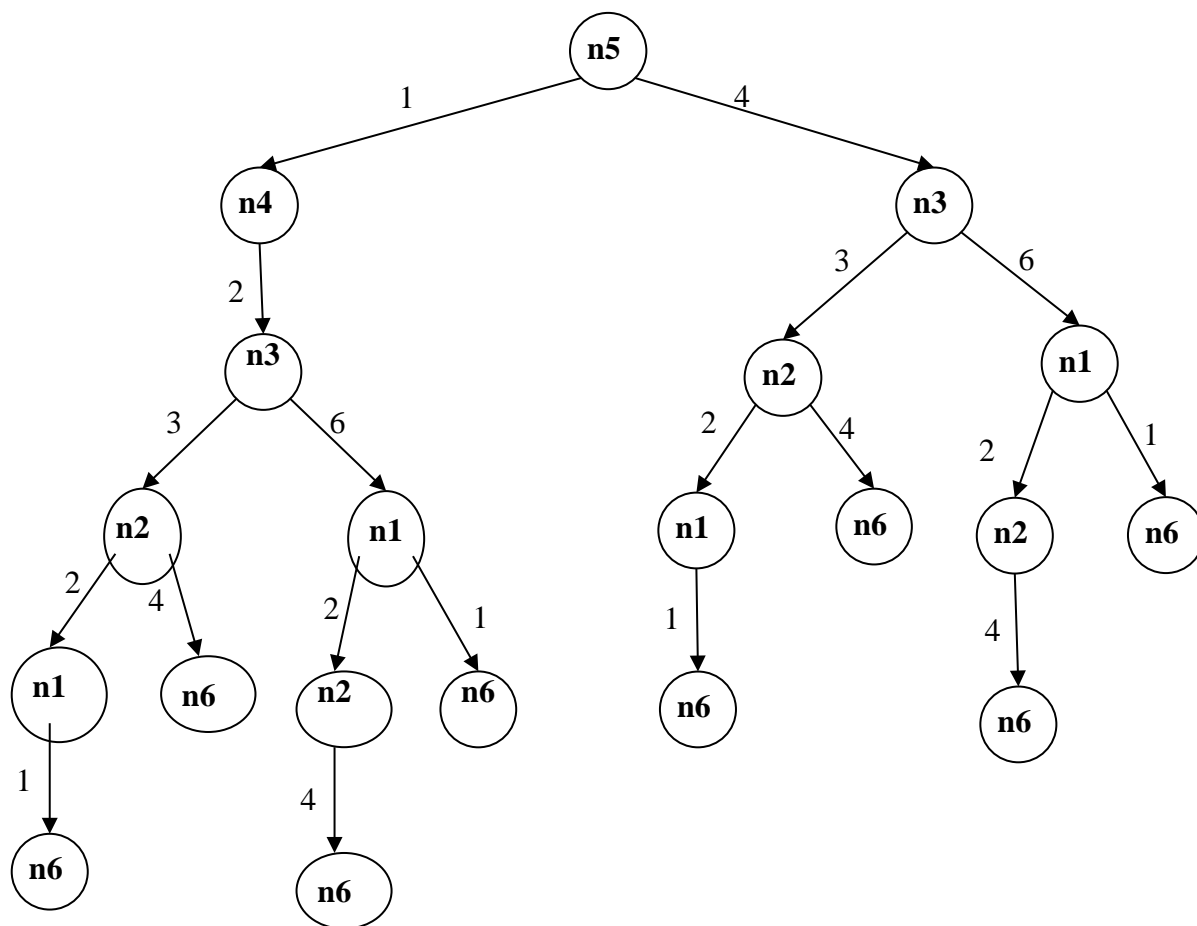
L1	$[n_5, n_3, n_1, n_2, n_6]$
L2	$[n_5, n_4, n_3, n_2, n_1, n_6]$

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino come, per esempio, mostrato nella seguente figura.



Dal grafo si costruisce l'albero dei percorsi tra n5 e n6, come mostrato nella seguente figura.



Dall'albero è facile costruire tutti i percorsi tra n5 e n6 e la relativa lunghezza.

