

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi “facili” possono essere risolti con una sola regola; per problemi “difficili” una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

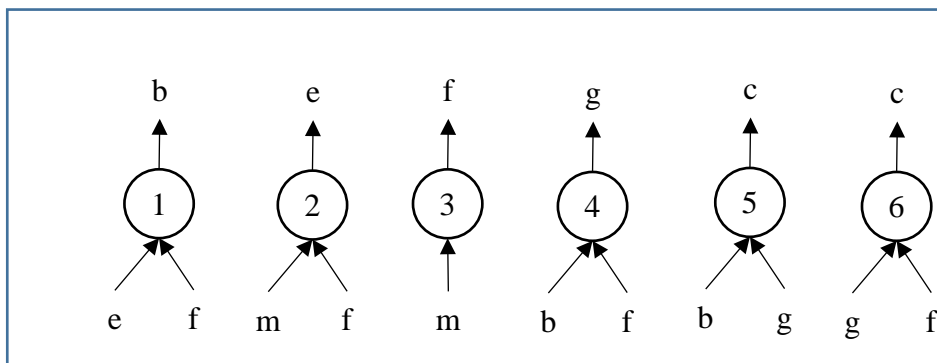
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)      regola(2,[m,f],e)      regola(3,[m],f)  
 regola(4,[b,f],g)      regola(5,[b,g],c)      regola(6,[g,f],c)

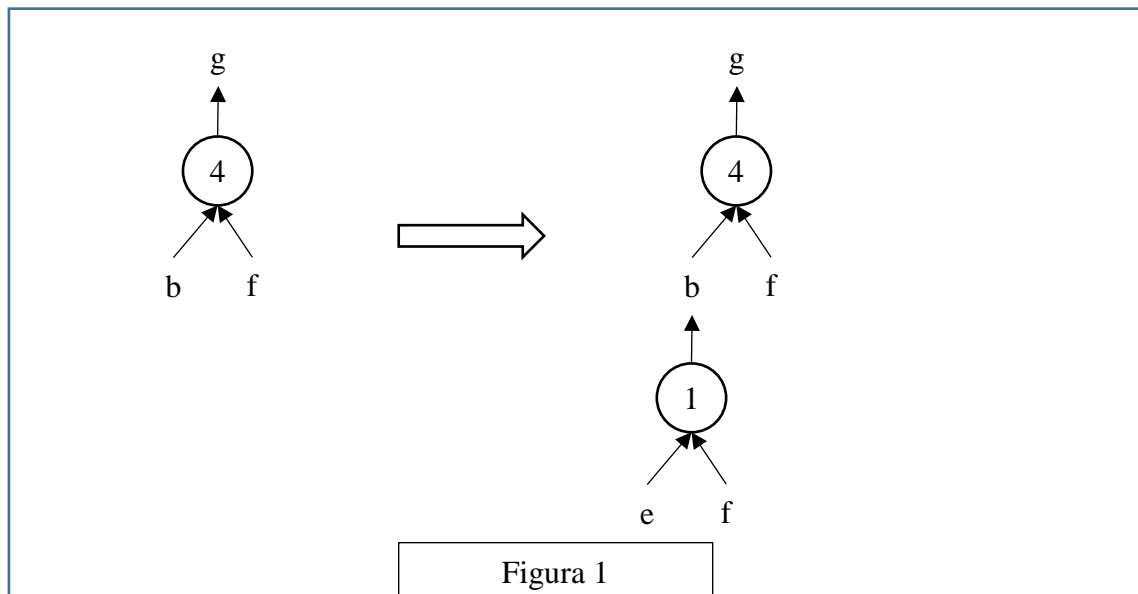
Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).

Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**”.

Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell’associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema “dedurre **g** a partire da **e** ed **f**” è particolarmente facile; si cerca un “albero” (cioè una regola) che ha come radice l’incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.

