ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi "facili" possono essere risolti con una sola regola; per problemi "difficili" una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

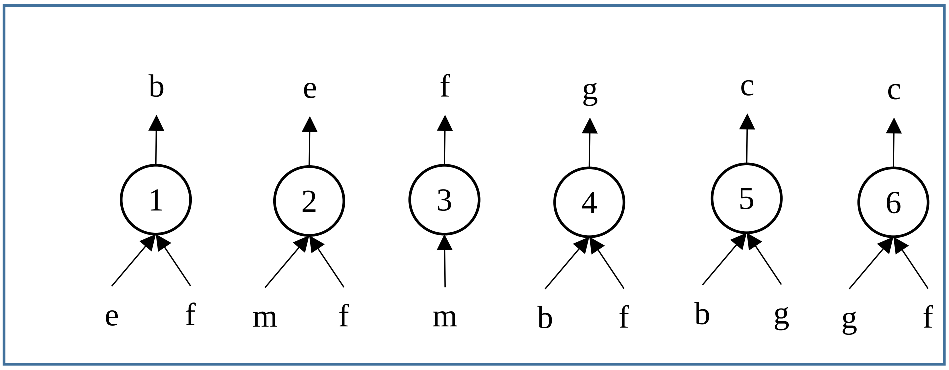
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b) regola(2,[m,f],e) regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g) regola(5,[b,g],c) regola(6,[g,f],c)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).

Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**".

Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura: consiste nell'associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.



Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**" è particolarmente facile; si cerca un "albero" (cioè una regola) che ha come radice l'incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la seguente figura 1 a sinistra.

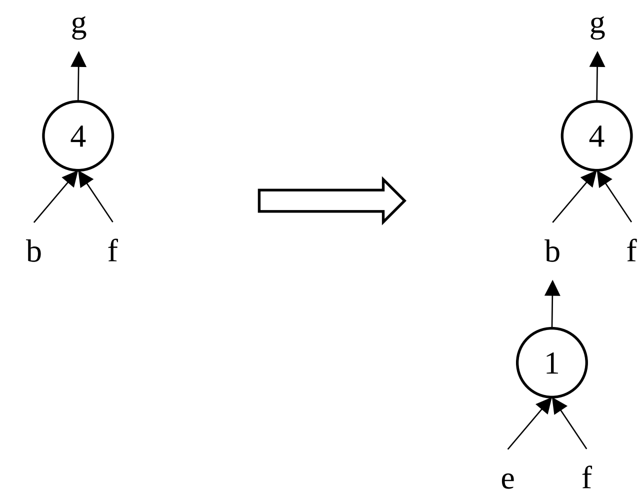


Figura 1

Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come “anelli” a cui “appendere” un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè “*appendendo*” a **b** l’albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 1 a destra.
Adesso tutte le foglie dell’albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.
Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la “radice” a partire dalle “foglie”. Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

Come altro esempio, in figura 2 è illustrata la soluzione del problema: “dedurre **e** a partire da **m**”. Tale soluzione si ottiene costruendo successivamente i due alberi mostrati; il procedimento è [3,2].

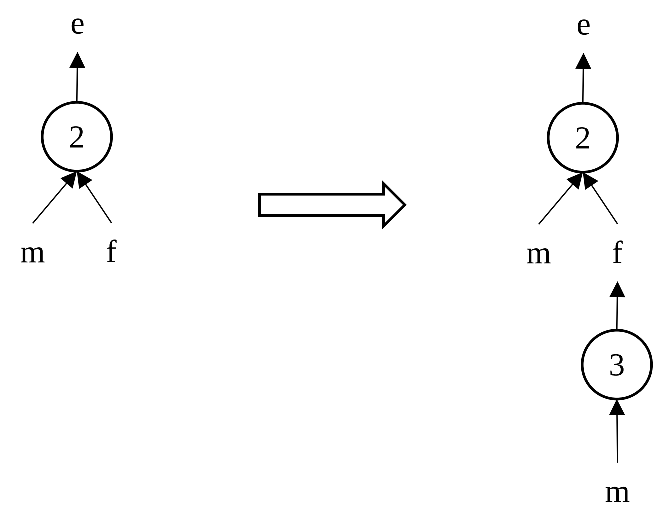


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.
Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.

La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema "dedurre **c** a partire da **b** ed **f**" (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.