[n5, n4, n3, n2, n1, n6]	9
[n5, n4, n3, n2, n6]	10
[n5, n4, n3, n1, n2, n6]	15
[n5, n4, n3, n1, n6]	10
[n5, n3, n2, n1, n6]	10
[n5, n3, n2, n6]	11
[n5, n3, n1, n2, n6]	16
[n5, n3, n1, n6]	11





PROBLEM SOLVING



**Scuola Sec. Secondo grado – Squadre - Gara 1 - 14/15**

## ESERCIZIO 7

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	4	2
A3	3	3
A4	3	3
A5	3	2
A6	3	3
A7	4	2
A8	3	2
A9	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità*, descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta *successiva*) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta *precedente*) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando *tutte* le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A2,A4], [A2,A5], [A4,A7],  
 [A4,A8], [A5,A7], [A6,A8], [A7,A9], [A8,A9].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare inoltre Rm: il numero minimo di ragazzi necessario per realizzare il progetto così pianificato.

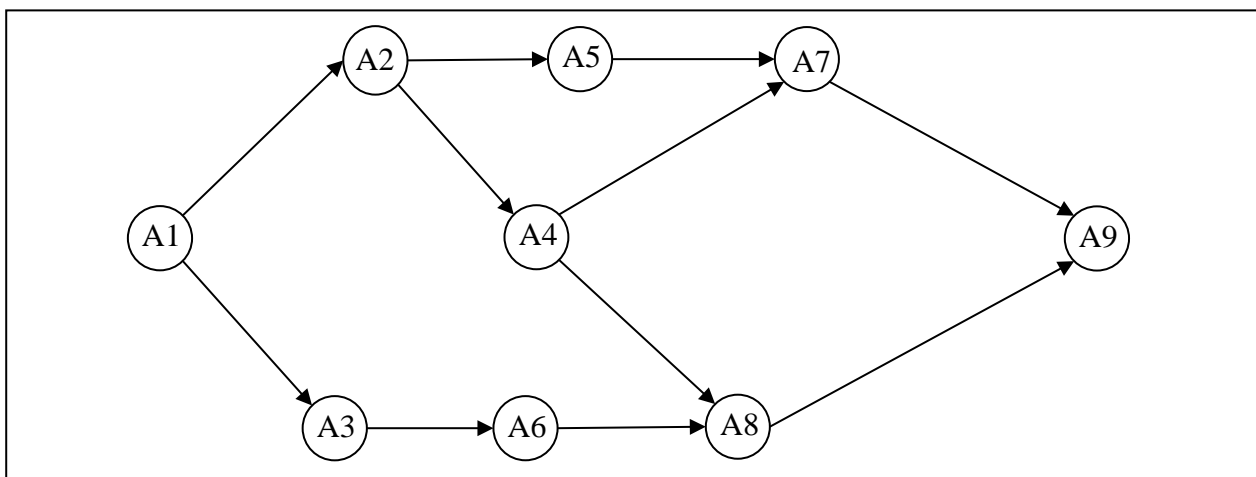
N	
Rm	

## SOLUZIONE

N	11
Rm	9

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

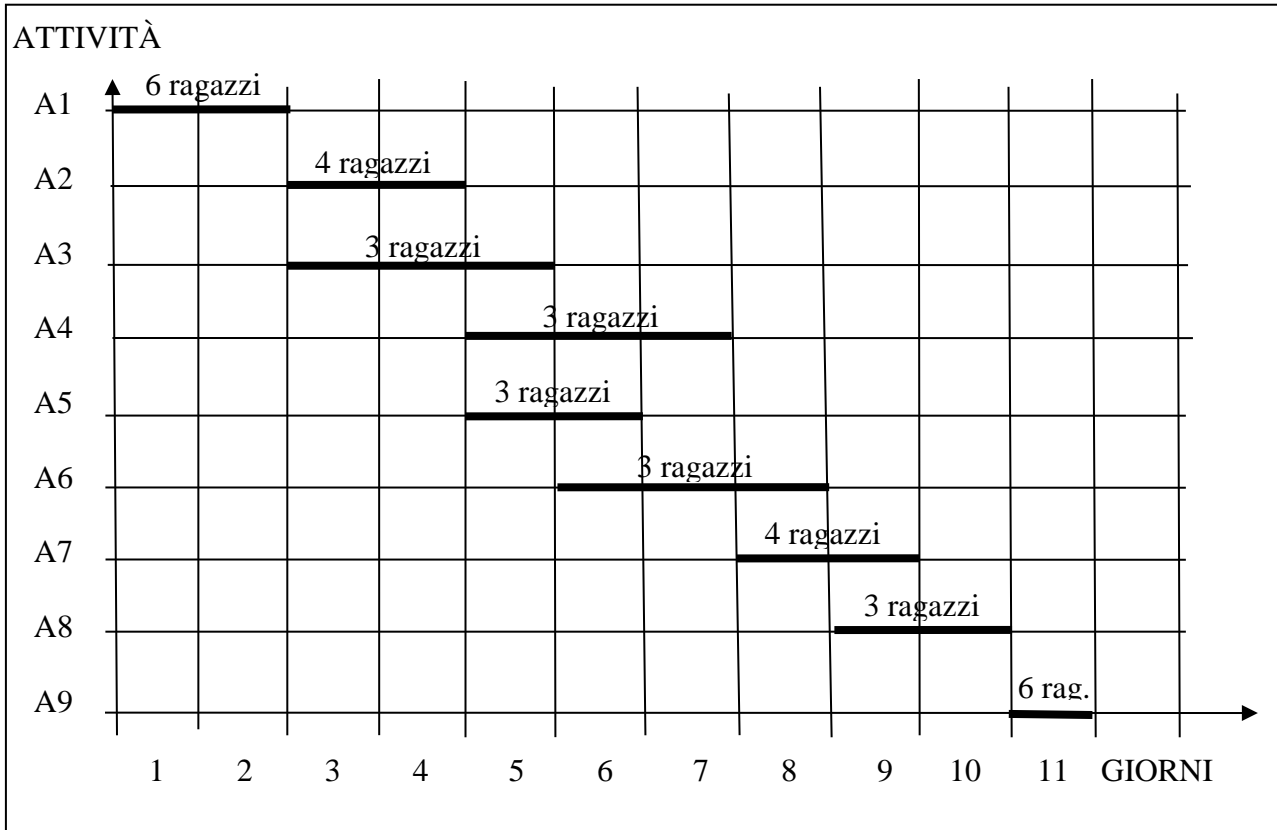
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A9); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.

Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale in corrispondenza a una attività è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).

Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); l'attività A4 può iniziare solamente quando è terminata la A2.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 9 (giorni 5, 6): questo è anche il numero minimo di ragazzi per realizzare il progetto così pianificato.

## ESERCIZIO 8

## PROBLEMA

La successione:

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

si dice successione dei *numeri di Fibonacci*; è costruita a partire da

1, 1,

e continuando con la seguente regola: ogni termine aggiunto si ottiene sommando i due precedenti.

Quindi il terzo termine della successione di Fibonacci è 2, il quarto è 3, il quinto è 5, il sesto è 8 e così via. Si dice anche che il termine di posizione 1 è 1, il termine di posizione 3 è 2, il termine di posizione 6 è 8.

Trovare la posizione  $K \neq 1$  per cui il numero di Fibonacci (in quella posizione) è uguale a  $K^2$  (cioè al quadrato della posizione).

K	
---	--

## SOLUZIONE

K	12
---	----

## COMMENTO ALLA SOLUZIONE

Basta continuare a scrivere alcuni termini della successione:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

e si osserva che il 12-esimo termine è 12 al quadrato.

**ESERCIZIO 9**

**PROBLEMA**

Date le seguenti funzioni (cioè definizioni o formule):

$$Y = X + 1$$

$$Z = -X^2 + 20 \times X + 2$$

trovare il più piccolo valore intero positivo di X per cui risulta  $Y > Z$ .