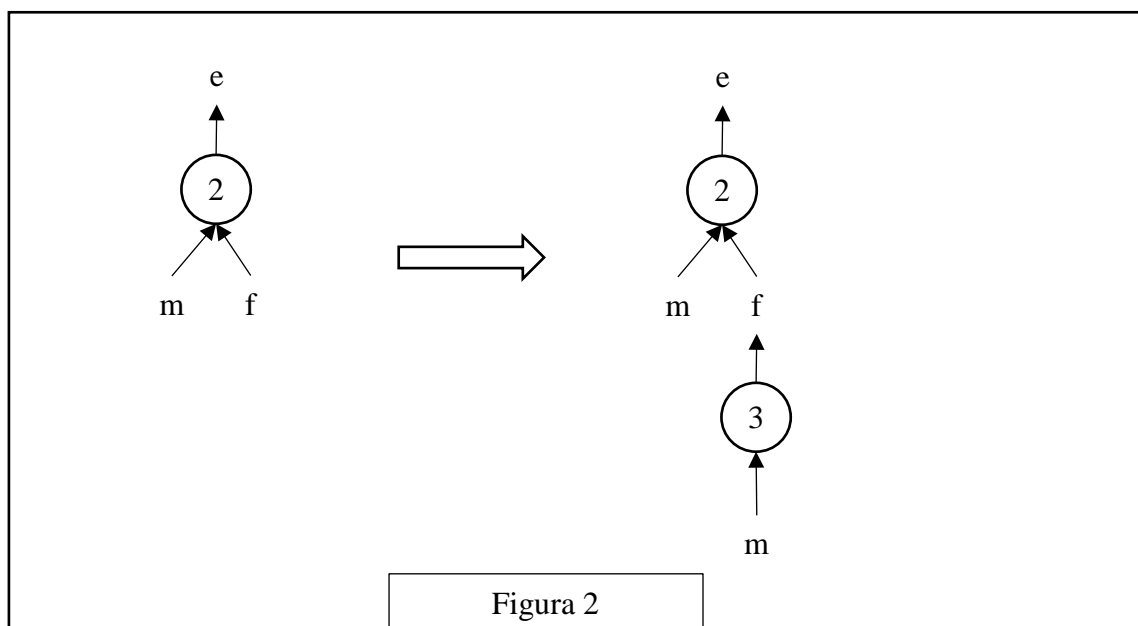


Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “appendendo” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.

Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.

Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la “radice” a partire dalle “foglie”. Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].

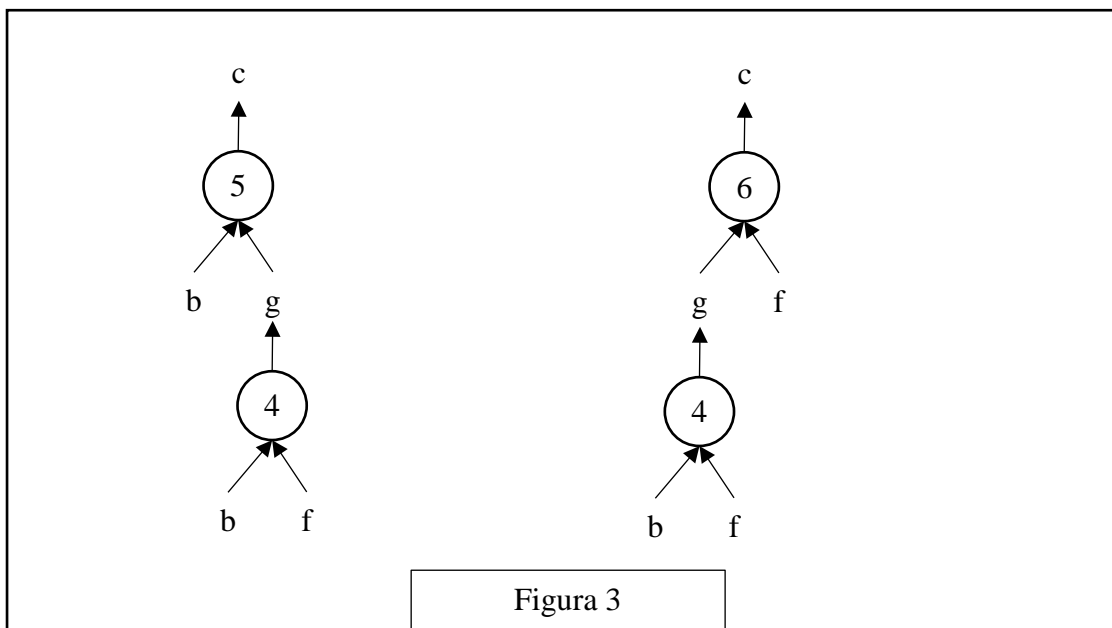


N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.

Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.

La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema “dedurre **c** a partire da **b** ed **f**” (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.



Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

**PROBLEMA**

Siano date le seguenti regole:

- |                   |                   |                 |                   |
|-------------------|-------------------|-----------------|-------------------|
| regola(1,[a],b)   | regola(2,[u,w],g) | regola(3,[v],b) | regola(4,[u,w],m) |
| regola(5,[v,b],c) | regola(6,[g,m],p) | regola(7,[a],v) | regola(8,[b,c],p) |

Trovare:

1. la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **p** da **b**, **v**;
2. la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **p** da **u**, **w**;
3. il numero N di procedimenti diversi per dedurre p da **a**;

L1	
L2	
N	

## SOLUZIONE

L1	[5,8]
L2	[2,4,6]
N	2

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, per risolvere questo tipo di problema si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) o il metodo *forward* (o *bottom up*).

Il *primo metodo*, illustrato nella premessa, consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Il *secondo metodo* consiste nel partire dagli elementi noti (inizialmente i dati) e individuare un regola applicabile (cioè che ha la premessa composta solo da elementi noti); se la regola ha come conseguente l'incognita il problema è risolto, altrimenti si considera il conseguente noto e si riparte da capo.

Applichiamo il primo metodo.

