

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi “facili” possono essere risolti con una sola regola; per problemi “difficili” una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

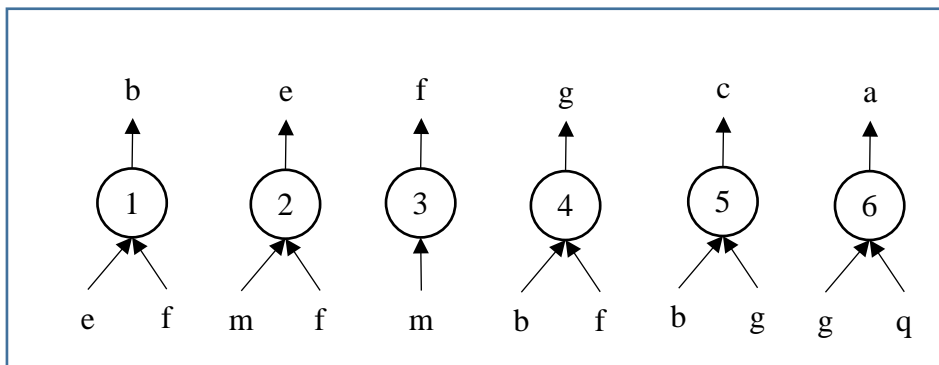
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)	regola(2,[m,f],e)	regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g)	regola(5,[b,g],c)	regola(6,[g,q],a)

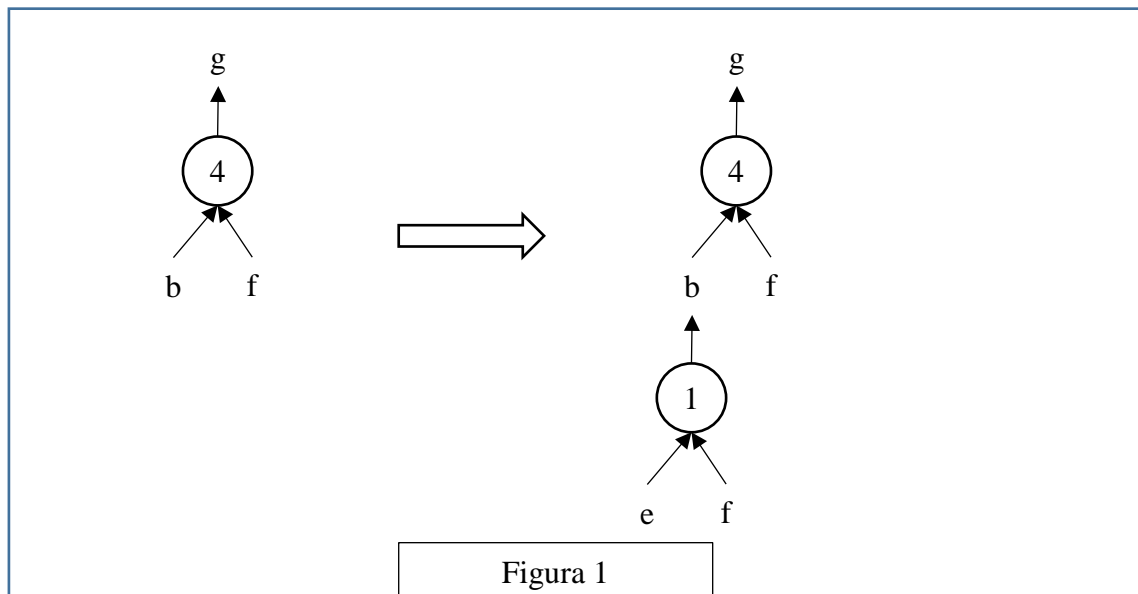
Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**”.

Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell’associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