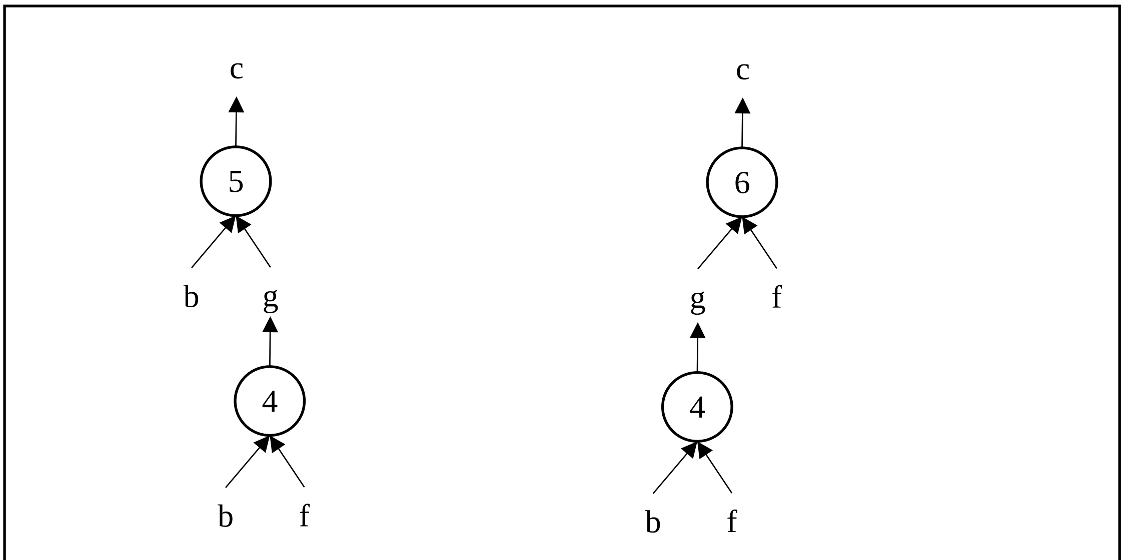


Figura 3

Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[v,b],c)	regola(2,[g,m],r)	regola(3,[u],v)
regola(4,[b,c],r)	regola(5,[u,v],b)	regola(6,[t,w],g)
regola(7,[v],b)	regola(8,[t,w],m)	regola(9,[w],t)

Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **r** a partire da **w** e **t**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **r** a partire da **w**;

3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **r** a partire da **v**.
4. il numero N di procedimenti diversi per dedurre **r** a partire da **u**.