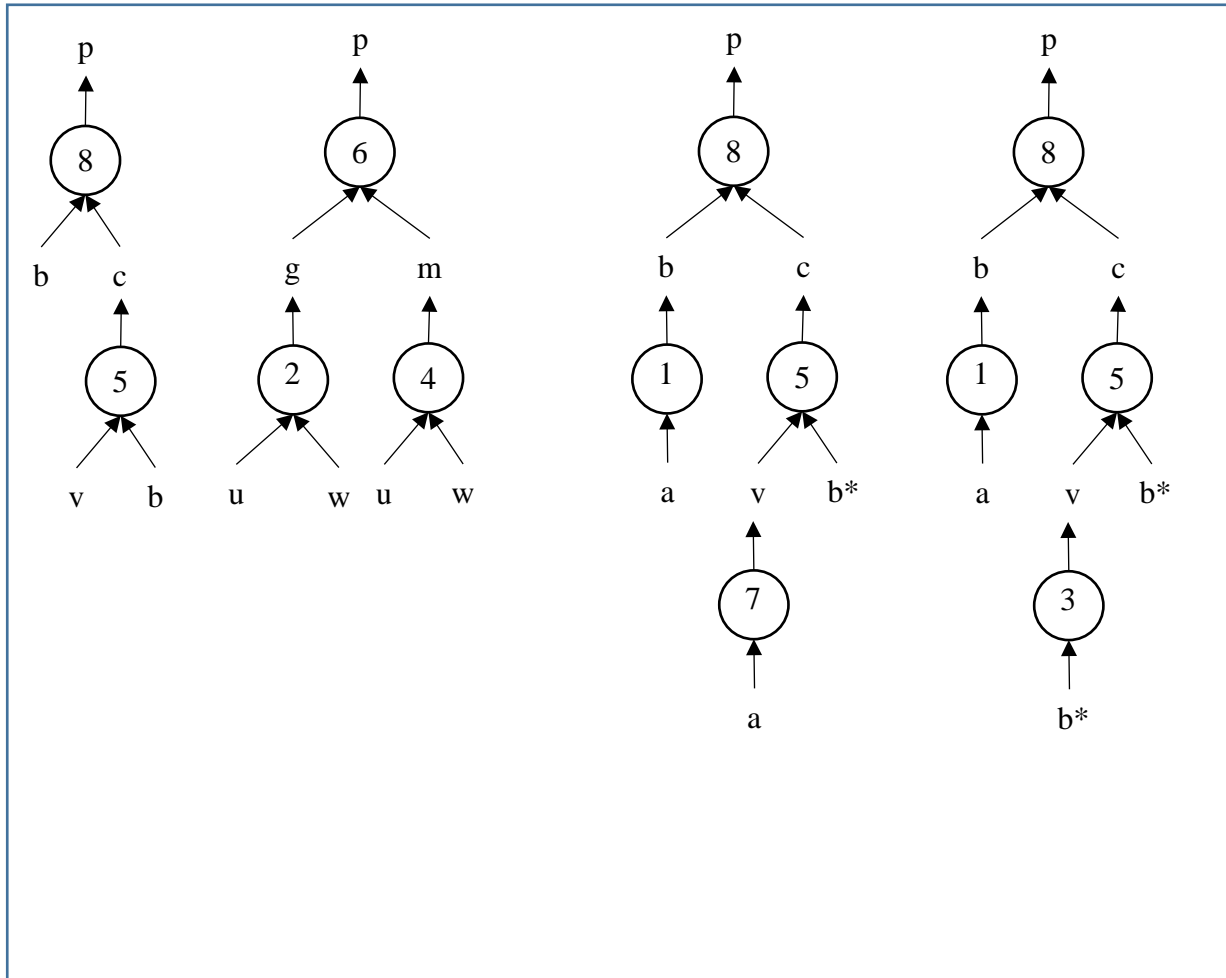
Per la prima domanda si osserva subito che esistono due regole per dedurre **p**: la 6 (con antecedenti **g** e **m**) e la 8 (con antecedenti **b** e **c**); visto che sono dati **b** e **v**, conviene provare con la regola 8: infatti **c** è deducibile dai dati con la regola 5 e si ottiene la soluzione.

La seconda domanda richiede di dedurre sempre **p**, ma a partire da **u** e **w**: adesso non c'è nessun criterio immediatamente evidente per scegliere tra la regola 6 e 8; siccome, però, è stata usata la 8 nella domanda precedente proviamo con la 6. Occorre dedurre **g** e **m**: si vede facilmente che si può farlo a partire dai dati con le regole 2 e 4 rispettivamente.

I due procedimenti sono mostrati dai due alberi a sinistra nella figura che segue.

Rispondere alla terza domanda è più complesso: perché la domanda stessa suggerisce che ci siano più modi per dedurre **p** da **a**. Conviene provare ad applicare il secondo metodo. Si vede subito che esistono due regole che hanno **a** come premessa: la regola 1, che permette di dedurre **b**, e la regola 7, che permette di dedurre **v**. Questa osservazione suggerisce che ci si può "appoggiare" alla soluzione della prima domanda (in cui erano dati appunto **b** e **v**). Si può quindi partire dall'albero che rappresenta la soluzione della prima domanda e completarlo in modo che abbia tutte le foglie uguali ad **a**. Come mostrato a destra della figura successiva, questo può farsi in due modi.

N.B. I due procedimenti sono costituiti da insiemi di regole diverse.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
→													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando o;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando a;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento): comando f.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; risultato analogo si ottiene con la lista [a,f,f,o,f,f,f,f]. Tuttavia, nel primo caso l'orientamento finale del robot è verso l'alto, mentre nel secondo caso l'orientamento finale è verso destra.

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [9,9] con orientamento verso destra; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi

[f,f,f,a,f,a,f,o,f,o,f]

Trovare l'ascissa X e l'ordinata Y della casella in cui finisce il percorso del robot.

X	
Y	

SOLUZIONE

X	12
Y	11

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l'altro i comandi della lista.

Programma: [f,f,f,a,f,a,f,o,f,o,f].