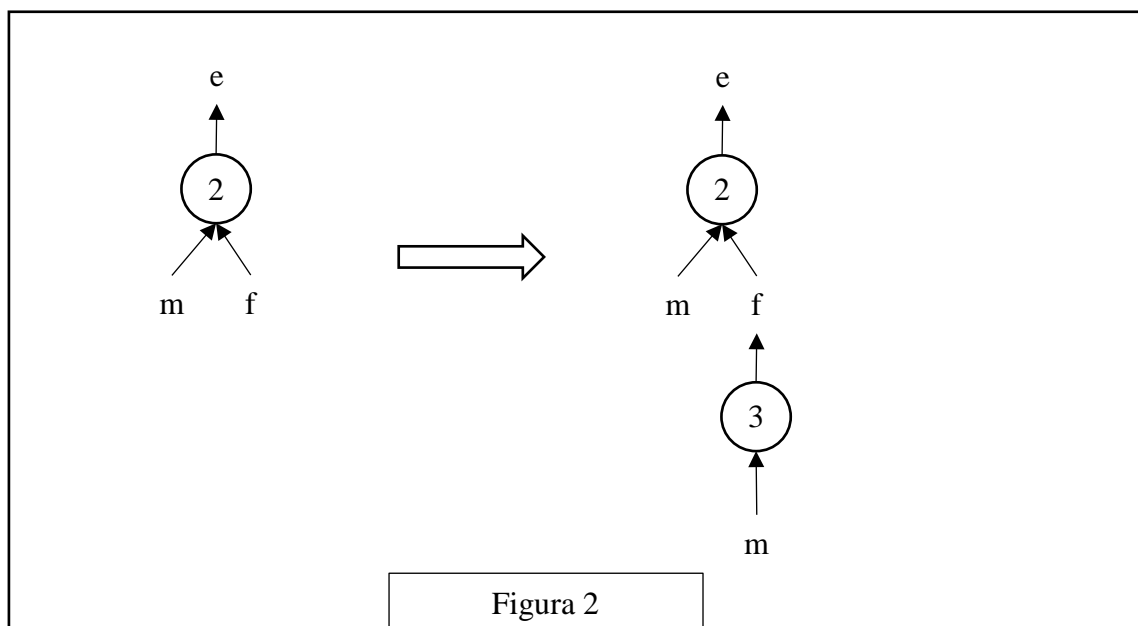
Con questa maniera grafica risolvere il problema “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**” è particolarmente facile; si cerca un “albero” (cioè una regola) che ha come radice l’incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.



Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “appendendo” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.

Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto. Per costruire la lista occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].



N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell’ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l’ultima (a destra) deve essere la sigla che ha come conseguente l’elemento incognito da dedurre richiesto dal problema.

In ogni procedimento di deduzione, l'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) per poter applicare regole successive: la prima regola è sempre applicabile a partire *solo* dai dati e non ci sono regole *ripetute*.

Inoltre, ad ogni passo del procedimento, se ci fossero più regole applicabili contemporaneamente, nella lista occorre dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

### PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[f,g],q)      regola(2,[p,a],z)      regola(3,[p,q],v)  
 regola(4,[a,z],u)      regola(5,[g,q],p)      regola(6,[a,g],m)

Trovare:

1. la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **m** da **a,g**;
2. la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **u** da **a,p**;
3. la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **v** da **g,f**;

L1	
L2	
L3	

### SOLUZIONE

L1	[6]
L2	[2,4]
L3	[1,5,3]

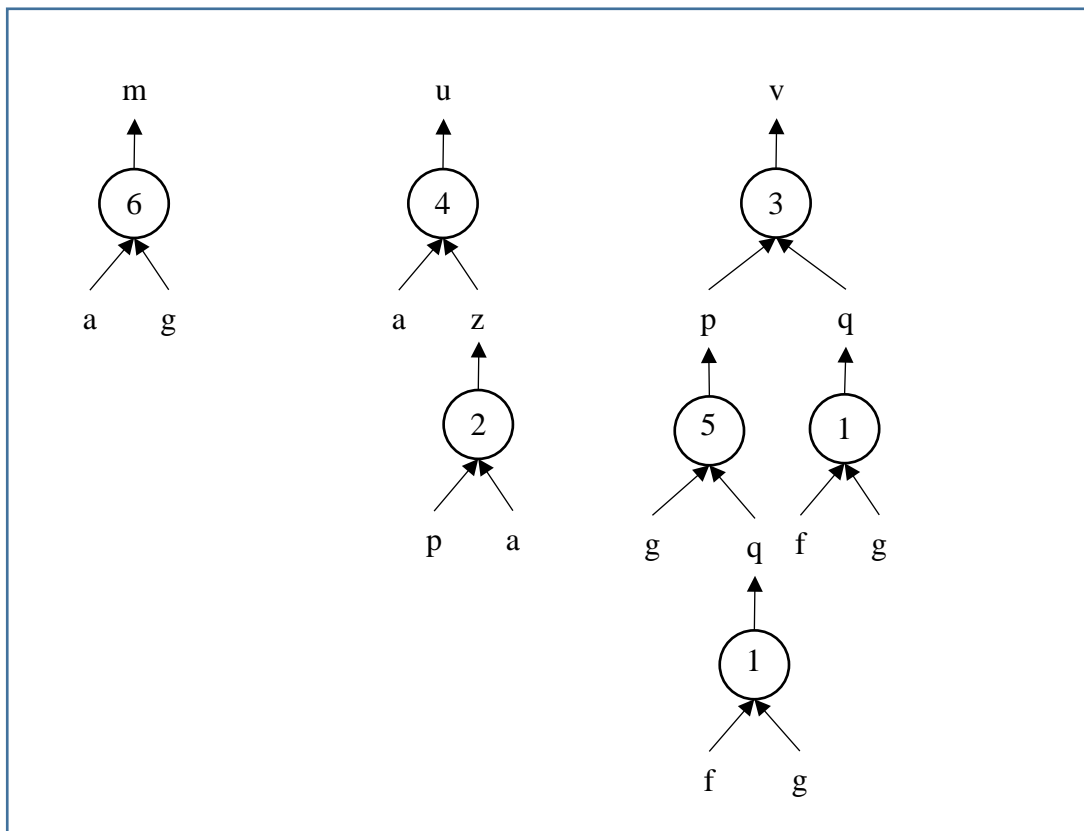
### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, per risolvere questo tipo di problema si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) o il metodo *forward* (o *bottom up*).