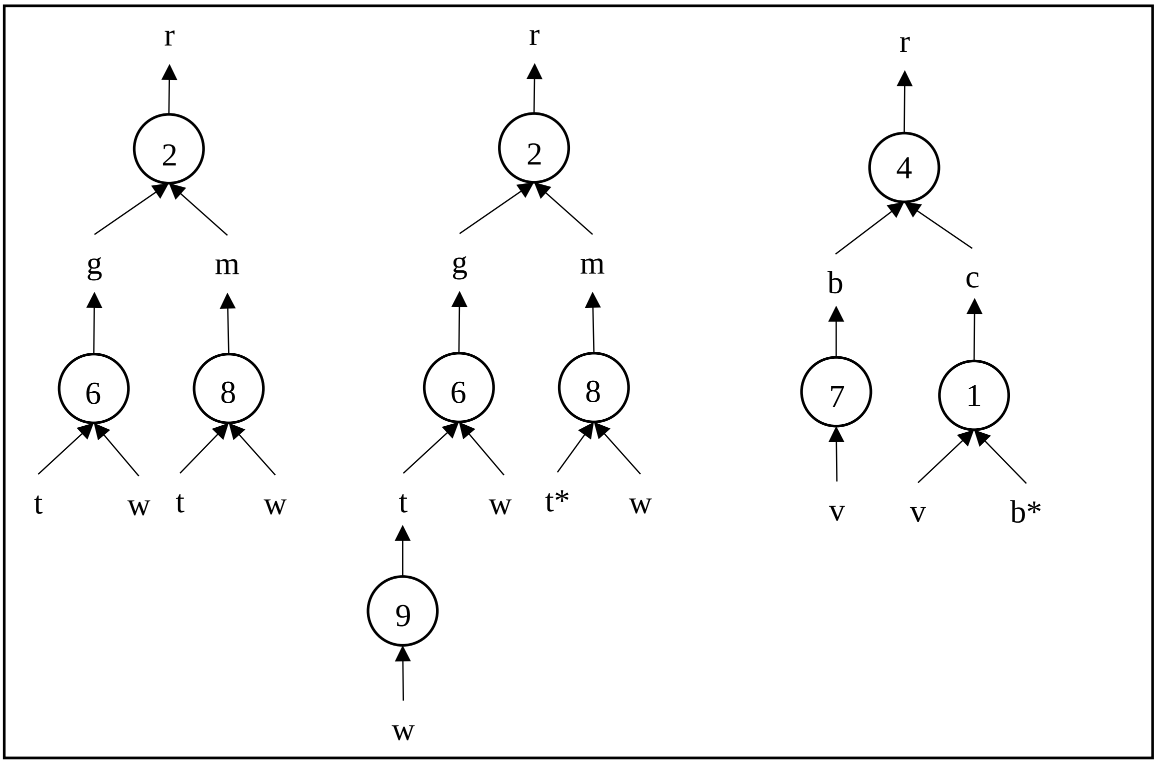
L1	
L2	
L3	
N	

SOLUZIONE

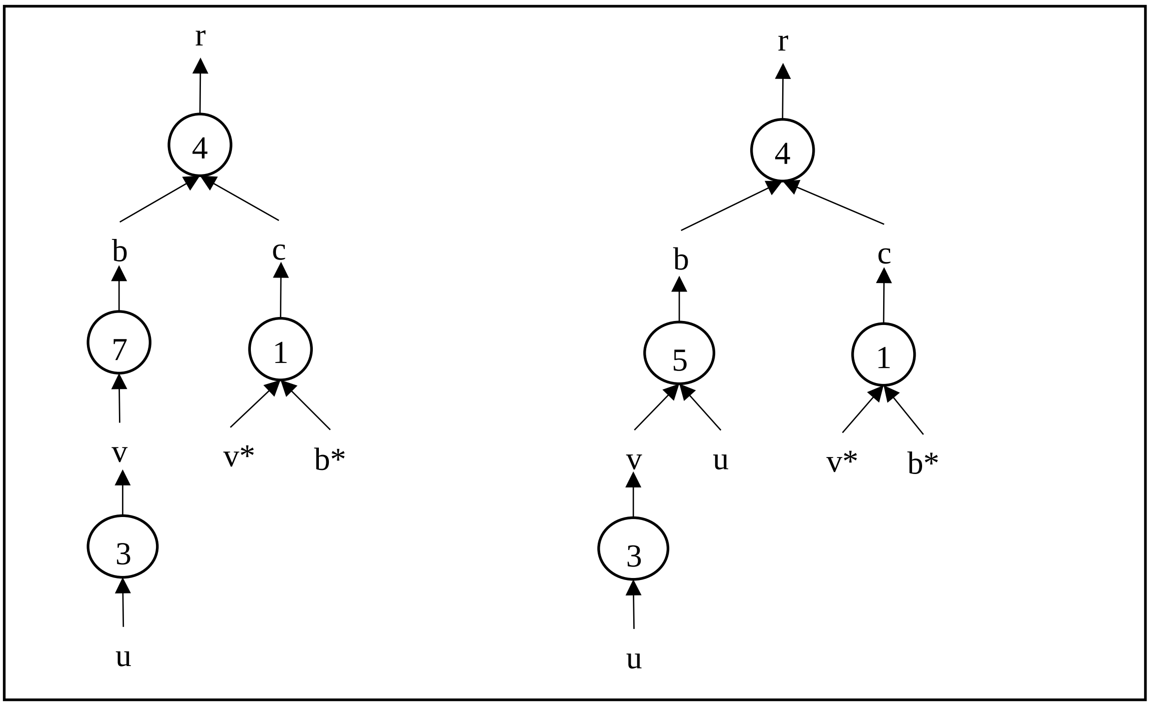
L1	[6,8,2]
L2	[9,6,8,2]
L3	[7,1,4]
N	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere questo tipo di problemi si possono usare due metodi: il metodo *backward* (o *top down*) oppure il metodo *forward* (o *bottom up*).
Il primo metodo consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Il secondo metodo consiste nel partire dagli *elementi noti* (che, all'inizio, sono solo i dati) e cercare una regola che nella premessa contenga solo tali elementi: se il conseguente è l'incognita cercata, allora il problema è risolto, altrimenti si aggiunge il conseguente agli elementi noti: con questi si ripete il processo, proseguendo finché si trova una regola il cui conseguente è l'incognita.

Ragioniamo col primo metodo.
La "difficoltà" del problema sta nello scegliere con quale regola dedurre **r** nelle varie domande, visto che esistono due regole che hanno **r** come conseguente. Procedendo per tentativi, avendo come guida il fatto che tutte le foglie di un albero di deduzione *backward* devono essere dati, si perviene alle tre deduzioni mostrate nella figura seguente.
Si noti come la seconda deduzione è sostanzialmente la prima in cui si è "eleminata" la foglia **t**, deducendo tale elemento da **w** con "due" applicazioni della regola 9: naturalmente nell'albero (e nella lista L2) la regola 9 compare una sola volta (perché **t**, una volta dedotto è noto: è indicato con t*). Analogamente nel terzo albero **b**, una volta dedotto, è usato come elemento noto ed è indicato con b*.



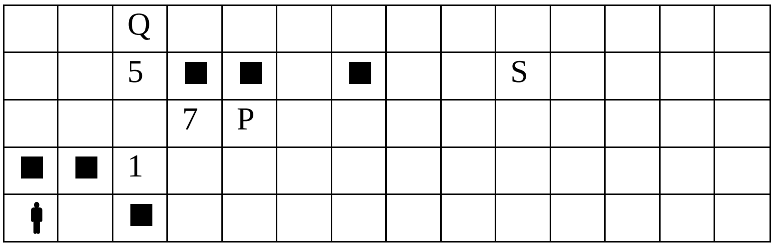
Per la quarta domanda si noti che esistono due procedimenti diversi per ottenere **r** da **u**: il primo si ottiene "eliminando" dal terzo albero (della figura precedente) la foglia **v** mediante la regola 3; il secondo procedimento si ottiene utilizzando la regola 5 per dedurre **b**; i due alberi sono mostrati nella seguente figura.



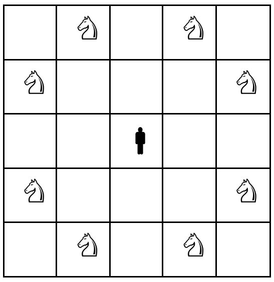
N.B. Si ricorda che tutte le foglie di un albero che rappresenta un processo di deduzione sono dati o elementi asteriscati: l'albero si "legge" da sinistra verso destra.

ESERCIZIO 2

PREMESSA
In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).



Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).



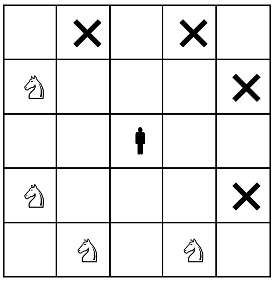
Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].
Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA
In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [6,6] e deve arrivare alla casella [1,1], eseguendo percorsi semplici (cioè senza passare più di una volta in una stessa casella). Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista: [[3,3],[3,5],[4,5]]. I premi distribuiti nel campo di gara sono de-

scritti dalla seguente lista: [[2,4,10],[5,4,12],[5,3,13]]. Al robot sono interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [nno,ese,ene,nne], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



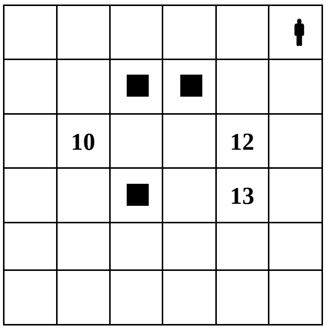
Trovare la lista L che descrive il percorso (semplice) che consente di accumulare il maggior numero di premi.