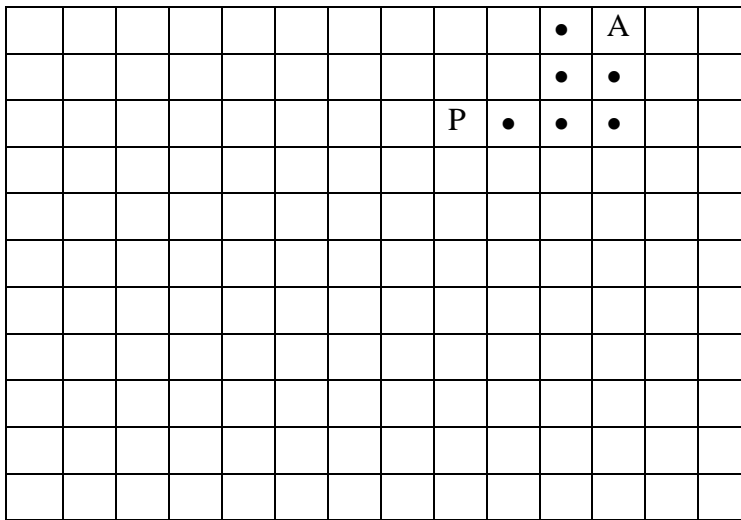
Stati successivi del robot:

	posizione	orientamento
partenza	[9,9]	verso destra
1 passo f	[10,9]	verso destra
2 passo f	[11,9]	verso destra



3	passo f	[12,9]	verso destra
4	passo a	[12,9]	verso l'alto
5	passo f	[12,10]	verso l'alto
6	passo a	[12,10]	verso sinistra
7	passo f	[11,10]	verso sinistra
8	passo o	[11,10]	verso l'alto
9	passo f	[11,11]	verso l'alto
10	passo o	[11,11]	verso destra
11	passo f	[12,11]	verso destra

La traiettoria del robot (cioè l'insieme delle caselle successivamente occupate) è mostrata nella seguente figura (P indica la partenza, A l'arrivo).



ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

-	-	Q							S				
-		+			P								
-		+											
→	+	+											

Come nell'esercizio precedente, c'è un robot che può muoversi eseguendo dei comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario* col comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario* col comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l'orientamento) col comando **f**.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da far compiere al robot vari percorsi. Per esempio, in figura, il robot è nella casella [1,1], orientato a destra; il percorso, segnato da un + e descritto dalla lista di caselle: [[1,1],[2,1],[3,1],[3,2],[3,3],[3,4]] corrisponde alla esecuzione della lista di comandi [f,f,a,f,f,f] che fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali fino alla casella Q, con orientamento verso l'alto. Analogamente il percorso (segnato da un - in figura) [[1,1],[1,2],[1,3],[1,4],[2,4],[3,4]] corrisponde alla esecuzione della lista di comandi [a,f,f,f,o,f,f]; in questo caso l'orientamento finale del robot è verso destra.

PROBLEMA

In un campo di gara il robot è nella casella [6,8] con orientamento verso il basso: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle [(6,8),(6,7),(6,6),(5,6),(4,6),(4,7),(3,7),(2,7),(2,6)].

L	
---	--

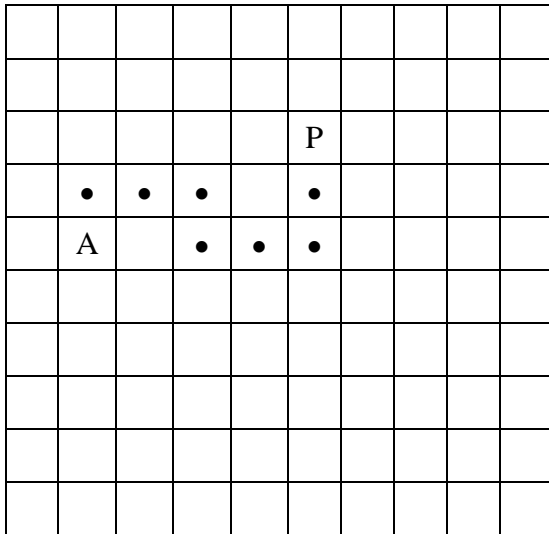
SOLUZIONE

L	([f,f,o,f,f,o,f,a,f,f,a,f])
---	-----------------------------

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue.





Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:

passo	comando	posizione	orientamento
0	partenza	[6,8]	verso il basso
1	f	[6,7]	il basso
2	f	[6,6]	il basso
3	o	[6,6]	sinistra
4	f	[5,6]	sinistra
5	f	[4,6]	sinistra
6	o	[4,6]	alto
7	f	[4,7]	alto
8	a	[4,7]	sinistra
9	f	[3,7]	sinistra
10	f	[2,7]	sinistra
11	a	[2,7]	basso
12	f	[2,6]	basso

Si noti che, per esempio, il terzo comando fa voltare il robot verso sinistra, per dargli l'orientamento opportuno per proseguire il percorso, ma non gli fa cambiare posizione.

## ESERCIZIO 4

### PREMESSA

Leggere con attenzione.