Il primo, illustrato nella premessa, consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Il secondo metodo consiste nel partire dagli elementi noti (inizialmente i dati) e individuare una regola applicabile (cioè che ha la premessa composta solo da elementi noti); se la regola ha come conseguente l'incognita il problema è risolto, altrimenti si considera il conseguente noto e si riparte da capo.

Ragioniamo col primo metodo; innanzitutto occorre costruire gli alberi corrispondenti alle regole; dopodiché occorre “montarli” per risolvere i tre problemi, come mostrato in figura.



La prima domanda si risolve con una sola regola: c'è solo la regola 6 che ha **m** come conseguente e le foglie dell'albero così ottenuto sono tutte date. La lista è [6].

Per la seconda domanda: solo la regola 4 ha **u** come conseguente, ma l'albero corrispondente ha una delle due foglie, **z**, che è incognita. Occorre quindi sviluppare (o dedurre) **z**: si può fare (solo) con la regola 2, che deve essere "appesa" a **z**: l'albero così ottenuto ha foglie che sono tutte date, quindi il problema è risolto e il procedimento è [2,4].

La terza domanda offre una piccola complicazione in più (nello scrivere la lista). Esiste una sola regola che ha **v** come conseguente: l'albero corrispondente ha due foglie incognite **p** e **q**. In questi casi è opportuno adottare una strategia sistematica: per esempio quella di sviluppare prima le incognite più a sinistra. Quindi si appende a **p** la regola 5: l'albero così ottenuto ha due foglie incognite eguali (**q**). Procedendo, si appende la regola 1 alla foglia **q** più a sinistra e, successivamente, all'altra foglia **q**. L'albero ottenuto ha tutte foglie che sono date. La lista che rappresenta il procedimento si scrive col solito metodo, ma occorre fare attenzione a non ripetere mai una regola; quindi la regola 1 compare solo una volta: [1,5,3].

**ESERCIZIO 2**

**PREMESSA**

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra.

**PROBLEMA**

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [5,5] con orientamento verso il basso; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi

[f,a,f,o,f,f,a,f,f,o,f]

Trovare l'ascissa X e l'ordinata Y della casella in cui finisce il percorso del robot.

X	
Y	

**SOLUZIONE**

X	8
Y	1

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

Programma: [f,a,f,o,f,f,a,f,f,o,f].