L	

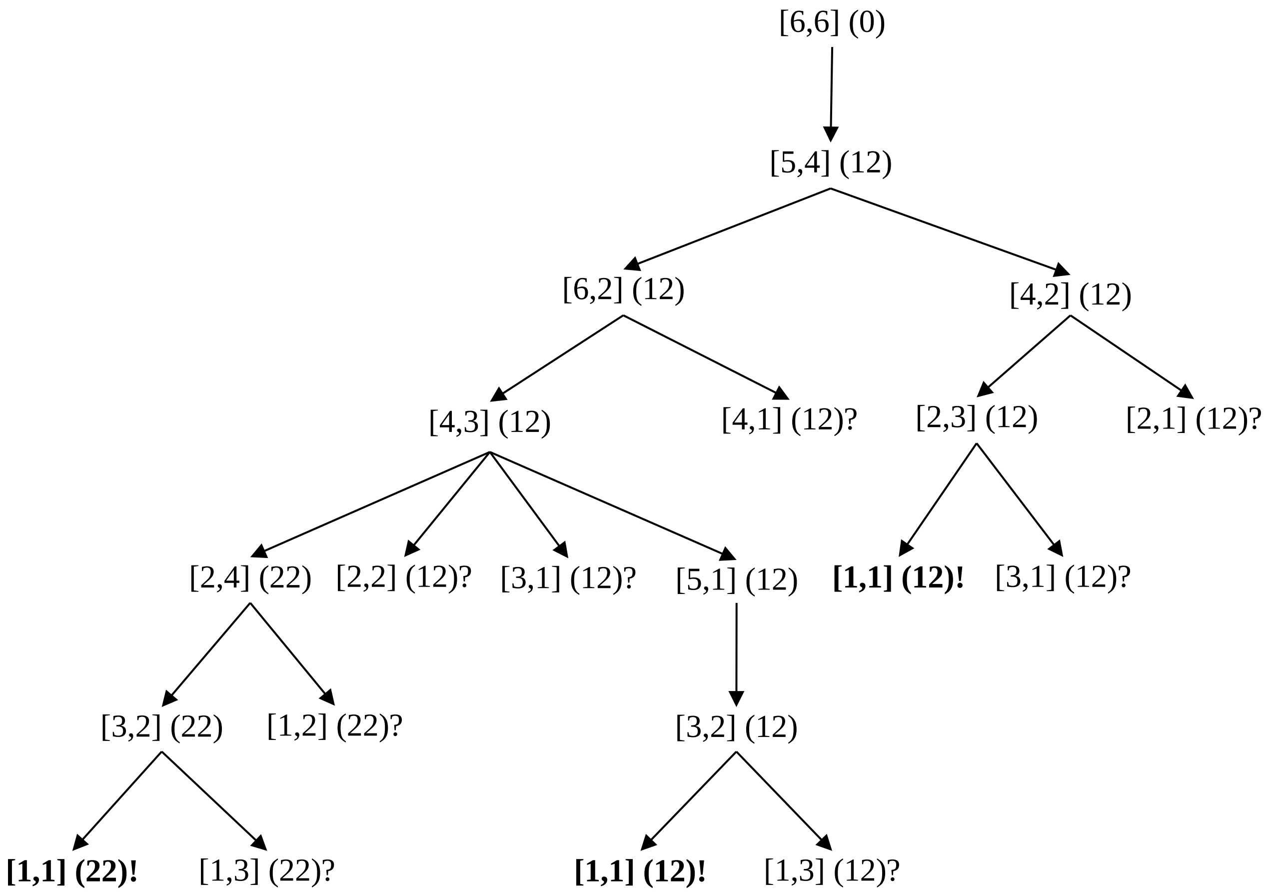
SOLUZIONE

L	[[6,6],[5,4],[6,2],[4,3],[2,4],[3,2],[1,1]]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.



Una *maniera sistematica* per trovare la soluzione consiste nel costruire l'*albero delle possibili mosse*: si inizia con la *radice* che corrisponde alla casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non ci si può muovere o quando si è raggiunto un prefissato obbiettivo (una casella di questo tipo si dice *meta*). Inoltre è conveniente aggiungere a ogni nodo il valore dei premi accumulati e segnalare la meta con un "!". L'albero delle mosse possibili è il seguente.
N.B. Per mantenere la figura semplice alcuni rami che non raggiungevano la meta non son stati sviluppati e sono marcati da un "?".



La soluzione segue immediatamente.
Questo particolare problema può essere risolto più “facilmente” (cioè senza esaminare tutte le possibili mosse) con un ragionamento *ad hoc* (detto euristico). Poiché le mosse permesse obbligano il robot a muoversi solo in caselle che siano al di sotto della diagonale “principale” (quella dall’angolo in alto a sinistra all’angolo in basso a destra) passante per la casella in cui è, si vede immediatamente che:

- il robot può fare solo percorsi semplici,
- la prima mossa è obbligata in [5,4],
- il robot non può andare in [5,3] dove c’è il premio 13,
- il robot può andare in [2,4] dove c’è il premio 10 *in una sola maniera*,
- il robot da [2,4] può andare in [1,1] *in una sola maniera*.