### CIBO & SPORT

*Per ottenere dei risultati quando si pratica uno sport sono fondamentali buona volontà, impegno e determinazione, ma tutto ciò non basta: occorre anche e soprattutto un'alimentazione completa ed equilibrata che permetta all'organismo di funzionare correttamente.*

*Ecco dieci regole d'oro che il CONI ha elaborato per tutti i ragazzi che desiderano praticare sport.*

1. *Se vuoi crescere nel modo giusto assaggia e mangia un po' di tutto.*
2. *Fai ogni giorno cinque pasti: prima colazione, spuntino a metà mattina, pranzo, merenda e cena.*
3. *A tavola sii rilassato, mangia con calma e mastica bene.*
4. *Bevi tutto il giorno acqua a volontà, aggiungi acqua a bibite e succhi di frutta.*
5. *Se vuoi un pieno di energie fai una prima colazione ricca: latte, yogurt, cereali, pane, marmellata, miele e frutta.*
6. *A pranzo, prima di fare sport, fai un pasto leggero: sì a frutta e verdura, sì a pasta o riso con olio extravergine di oliva, formaggio grattugiato e sughi leggeri, sì ad un dolce da forno semplice.*
7. *A cena scegli un secondo tra carne, pesce, uova, formaggio, prosciutto cotto e legumi, alternando questi alimenti nell'arco della settimana. Ricordati la verdura e la frutta.*
8. *Varia anche le merende e gli spuntini: preferisci i prodotti leggeri. Più la tua dieta sarà variata e semplice, più ti sentirai in forma.*
9. *Prima di fare uno sport evita i cibi grassi e quelli troppo elaborati: no a paste farcite, no a formaggi cremosi, no a fritti e a dolci con panna e crema, anche se a malincuore...*
10. *Occhio all'orologio: più consumerai i tuoi pasti in modo regolare, più ti darai la carica giusta.*

Tratto da: AA.VV., *La Compagnia dei lettori*, Paravia.

### PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il testo che hai appena letto è:
  - A. Descrittivo;
  - B. Narrativo;
  - C. Argomentativo;
  - D. Regolativo.
2. Nel testo che hai appena letto sono:
  - A. Indicate regole di comportamento;
  - B. Indicate quantità precise di cibi;
  - C. Indicate regole settimanali per un'alimentazione dietetica;
  - D. Indicate leggi e ordinanze del CONI.
3. L'espressione "regole d'oro" a livello di linguaggio retorico è:
  - A. Una metafora;
  - B. Una similitudine;
  - C. Una personificazione;
  - D. Una onomatopea.

4. Nel testo, quando si parla di dover fare una buona prima colazione:
  - A. Ti viene consigliato di mangiare, anche, ad esempio una mela o una banana, ma non latticini;
  - B. Ti viene consigliato di mangiare, anche, ad esempio fiocchi d'avena o orzo;
  - C. Ti viene consigliato di mangiare tavolette che ti danno energia;
  - E. Ti viene consigliato di evitare del tutto i carboidrati.
5. Nel testo, da un punto di vista generale si insiste:
  - A. Sul fatto che in ogni giornata e in ogni settimana ci deve essere varietà di cibi;
  - B. Sulle tempistiche con cui si deve consumare un pasto: non si deve mai stare troppo a tavola;
  - C. Sul fatto che non si devono mai mangiare cibi grassi;
  - D. Sul fatto che ci deve essere varietà di cibi nell'arco di una giornata, ma non nell'arco della settimana.
6. Il linguaggio utilizzato in questo testo è:
  - A. Serio e rigoroso;
  - B. Specifico e complesso;
  - C. Specialistico;
  - D. Serio, ma amichevole.
7. In conclusione, se dovessimo riassumere il contenuto del testo che hai appena letto, potremmo affermare che:
  - A. Esso mette in guardia sui pericoli per la salute, se un ragazzo o una ragazza si alimentano male;
  - B. Esso sottolinea come mangiare in modo non regolare porti poi a prestazioni inefficaci o scarse;
  - C. Esso sottolinea come un comportamento valido a tavola permetta al fisico, impegnato in una attività agonistica, di agire più giustamente;
  - D. Esso indica nel buon comportamento a tavola, il raggiungimento, successivo, di risultati ottimi sui campi di gara di un qualsiasi sport venga praticato da ragazzi o ragazze.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	D
2	A
3	A
4	B
5	A
6	D
7	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Un testo regolativo indica modalità di comportamento, norme, regolamenti da rispettare in determinate situazioni, istruzioni per realizzare e utilizzare oggetti. È un testo strutturato per punti, chiaro e semplice nel linguaggio, essenziale e più o meno specifico, a seconda della tipologia di testo regolativo.
2. Nel nostro caso si elencano buone norme di comportamento per un'alimentazione corretta, dedicate a ragazzi che praticano sport. Non sono indicate precise quantità di cibi (compaiono solo generici aggettivi come "ricca", espressioni come "un po' di tutto"), non sono presentate regole per una dieta settimanale e non si elencano né leggi né ordinanze (non è un linguaggio burocratico).
3. "Regola d'oro" è una metafora: la preziosità della regola è traslata con l'immagine dell'oro. Una similitudine è un breve paragone che utilizza l'avverbio "come"; una personificazione è usata quando un oggetto o un'entità astratta sono descritte come se avessero comportamenti umani; l'onomatopea è una parola che imita o talvolta riproduce fedelmente suoni, rumori, voci o versi di animali ecc.
4. Circa la prima colazione si dice che: "Se vuoi un pieno di energie fai una prima colazione ricca: latte, yogurt, cereali, pane, marmellata, miele e frutta." Latte e yogurt sono latticini (la risposta A è errata); non si parla di "tavolette energetiche" (la risposta C è errata); il pane contiene carboidrati (la risposta D è errata). Avena e orzo sono cereali (la risposta B è corretta).
5. Il testo cita spesso la parola "varietà" (mangiare un po' di tutto) più la tua dieta sarà variata e semplice, più ti sentirai in forma) e al punto 7 si dice "A cena scegli un secondo tra carne, pesce, uova, formaggio, prosciutto cotto e legumi, alternando questi alimenti nell'arco della settimana. Ricordati la verdura e la frutta." Si intuisce, dall'elenco, che si deve variare giorno per giorno e che si deve alternare la scelta dei differenti cibi, lungo l'arco della settimana (risposta A). Le altre tre risposte contengono informazioni errate o parzialmente corrette.
6. Il testo elenca in modo serio e corretto le buone regole dell'alimentazione per i ragazzi sportivi, ma espressioni quali, "Ricordati", "anche se a malincuore ...", "Occhio all'orologio", rendono lo stile meno freddo e più "amichevole". Non si rintraccia un linguaggio rigoroso o burocratico, non c'è complessità né specificità di termini o di espressioni.
7. Il testo non porta mai ad equiparare la buona alimentazione con il grado migliore o peggiore di una prestazione sportiva (risposte B e D, errate); non è un testo su alimentazione e pericoli salutari dei ragazzi (risposta A, errata). La risposta corretta è la C.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tabe(m1,65,135) tabe(m2,66,130) tabe(m3,63,134) tabe(m4,65,137)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 265 Kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine:  $m_1 < m_2 < m_3 < \dots$