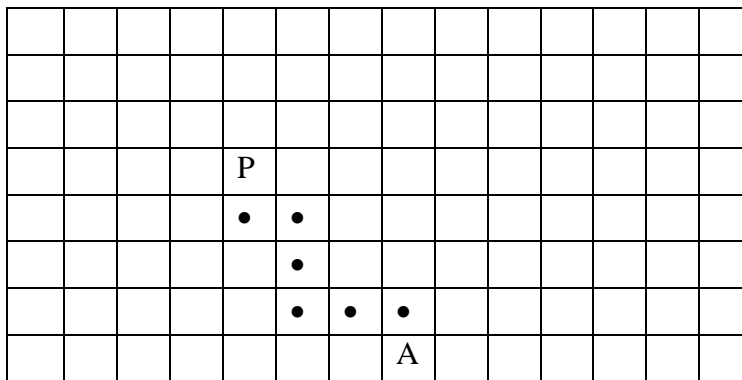
Stati successivi del robot:

	posizione	orientamento
partenza	[5,5]	verso il basso
1 passo f	[5,4]	verso il basso
2 passo a	[5,4]	verso destra



3	passo f	[6,4]	verso destra
4	passo o	[6,4]	verso il basso
5	passo f	[6,3]	verso il basso
6	passo f	[6,2]	verso il basso
7	passo a	[6,2]	verso destra
8	passo f	[7,2]	verso destra
9	passo f	[8,2]	verso destra
10	passo o	[8,2]	verso il basso
11	passo f	[8,1]	verso il basso

La traiettoria del robot è mostrata nella seguente figura (P indica la partenza, A l'arrivo).



ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

-	-	Q							S				
-		+			P								
-		+											
→	+	+											

Come nell'esercizio precedente, c'è un robot che può muoversi eseguendo dei comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario* col comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario* col comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento) col comando **f**.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da far compiere al robot vari percorsi. Per esempio, in figura, il robot è nella casella [1,1], orientato a destra; il percorso, segnato da un + e descritto dalla lista di caselle: [[1,1],[2,1],[3,1],[3,2],[3,3],[3,4]] corrisponde alla esecuzione della lista di comandi [f,f,a,f,f,f] che fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali fino alla casella Q, con orientamento verso l'alto. Analogamente il percorso (segnato da un - in figura) [[1,1],[1,2],[1,3],[1,4],[2,4],[3,4]] corrisponde alla esecuzione della lista di comandi [a,f,f,f,o,f,f]; in questo caso l'orientamento finale del robot è verso destra.

PROBLEMA

In un campo di gara il robot è nella casella [5,5] con orientamento verso l'alto: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle [(5,5),(5,6),(4,6),(4,7),(4,8),(3,8),(2,8)]

L

SOLUZIONE

L

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue.

	←	←	←		
			↑		
			↑	←	
				↑	

Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:

passo	comando	posizione	orientamento verso
0		[5,5]	l'alto
1	f	[5,6]	l'alto
2	a	[5,6]	sinistra
3	f	[4,6]	sinistra
4	o	[4,6]	alto
5	f	[4,7]	alto
6	f	[4,8]	alto
7	a	[4,8]	sinistra
8	f	[3,8]	sinistra
9	f	[2,8]	sinistra

Si noti che, per esempio, il secondo comando fa voltare il robot verso sinistra, per dargli l'orientamento opportuno per proseguire il percorso, ma non gli fa cambiare posizione.



ESERCIZIO 4

PREMESSA

Leggere e osservare con attenzione.



**Acqua.**  
Giusto quella che ti serve.

**Acqua.**  
Il miglior investimento.

**Campagna per l'uso responsabile dell'acqua.**  
La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino sia attento ad evitare sprechi d'acqua. Aspem sta lavorando per evitare disagi, ma è indispensabile il contributo di tutti.



PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Le due immagini “pubblicitarie” riportate poco sopra hanno come obiettivo:
  - A. La vendita di un prodotto;
  - B. Il confronto tra due prodotti;
  - C. La sensibilizzazione circa un problema;
  - D. La salvaguardia del mare e dei pesci.
2. Le due immagini “pubblicitarie” presentano coppie di “elementi”: quella di sinistra due vasi d’acqua (uno più piccolo e uno più grande), quella di destra, un vaso d’acqua e un salvadanaio di vetro. Queste coppie di immagini sono soprattutto da mettere in relazione:
  - A. Al concetto di risparmio;
  - B. Al fatto che il tema delle pubblicità riguarda il mondo marittimo;
  - C. Al concetto di trasparenza;