Il percorso appena delineato è semplice ed unico (!) quindi è la soluzione del problema.

N.B. Le mosse permesse (da sole) non assicurano la unicità dei percorsi: infatti il robot può andare da [6,6] in [1,1] in più modi.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,159,85) tab(m2,165,88) tab(m3,160,83)
tab(m4,161,84) tab(m5,162,89) tab(m6,165,88)

PROBLEMA

Disponendo di un motocarro con portata massima di 170 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.
Disponendo di un secondo motocarro con portata massima di 180 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo.
N.B. Nelle liste, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3<… .

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[m3,m4]
L2	[m2,m6]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi, il loro valore e il loro peso.
N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1, m4" è uguale alla combinazione "m4, m1"; quindi conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema: prima tutte la combinazioni che "iniziano" col primo minerale, poi tutte quelle che "iniziano" col secondo minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte una sola volta.
Costruite le combinazioni, occorre associare ad ognuna il valore e il peso complessivi; poi è facile individuare quelle trasportabili da ciascun motocarro e tra queste scegliere quella di maggior valore.
Occorre cioè completare il prospetto seguente.

			TRASPORTABILITÀ	
COMBINAZIONI	VALORE	PESO	PRIMO AUT.	SEC. AUT.
[m1,m2]	324	173	no	si
[m1,m3]	…	…	…	…
[m1,m6]				
[m1,m4]				
[m1,m5]				
[m2,m3]				
[m2,m4]				
[m2,m5]				
[m2,m6]				
[m3,m4]				

[m3,m5]
[m3,m6]
[m4,m5]
[m4,m6]
[m5,m6]

Dal prospetto la soluzione si deduce facilmente.

In particolari problemi ci possono essere delle “scorciatoie” (dette *metodi euristici*) che consentono di giungere più rapidamente alla soluzione.
Per rispondere alla prima domanda basta osservare che solo tre minerali (m1, m3, m4) hanno il peso “compatibile” con il primo autocarro (cioè possono essere trasportati a coppie): basta quindi esaminare (solo) le tre combinazioni (di quei minerali, a due a due). Per rispondere alla seconda domanda basta osservare che tutti i minerali pesano meno della metà della portata del secondo motocarro: tutte le coppie sono trasportabili, quindi basta scegliere quella composta dai minerali di maggior valore.

ESERCIZIO 4

PREMESSA
Leggere con attenzione quanto segue.

C.M. n.87, Prot. n. 2941/B/1/A, 23 marzo 2000
ISCRIZIONE DI ALUNNI STRANIERI IN OGNI PERIODO DELL'ANNO

Oggetto: Iscrizione dei minori stranieri alle classi delle scuole di ogni ordine e grado.

In relazione alla Circolare Ministeriale n.311 del 21.12.99, riguardante le iscrizioni degli alunni alle classi, si ritiene opportuno segnalare che il "Regolamento recante norme di attuazione del testo unico delle disposizioni concernenti la disciplina dell'immigrazione e norme sulla condizione dello straniero" (pubblicato nel suppl. ord. n. 190 del 3.11.1999 alla Gazzetta Ufficiale) contiene, al Capo VII, disposizioni in materia di istruzione, diritto allo studio e professioni. In particolare, l'art. 45 prevede, a favore dei minori stranieri presenti sul territorio nazionale, la possibilità di chiedere l'iscrizione alle scuole italiane di ogni ordine e grado in qualunque periodo dell'anno scolastico.
Pertanto, le iscrizioni in parola possono avvenire anche oltre il termine del 25 gennaio fissato dalla suddetta circolare. La medesima norma regolamentare consente l'iscrizione con riserva dei minori stranieri privi di documentazione anagrafica o in possesso di documentazione irregolare o incompleta, senza pregiudizio del conseguimento dei titoli conclusivi dei corsi di studio. In tal caso, ove non vi siano stati accertamenti negativi sull'identità dichiarata dell'alunno, dopo aver provveduto agli approfondimenti del caso, il titolo viene rilasciato con i dati identificativi acquisiti al momento dell'iscrizione.

Tratto da Rosetta Zordan, "Detto e Fatto", Fabbri Editori, 2008

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Questo testo presenta:
   A. Un linguaggio informale;
   B. Un linguaggio burocratico;
   C. Un linguaggio commerciale;
   D. Un linguaggio letterario.
2. Fondamentalmente in questo testo compaiono:
   A. Molte figure retoriche;
   B. Molti neologismi;
   C. Molti termini tecnici e specialistici;
   D. Molte formule fisse ripetitive.
3. Espressioni quali "*si ritiene opportuno segnalare*" o "*dopo aver provveduto agli approfondimenti del caso*" sono:
   A. Connettivi;
   B. Modi di dire;
   C. Espressioni familiari;
   D. Perifrasi.
4. Se si analizzassero i modi verbali di questo testo, si potrebbe dire che:
   A. Prevalgono i passivi;