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m1,m2]
V	131

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Una maniera (valida in generale) di risolvere il problema consiste nel costruire *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi e considerare di ciascuna il valore e il peso.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili e tra queste scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ
[m1,m2]	131	265	si
[m1,m3]	128	269	no
[m1,m4]	130	272	no
[m2,m3]	129	264	si
[m2,m4]	131	267	no
[m3,m4]	128	271	no

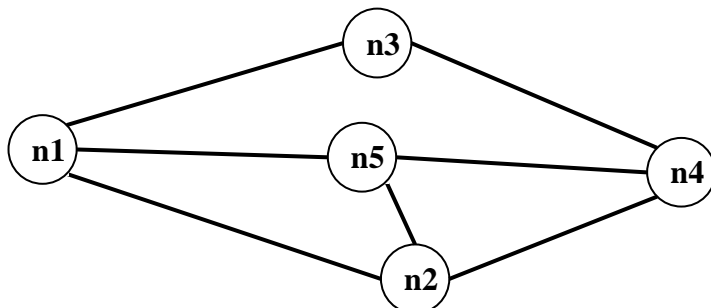
Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col "primo" minerale, poi tutte quelle che iniziano col "secondo" minerale (ovviamente in esse non compare il primo), e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome  $n_1, n_2, \dots, n_5$  e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco( $n_1, n_2, 6$ )                      arco( $n_1, n_3, 5$ )                      arco( $n_3, n_4, 4$ )
- arco( $n_1, n_5, 3$ )                      arco( $n_2, n_4, 3$ )                      arco( $n_2, n_5, 2$ )
- arco( $n_5, n_4, 6$ )

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista di archi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista  $[n_5, n_2, n_4, n_3]$  descrive un percorso dal nodo  $n_5$  al nodo  $n_3$ ; tale percorso ha lunghezza  $K = 2 + 3 + 4 = 9$ .

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco( $n_1, n_2, 1$ )    arco( $n_1, n_6, 3$ )    arco( $n_1, n_7, 2$ )    arco( $n_2, n_3, 9$ )
- arco( $n_3, n_7, 7$ )    arco( $n_4, n_3, 2$ )    arco( $n_4, n_5, 1$ )    arco( $n_6, n_5, 2$ )

Disegnare il grafo e trovare:

1. la lista  $L_1$  del percorso più breve tra  $n_1$  e  $n_3$  e calcolarne la lunghezza  $K_1$ ;
2. la lista  $L_2$  del percorso semplice (cioè senza nodo ripetuti) più lungo tra  $n_1$  e  $n_3$  e calcolarne la lunghezza  $K_2$ .

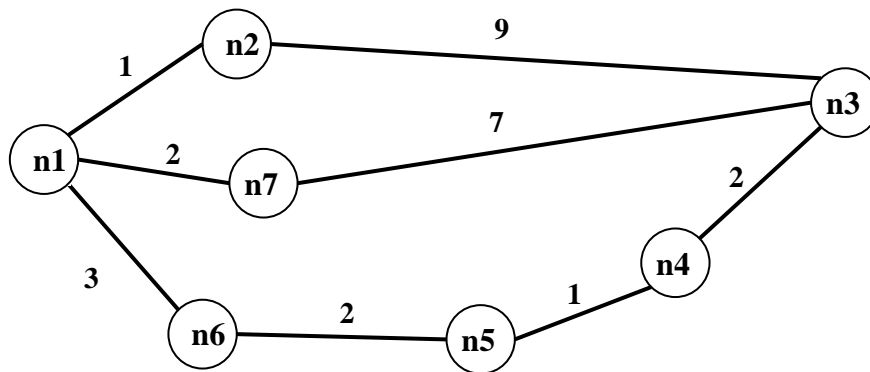
L1	
K1	
L2	
K2	

SOLUZIONE

L1	$[n_1, n_6, n_5, n_4, n_3]$
K1	8
L2	$[n_1, n_2, n_3]$
K2	10

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 7 nodi ( $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7$ ); si procede per tentativi: si disegnano i 7 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta). Per rispondere alle due domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n3.