- D. Al concetto di limpidezza.
3. Nell'immagine di sinistra, il pesce rosso si "tuffa" dal vaso più grande a quello più piccolo, quindi:
    - A. È una metafora della ricerca di un habitat migliore;
    - B. È una metafora dell'idea di attenzione;
    - C. Crea contrasto con la tranquillità dell'acqua;
    - D. Il suo tuffo ci indica la direzione per andare a leggere meglio le parole che si trovano nella parte inferiore della pubblicità.
  4. Si leggono due slogan: "Acqua. Giusto quella che ti serve" e "Acqua. Il miglior investimento". Analizzandoli si può affermare che:
    - A. In entrambi compare un verbo;
    - B. In uno dei due compare un comparativo di maggioranza;
    - C. In uno dei due compare un superlativo assoluto;
    - D. In entrambi compare un articolo determinativo.
  5. Nel testo (uguale per entrambe le pubblicità) che si trova nella parte inferiore delle due immagini, si utilizza il termine "campagna" perché:
    - A. Il messaggio pubblicitario riguarda la natura e il mondo agricolo;
    - B. Può essere un sinonimo di "ecologia";
    - C. Può essere un sinonimo di "pericolo";
    - D. Può essere sinonimo di "promozione".
  6. Nello slogan dell'immagine alla destra si usa l'espressione "miglior investimento". Il termine "investimento" accostato all'acqua significa che:
    - A. Se si impara a risparmiare acqua si possono guadagnare più soldi;
    - B. Se utilizzi meno acqua le tue bollette saranno meno costose;
    - C. Se si continua a sprecare acqua, molte specie di pesci saranno seriamente in pericolo di estinzione;
    - D. Se si impara a risparmiare acqua, questo permetterà a tutti di averne a sufficienza.
  7. Dalle due rappresentazioni pubblicitarie si intuisce che:
    - A. Il messaggio scritto è molto meno chiaro di quello dell'immagine
    - B. La parte scritta prevale su quella dell'immagine;
    - C. Non c'è relazione tra l'immagine e lo slogan;
    - D. L'immagine traduce in modo immediato ed efficace il concetto presente nello slogan.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	A
3	B
4	B
5	D

6	D
7	D

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Le due immagini pubblicitarie sono volte a sensibilizzare i cittadini circa lo spreco e l'utilizzo consapevole dell'acqua. Lo si intuisce dalla parte iconografica (immagini) e lo si percepisce soprattutto dalle parole presenti nella parte inferiore delle due immagini in cui si dice: *“Campagna per l'uso responsabile dell'acqua. La siccità più grave degli ultimi 50 anni richiede che ogni cittadino stia attento ad evitare sprechi d'acqua.”* Quindi non si vendono prodotti, non se ne confrontano e non si parla di problemi ittici o marini.
2. Il vaso più piccolo, presente nell'immagine di sinistra, legato al tema della salvaguardia, ci porta a pensare che se si utilizza meno acqua è meglio (quindi si tratta di una questione legata al risparmio d'acqua); il salvadanaio è simbolo di risparmio.
3. Risparmiare acqua significa prestare attenzione, avere oculatezza nel non sprecarne. Il pesce si “tuffa” nell'ampolla più piccola facendoci intuire che anche con meno acqua è possibile vivere bene.
4. Gli slogan dei manifesti sono: *“Acqua. Giusto quella che ti serve”* e *“Acqua. Il miglior investimento”*. “Miglior” è un comparativo di maggioranza: le altre risposte contengono informazioni errate.
5. *“Campagna”*, in questo caso significa “campagna di informazione”, quindi il termine è sinonimo di “promozione”.
6. Il termine *“Investimento”*, in questo caso, è usato con il significato di “investire” per il futuro per fare in modo che tutti possano avere acqua e lo si può ottenere solo se si inizia a “risparmiare” con oculatezza fin da adesso. Quindi il termine investimento non riguarda questioni monetarie, finanziarie e neppure legate al pagamento di bollette d'acqua o al mondo marittimo.
7. Il messaggio scritto e quello iconografico si integrano a vicenda e uno aiuta l'altro per fare arrivare al cittadino un'informazione chiara ed efficace. C'è un buon bilanciamento tra scritto e immagine, forse è addirittura prevalente la seconda sul primo, dal momento che le parole scritte sono comunque mediamente sintetiche. Gli slogan sono in perfetta sintonia metaforica con le due immagini.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,25,35)

tab(m2,26,36)

tab(m3,25,34)

tab(m4,27,37)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 70 Kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1 < m2 < m3 < ... .