   B. Prevale il congiuntivo;
   C. Prevale l’imperativo;
   D. Prevalgono gli indefiniti.
5. Nel testo ci sono:
   A. Parecchie abbreviazioni;
   B. Molte figure retoriche;
   C. Alcuni latinismi;
   D. Molte sigle.
6. La circolare ministeriale prevede, per le iscrizioni alle scuole italiane da parte di alunni minori stranieri:
   A. Una minore flessibilità rispetto agli studenti italiani;
   B. Uguali possibilità degli studenti italiani;
   C. Una maggiore flessibilità rispetto agli studenti italiani;
   D. Una limitazione del genere di scuole rispetto ad uno studente italiano.
7. Dalla Circolare Ministeriale si capisce che uno studente minore straniero:
   A. Può iscriversi ad un liceo classico;
   B. Non può iscriversi se non ha documenti ufficiali;
   C. Può iscriversi anche se non ha documenti ufficiali, ma non potrà sostenere gli esami finali per ottenere il titolo di studio;
   D. Può solo iscriversi alle scuole dell’obbligo scolastico.
8. Secondo la Circolare Ministeriale, se un ragazzo minore straniero arriva in Italia a febbraio:
   A. Può iscriversi in qualsiasi scuola italiana, a patto che abbia documenti ufficiali con sé;
   B. Non può iscriversi ad una scuola italiana;
   C. Può iscriversi ad una scuola italiana;
   D. Deve attendere accertamenti sulla sua identità, per potere essere ammesso ad una scuola italiana.
9. La sintassi di questo brano è caratterizzata da:
   A. Periodi lunghi e complicati;
   B. Un lessico quasi incomprensibile;
   C. Periodi brevi e concisi;
   D. Poche subordinate.
10. Secondo la Circolare Ministeriale, uno studente minore italiano:
   A. Può iscriversi ad una scuola italiana in qualsiasi periodo dell'anno;
   B. Deve iscriversi ad una scuola italiana entro il 25 gennaio;
   C. Deve iscriversi ad una scuola italiana entro il 23 marzo, data della Circolare Ministeriale;
   D. Non deve iscriversi ad una scuola italiana entro il 25 gennaio.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	C
3	D
4	D
5	A
6	C
7	A
8	C
9	A
10	B

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Il linguaggio burocratico è usato nei documenti ufficiali (leggi, decreti, ordinanze, circolari, bandi di concorso, avvisi…) ed è tecnico, impersonale, ostico per un cittadino comune. Esso è caratterizzo da termini specialistici, talvolta arcaici, perifrasi, periodi lunghi, richiami a leggi o disposizioni precedenti. Tutti questi elementi compaiono nel testo proposto.
2. *Regolamento, Capo VII, suppl. ord., disposizioni, art.45, circolare, norma regolamentare, documentazione anagrafica, titoli*, sono termini specialistici del linguaggio burocratico. Un testo così formale non contiene figure retoriche, neologismi (parole nuove studiate apposta per determinati contesti), né formule fisse ripetitive (elemento che spesso si rintraccia nel linguaggio burocratico).
3. Nel linguaggio burocratico si fa spesso uso di giri di parole o perifrasi: "*si ritiene opportuno segnalare*" (invece di si segnala), "*dopo aver provveduto agli approfondimenti del caso*" (invece di aver approfondito).
4. I verbi presenti in questo brano sono i seguenti:
   - Riguardante, segnalare, recante, concernenti, pubblicato, chiedere, avvenire, fissato, dichiarata, acquisiti (modi indefiniti) (la risposta D è corretta)
   - Si ritiene, contiene, prevede, possono, consente, non vi siano stati (indicativo)
   - Viene rilasciato (indicativo passivo)
5. Prot. Suppl. ord., n. art. sono tutte abbreviazioni. Compaiono sigle, C.M che sta per Circolare Ministeriale, ma se ne utilizza solo una, quindi la risposta D è errata.
6. La Circolare Ministeriale dice: "*In particolare, l'art. 45 prevede, a favore dei minori stranieri presenti sul territorio nazionale, la possibilità di chiedere l'iscrizione alle scuole italiane di ogni ordine e grado in qualunque periodo dell'anno scolastico. Pertanto, le iscrizioni in parola possono avvenire anche oltre il termine del 25 gennaio fissato dalla suddetta circolare.*" Ciò significa che i minori stranieri hanno più possibilità di iscrizione rispetto agli italiani (risposta C). La tipologia di scuola non è limitata come si evince dal passaggio "*scuole italiane di ogni ordine e grado*" (la risposta D è errata).
7. Rifacendosi al brano riportato alla risposta 6, si dice "*scuole italiane di ogni ordine e grado in qualunque periodo dell'anno scolastico.*". Quindi il Liceo Classico rientra nelle scuole italiane superiori di secondo grado. Nella parte finale della Circolare si parla di minori stranieri privi di documentazione ufficiale: "*La medesima norma regolamentare consente l'iscrizione con riserva dei minori stranieri privi di documentazione anagrafica o in possesso di documentazione irregolare o incompleta, senza pregiudizio del conseguimento dei titoli conclusivi dei corsi di studio. In tal caso, ove non vi siano stati accertamenti negativi sull'identità dichiarata dell'alunno, dopo aver provveduto agli approfondimenti del caso, il titolo viene rilasciato con i dati identificativi acquisiti al momento dell'iscrizione.*" Si afferma che il minore straniero può

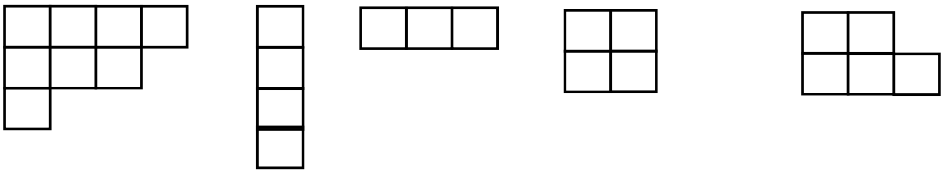
iscriversi con riserva e quando si accerterà che i dati anagrafici sono quelli dichiarati (se è possibile accertarlo), il titolo rilasciato riporterà tali dati scritti sul diploma (la risposta C è errata).