PERCORSO da n1 a n3	LUNGHEZZA
[n1, n2, n3]	10
[n1, n6, n5, n4, n3]	8
[n1, n7, n3]	9

L1, K1, L2, K2 seguono immediatamente.

## ESERCIZIO 7

## PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti turistici significativi della loro regione per la prossima primavera. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività, stabiliscono quanti di loro devono partecipare a ogni attività e stimano il tempo per portarla a conclusione.

(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)

La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	5
A3	2	2
A4	2	3
A5	2	2
A6	6	2
A7	2	2
A8	3	2
A9	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A4], [A1,A3], [A2,A5], [A5,A9], [A6,A5],  
 [A3,A6], [A8,A9], [A7,A9], [A4,A8], [A6,A7].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero G<sub>m</sub> del giorno (contando come 1 il giorno di inizio del progetto) in cui lavora il numero minimo di ragazzi e il numero G<sub>M</sub> del giorno in cui lavora il numero massimo di ragazzi.

N	
G <sub>m</sub>	
G <sub>M</sub>	

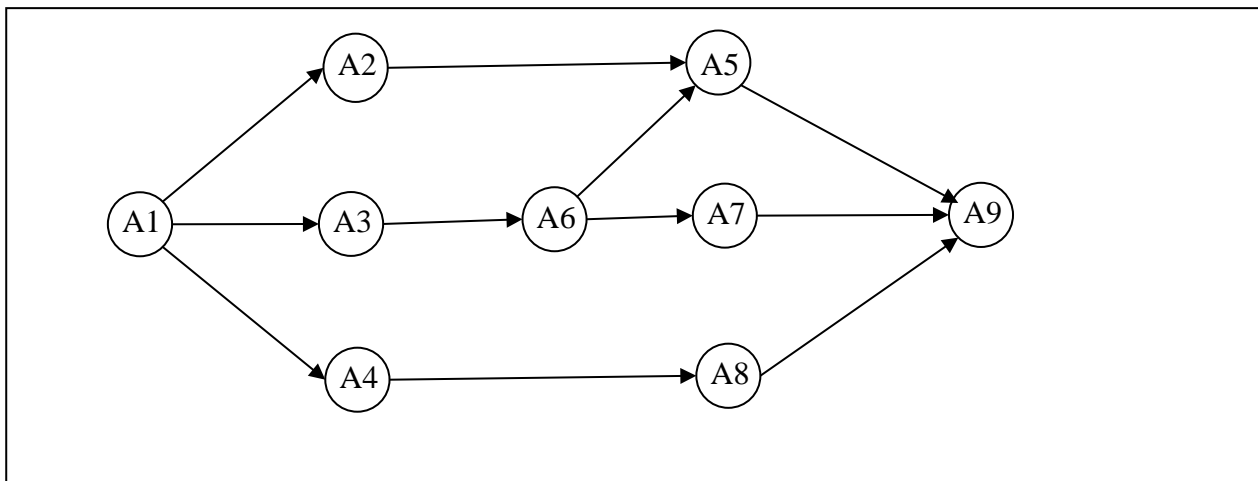
## SOLUZIONE

N	10
G <sub>m</sub>	9
G <sub>M</sub>	6

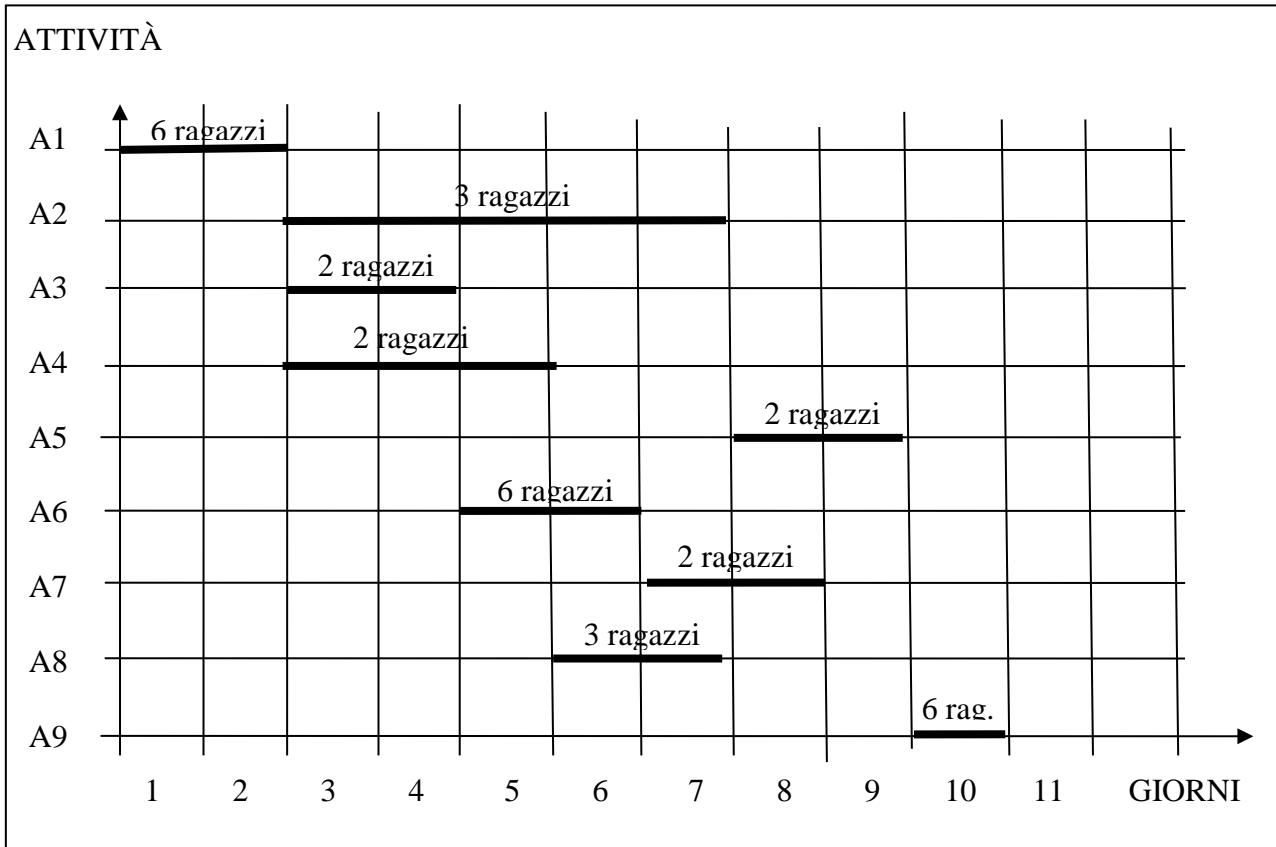


**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Poi, dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). L’attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l’attività A5 può iniziare solamente quando sono terminate sia l’attività A2 sia l’attività A6.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni e che il numero minimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 2, il giorno 9; il numero massimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 12, il giorno 6.

## ESERCIZIO 8

### PREMESSA

Si ricorda che

- ogni riga della procedura si dice *statement* (o *istruzione*)
- i nomi scritti con lettere maiuscole A, B, ALFA, ... sono dette “*variabili*” alle quali sono associabili dei “*valori*”,
- con la scrittura  $A \leftarrow B$  si assegna alla variabile A il valore che (in quel momento) è contenuto nella variabile B,
- con la scrittura “input” si assegnano dei valori a certe variabili (in genere, all’inizio della procedura),
- con la scrittura “output” si fa vedere il valore di certe variabili (in genere, al termine della procedura).

### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```

procedure PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
input A, B, C;
A ← A + B + C;
B ← A + B + C;
C ← A + B + C;
D ← A + B + C;
output A, B, C, D;
endprocedure;
    
```

I valori in input sono: 0 per A, 3 per B e 5 per C; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	
C	
D	

### SOLUZIONE

A	8
B	16
C	29
D	53

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione segue immediatamente dalle operazioni e dai valori indicati dal problema; occorre fare attenzione al fatto che i valori di A e B cambiano nel corso della procedura.