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m2,m3]
V	51

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili e tra queste scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ
[m1,m2]	51	71	no
[m1,m3]	50	69	si
[m1,m4]	52	72	no
[m2,m3]	51	70	si
[m2,m4]	53	73	no
[m3,m4]	52	71	no

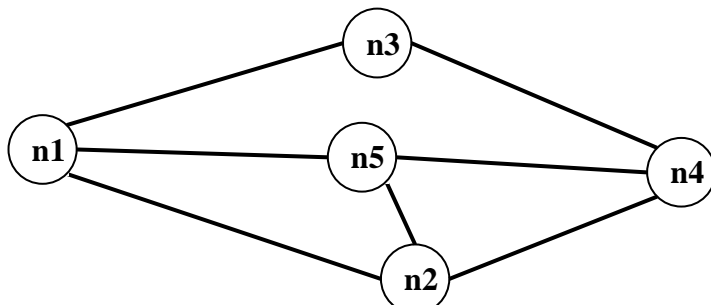
Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col "primo" minerale, poi tutte quelle che iniziano col "secondo" minerale (ovviamente in esse non compare il primo), e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, ..., n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco(n1,n2,6)                      arco(n1,n3,5)                      arco(n3,n4,4)
- arco(n1,n5,3)                      arco(n2,n4,3)                      arco(n2,n5,2)
- arco(n5,n4,6)

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista di archi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza  $K = 2 + 3 + 4 = 9$ .

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco (n1,n2,4)                      arco (n1,n4,5)                      arco (n1,n5,9)                      arco (n2,n4,2)
- arco (n4,n5,3)                      arco (n4,n3,8)                      arco (n2,n3,9)                      arco (n3,n5,4)

Disegnare il grafo e trovare:

1. la lista L1 del percorso più breve tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K1;
2. la lista L2 del percorso semplice (cioè senza nodo ripetuti) più lungo tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K2.

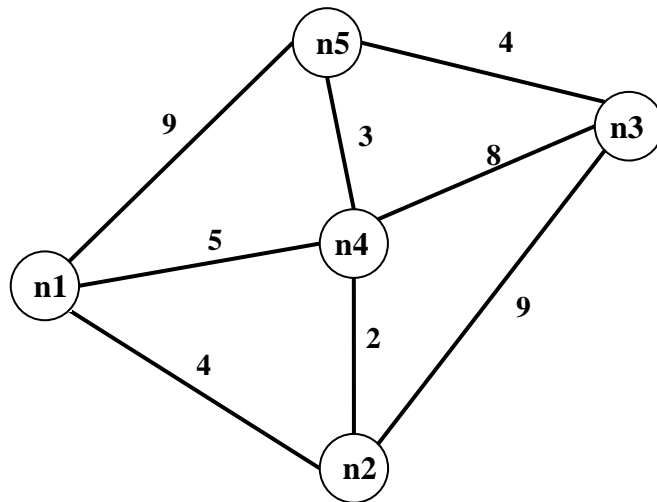
L1	
K1	
L2	
K2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n4, n5, n3]
K1	12
L2	[n1, n5, n4, n2, n3]
K2	23

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 5 nodi (n1, n2, n3, n4, n5); si procede per tentativi: si disegnano i 5 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta). Per rispondere alle due domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n4 e n4.

PERCORSO da n1 a n3	LUNGHEZZA
[n1, n2, n3]	13
[n1, n2, n4, n3]	14
[n1, n2, n4, n5, n3]	13
[n1, n4, n2, n3]	16
[n1, n4, n3]	13
[n1, n4, n5, n3]	12
[n1, n5, n3]	13
[n1, n5, n4, n2, n3]	23
[n1, n5, n4, n3]	20

L1, K1, L2, K2 seguono immediatamente.

## ESERCIZIO 7

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti turistici significativi della loro regione per la prossima primavera. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività, stabiliscono quanti di loro devono partecipare a ogni attività e stimano il tempo per portarla a conclusione.

(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)

La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	2	2
A3	3	5
A4	2	3
A5	2	4
A6	6	2
A7	2	2
A8	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A5], [A1,A3], [A2,A4], [A5,A7], [A5,A4],  
[A7,A6], [A3,A6], [A4,A8], [A6,A8].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero Gm del giorno (contando come 1 il giorno di inizio del progetto) in cui lavora il numero minimo di ragazzi.