8. Rifacendosi al brano riportato alla risposta 6, si dice "[…] *la possibilità di chiedere l'iscrizione alle scuole italiane di ogni ordine e grado in qualunque periodo dell'anno scolastico." e "[…] anche oltre il termine del 25 gennaio fissato dalla suddetta circolare.":* quindi la risposta corretta è la C. Si afferma che il minore straniero può iscriversi con riserva e quindi potrà frequentare la scuola anche quando saranno messi in atto i dovuti accertamenti. La risposta D è errata perché dichiara che solo successivamente agli accertamenti sarà possibile iscrivere il minore straniero presso una scuola italiana.
9. Il linguaggio burocratico presenta una sintassi complicata e ricca di subordinate, incisi, riprese sintattiche, periodi lunghi, molti connettivi. Si prenda in considerazione la prima metà della Circolare Ministeriale: "*In relazione alla Circolare Ministeriale n.311 del 21.12.99, riguardante le iscrizioni degli alunni alle classi, si ritiene opportuno segnalare che il "Regolamento recante norme di attuazione del testo unico delle disposizioni concernenti la disciplina dell'immigrazione e norme sulla condizione dello straniero" (pubblicato nel suppl. ord. n. 190 del 3.11.1999 alla Gazzetta Ufficiale) contiene, al Capo VII, disposizioni in materia di istruzione, diritto allo studio e professioni. In particolare, l'art. 45 prevede, a favore dei minori stranieri presenti sul territorio nazionale, la possibilità di chiedere l'iscrizione alle scuole italiane di ogni ordine e grado in qualunque periodo dell'anno scolastico."* Questa parte è formata da soli due periodi con molti incisi, subordinate e connettivi del tipo "*In particolare*", "*In relazione alla*", "*si ritiene opportuno*", che rendono le frasi abbastanza lunghe e complesse.
10. Nella Circolare Ministeriale si dice "*"[…] anche oltre il termine del 25 gennaio fissato dalla suddetta circolare.":* la data fissata è quella "ultima" per gli studenti non stranieri, quindi italiani.

ESERCIZIO 5

PREMESSA

Remember that an F-diagram is a diagram of rows of boxes; the rows are left justified and of non-increasing length from top to bottom; in the following figure the first four diagrams are F-diagram, the fifth is not.



An F-diagram can be represented by a list whose elements are the length of rows from top to bottom: the following lists represents the four F-diagram in figure:

[4,3,1] [1,1,1,1] [3] [2,2]

Such a list is called the *shape* of the diagram; note that the elements of the list are in non-increasing order and their sum equals the number of boxes in the corresponding diagram.

An F-diagram of *n* boxes can be filled with numbers from 1 to *n*: in this case it is called a Y-diagram.

If the numbers in a Y-diagram are increasing in each row (left to right) and in each column (top to bottom), the diagram is called *standard*. The following Y-diagrams have shape [3,2,1]; the first two diagrams are standard, the third is not.

1	2	3
4	5	
6		

1	3	4
2	6	
5		

1	4	3
5	6	
2		

PROBLEMA

How many standard Y-diagrams of shape [3,2] there are? Enter your answer in the box below.

SOLUZIONE

5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I soli diagrammi standard di forma [3,2] sono i seguenti:

1	2	3
4	5	

1	2	4
3	5	

1	3	4
2	5	

1	3	5
2	4	

1	2	5
3	4	

Infatti, si ricordi che 1 deve sempre occupare la prima casella in alto a sinistra e *n* deve sempre stare in una casella che sia contemporaneamente l'ultima di una riga e l'ultima di una colonna. Quindi 1 ha posizione obbligata; 5 può stare alla fine della prima o della seconda riga. Nel primo caso occorre riempire in maniera standard la (restante) forma [2,2]: si può fare in due modi.

1	3
2	4

1	2
3	4

nel secondo caso occorre riempire in maniera standard la (restante) forma [3,1]: si può fare in tre modi.