X	
---	--

**SOLUZIONE**

X	20
---	----

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Una maniera di risolvere il problema è “tabulare” le funzioni per i primi valori interi della variabile (facendo i conti a mano o con un programma):

X	Y	Z
1	2	21
2	3	38
3	4	53
4	5	66
5	6	77
6	7	86
7	8	93
8	9	98
9	10	101
10	11	102
11	12	101
12	13	98
13	14	93
14	15	86
15	16	77
16	17	66
17	18	53
18	19	38
19	20	21
20	21	2
21	22	-19
...	...	...

**ESERCIZIO 10**

**PROBLEMA**

Si consideri la seguente procedura:

**Procedura PRIMA**

```
variables A, M, N integer;
input A;
M ← A;
N ← A;
for K = 1 to 8 step 1 do
    input A;
    if(A>M) then M ← A; endif;
    if(A<N) then N ← A; endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
```

Compreso il significato della procedura, supponendo che i (nove) valori di input per la variabile A siano:

3,7,-5, 8,12, -11, 0, 11, -9.

trovare i valori di output per M ed N.

M	
N	

**SOLUZIONE**

M	12
N	-11

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

La procedura acquisisce 9 valori per A e determina il massimo e il minimo assegnandoli, rispettivamente, a M ed N.

Si noti come, prima del ciclo “for”, M ed N hanno lo stesso valore (il primo per A): prima del nuovo input, M contiene il massimo ed N il minimo dei valori già acquisiti; questa proprietà si mantiene per tutta la procedura.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

Five days before the day after tomorrow is a Friday. What day of the week was 67 days before yesterday? Enter your answer in the box below. Remember that in English the day of the week are capitalized.

Hint: think of a diagram or chart to make the problem easier and remember that there are 7 days in a week.

SOLUZIONE

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

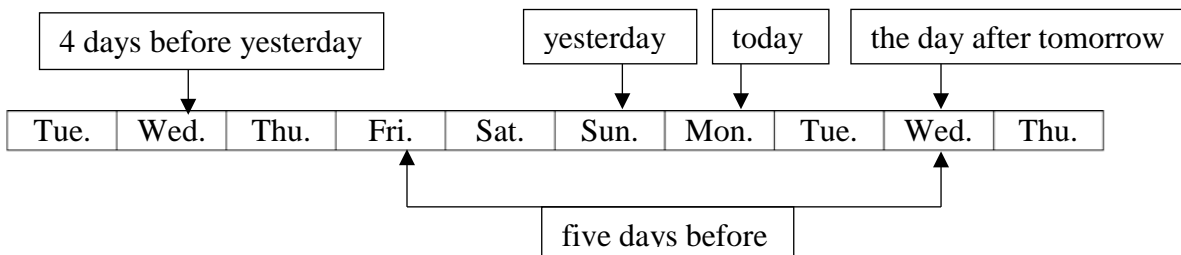
Si noti innanzitutto che i (7) giorni della settimana si susseguono ciclicamente: quindi il giorno della settimana “67 giorni prima ...” è lo stesso di 60 (cioè  $67 - 7$ ) giorni prima o di 53 (cioè  $67 - 14$ ) giorni prima. Poiché

$$67 = 7 \times 9 + 4$$

il giorno della settimana “4 giorni prima ...” è lo stesso di “67 giorni prima ...”, ma più semplice da determinare.

Ciò detto, uno schema rende chiara la risposta:

1. si disegna una successione di caselle con i nomi dei giorni;
2. partendo da un venerdì si individua la quinta casella a destra, che è “dopodomani”;
3. da “dopodomani”, spostandosi a sinistra, si individua “oggi” e quindi “ieri”;
4. da “ieri” si individua la casella “4 giorni prima”: questa contiene il nome cercato.





**ESERCIZIO 12****PROBLEMA**

The sum of five consecutive even numbers is 740. Enter the list of the five number, in ascending order, in the box below.

**SOLUZIONE****COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Poiché 740 è la somma di cinque numeri pari consecutivi, è chiaro che  $740/5 = 148$ , che è il valore medio di tali numeri, è anche il valore di quello “centrale” (nella successione dei cinque); i numeri, essendo pari, sono:  $148-4$ ,  $148-2$ ,  $148$ ,  $148+2$ ,  $148+4$ .