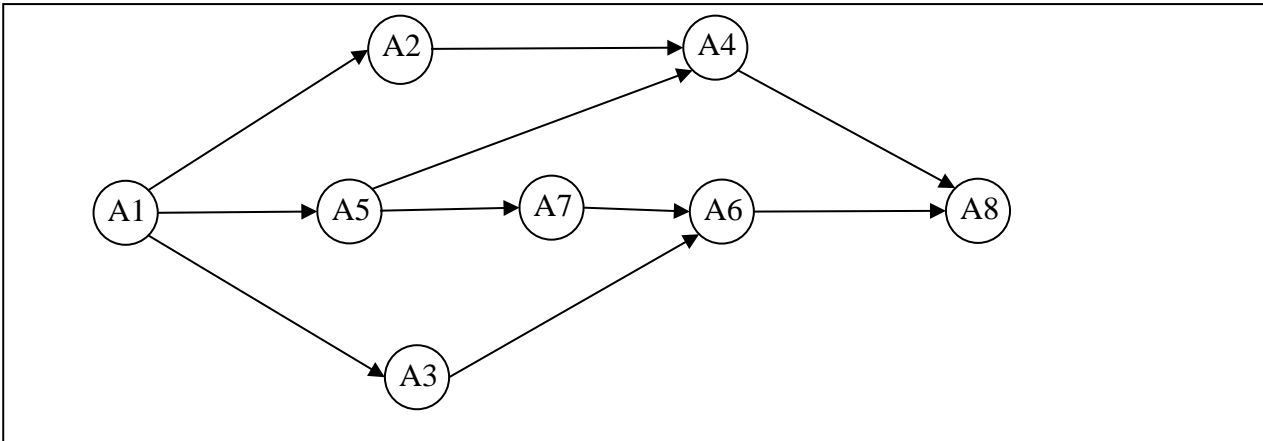
N	
Gm	

## SOLUZIONE

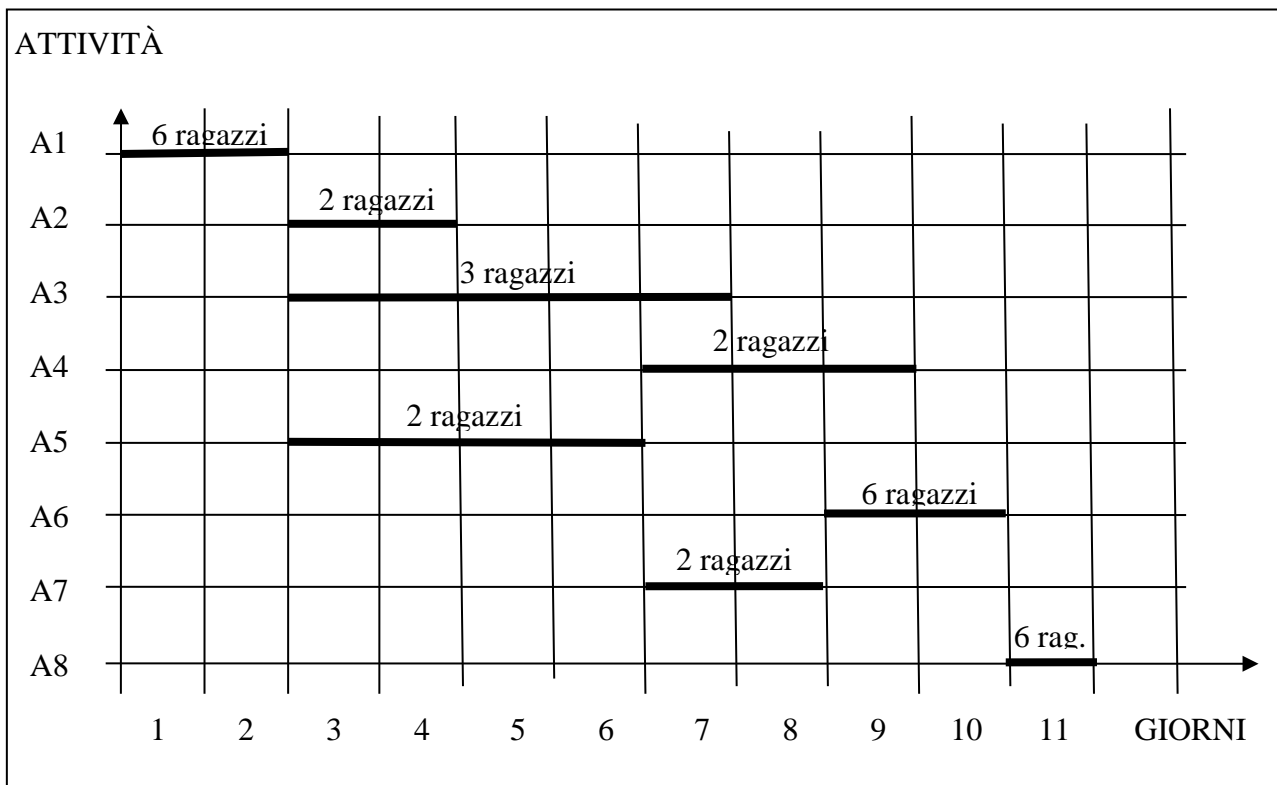
N	11
Gm	8

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza "logica" tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Poi, dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). L'attività A1 inizia (convenzionalmente) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A5 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l'attività A4 può iniziare solamente quando sono terminate sia l'attività A2 sia l'attività A5.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero minimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 4, il giorno 8.





## ESERCIZIO 8

### PREMESSA

Si ricorda che

- ogni riga della procedura si dice *statement* (o *istruzione*)
- i nomi scritti con lettere maiuscole A, B, ALFA, ... sono dette “*variabili*” alle quali sono associabili dei “*valori*”,
- con la scrittura  $A \leftarrow B$  si assegna alla variabile A il valore che (in quel momento) è contenuto nella variabile B,
- con la scrittura “input” si assegnano dei valori a certe variabili (in genere, all’inizio della procedura),
- con la scrittura “output” si fa vedere il valore di certe variabili (in genere, al termine della procedura).

### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
input A, B;
C ← A - B;
D ← A × B;
A ← C+D;
B ← A+C+D;
output A, B, C, D;
endprocedure;
    
```

I valori in input sono: 8 per A, 2 per B; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	
C	
D	

### SOLUZIONE

A	22
B	44
C	6
D	16

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione segue immediatamente dalle operazioni e dai valori indicati dal problema; occorre fare attenzione al fatto che i valori di A e B cambiano nel corso della procedura.

### ESERCIZIO 9

#### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA2;  
variables A, B, C, D integer;  
input A, B;  
C ← A+B;  
D ← A+B + C;  
A ← C+D;  
B ← A+C;  
C ← A+ B;  
output A, B, C, D;  
endprocedure;
```

I valori in input sono: 2 per A, 3 per B; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	
C	
D	

#### SOLUZIONE

A	15