### ESERCIZIO 9

#### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA2;  
variables A, B, C, D integer;  
input A, B;  
C ← A+B;  
D ← B + C;  
A ← C+D;  
B ← A+D;  
C ← A+ B;  
output A, B, C, D;  
endprocedure;
```

I valori in input sono: 1 per A, 1 per B; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	
C	
D	

#### SOLUZIONE

A	5
B	8
C	13
D	3

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura; occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili cambia nel corso della procedura.

ESERCIZIO 10

PREMESSA

In una procedura è possibile usare una “scelta” tra due azioni (o gruppi di azioni); per esempio si consideri la procedura seguente.

Procedure ESEMPIO;

variables A, B, C integer;

input A, B;

if A>B

    then C ← A;

    else C ← B;

endif;

output C;

endprocedure;

si esamina il predicato “A è maggiore di B”

se il predicato è vero, **allora** viene eseguita l’istruzione C ← A

**altrimenti** (predicato falso) viene eseguita l’istruzione C ← B

Se in input si ha 5 per A e 3 per B, il predicato A>B è vero, viene eseguita la prima alternativa e quindi in output si ha 5 per C; se in input si ha 23 per A e 24 per B, il predicato A>B è falso e allora viene eseguita la seconda alternativa e in output si ha 24 per C. In definitiva C assume il valore più grande tra quelli di A e B.

È possibile anche usare una “azione condizionata”:

if A > B then C ← A endif;

se A è maggiore di B, viene cambiato il valore di C e si passa oltre; in caso contrario, si passa oltre senza cambiare il valore di C.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

procedure PROVA3;

variables A, B, C, G, H integer;

input A, B, C;

G ← A;

H ← A

if G > B then G ← B endif;

if G < B then H ← B endif;

if G > C then G ← C endif;

if H < C then H ← C endif;

output G, H;

endprocedure;

I valori in input per A, B, C sono rispettivamente: 2, 5, 1; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

G	
H	

SOLUZIONE

G	1
H	5

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA

John can paint a wall in 2 hours. It takes Bob 3 hours to paint the same wall, while Alice (which is very young) needs 6 hours to paint the wall. If they work together, how long will it take them to paint the wall?

Put your answer in the box below as a couple of integers.

hours	minutes

SOLUZIONE

hours	minutes
1	0

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

John dipinge mezzo muro in un'ora, mentre nello stesso tempo Bob dipinge un terzo di muro e Alice dipinge un sesto di muro. Si può dire che in un'ora: John dipinge  $\frac{3}{6}$  di muro, Bob  $\frac{2}{6}$  e Alice  $\frac{1}{6}$ ; ma

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

quindi, lavorando contemporaneamente impiegano proprio un'ora a terminare il lavoro.