B	20
C	35
D	10

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura; occorre fare attenzione al fatto che il valore di tutte le variabili cambia nel corso della procedura.

ESERCIZIO 10

PREMESSA

In una procedura è possibile inserire una alternativa tra due azioni; per esempio si consideri la procedura seguente.

Procedura ESEMPIO;

variables A, B, C integer;

input A, B;

```

if A>B
    then C ← A;
    else C ← B;
endif;
output C;
endprocedure;
    
```

si verifica il predicato, cioè se A è maggiore di B  
 se il predicato è vero, **allora** viene eseguita l'istruzione  $C \leftarrow A$   
**altrimenti** (predicato falso) viene eseguita l'istruzione  $C \leftarrow B$

Se in input si ha 5 per A e 3 per B, il predicato  $A > B$  è vero, viene eseguita la prima alternativa e quindi in output si ha 5 per C; se in input si ha 23 per A e 24 per B, il predicato  $A > B$  è falso e allora viene eseguita la seconda alternativa e in output si ha 24 per C.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

procedura PROVA3;

variables A, B, C, D, G, H, I integer;

input A, B, C, D;

```

if A>B
    then G ← A+B;
    else G ← A-B;
endif;
    
```

endif;

```

if C>D
    then H ← C+D;
    else H ← D-C;
endif;
    
```

```

endif;
I ← G+H
output G, H, I;
endprocedure;
    
```

endif;

$I \leftarrow G+H$

output G, H, I;

endprocedure;

I valori in input per A, B, C, D sono rispettivamente: 4, 2, 3, 6; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

G	
H	
I	

SOLUZIONE

G	6
H	3
I	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.

### ESERCIZIO 11

Tim and four friends packed enough food for a 2-week canoe trip. If two extra persons decided to go on the trip at the last minute, how long will the food last?

Note that each person is supposed to eat the same daily ration. Put your answer, expressed in days, in the box below.

### SOLUZIONE

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il punto fondamentale è capire che il cibo basta 70 giorni-persona (dai dati del problema: Tim and 4 friends = 5 persons, for 2 weeks = 14 days), così per 7 persone il cibo basterà per 10 giorni.