1	2	3
4		

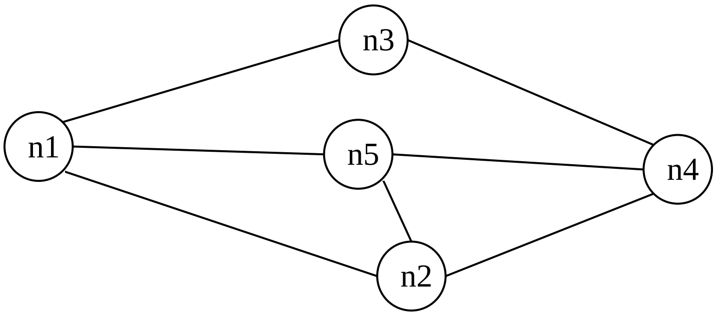
1	2	4
3		

1	3	4
2		

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6)	arco(n1,n3,5)	arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3)	arco(n2,n4,3)	arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)		

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza 2 + 3 + 4 = 9.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n3,7)	arco(n1,n5,4)	arco(n1,n7,2)
arco(n2,n7,1)	arco(n3,n2,9)	arco(n3,n4,2)
arco(n4,n5,1)	arco(n5,n6,2)	arco(n7,n6,3)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n3 e n7;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n3 e n7;

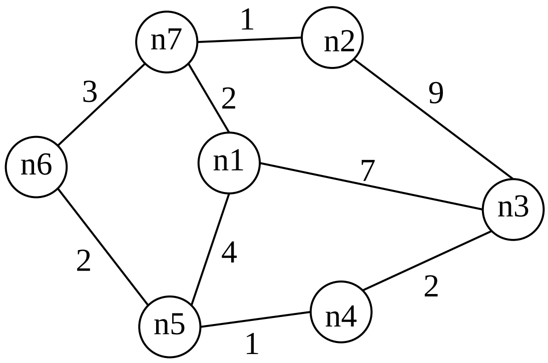
L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[n3,n4,n5,n6,n7]
L2	[n3,n1,n5,n6,n7]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 7 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6, n7); si procede per tentativi: si disegnano i 7 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare e in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).
Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n3 e n7 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*; questo si può fare costruendo direttamente le liste corrispondenti ai cammini (come è fatto di seguito) o rappresentando i cammini con un albero in cui la radice è il nodo di partenza (n3), e ogni nodo (dell'albero) ha tanti figli quanti sono i nodi (del grafo) a lui collegati purché non compaiono come antenati. Le foglie dell'albero sono il nodo di arrivo (n7) o un nodo da cui non ci si può più muovere.

CAMMINO	LUNGHEZZA
[n3,n2,n7]	10
[n3,n4,n5,n6,n7]	8
[n3,n4,n5,n1,n7]	9
[n3,n1,n5,n6,n7]	16
[n3,n1,n7]	9

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti significativi della loro regione per la prossima stagione turistica. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e, per ciascuna di queste stabiliscono quanti di loro devono partecipare e stimano il tempo per portarla a conclusione. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	1
A2	3	5
A3	2	2
A4	3	1
A5	2	2
A6	2	2
A7	3	1
A8	3	3
A9	2	2
A10	4	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività devono succedersi opportunamente nel tempo perché, per esempio, una attività utilizza il prodotto di altre: quindi esistono delle *priorità* descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può essere iniziata solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A6], [A2,A5], [A1,A4], [A4,A8], [A6,A7],
[A7,A8], [A7,A9], [A5,A10] , [A8,A10] , [A9,A10] , [A4,A5].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero Gm del giorno (contando come 1 il giorno di inizio del progetto) in cui lavora il numero minimo di ragazzi e il numero GM del giorno in cui lavora il numero massimo di ragazzi.

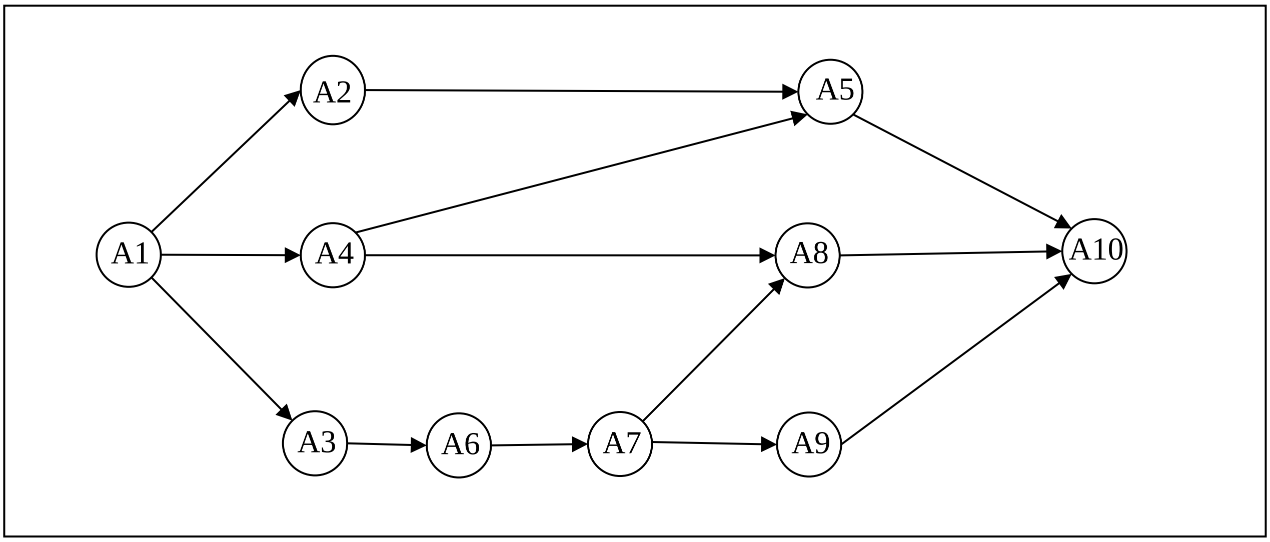
N	
Gm	
GM	

SOLUZIONE

N	10
Gm	9
GM	2

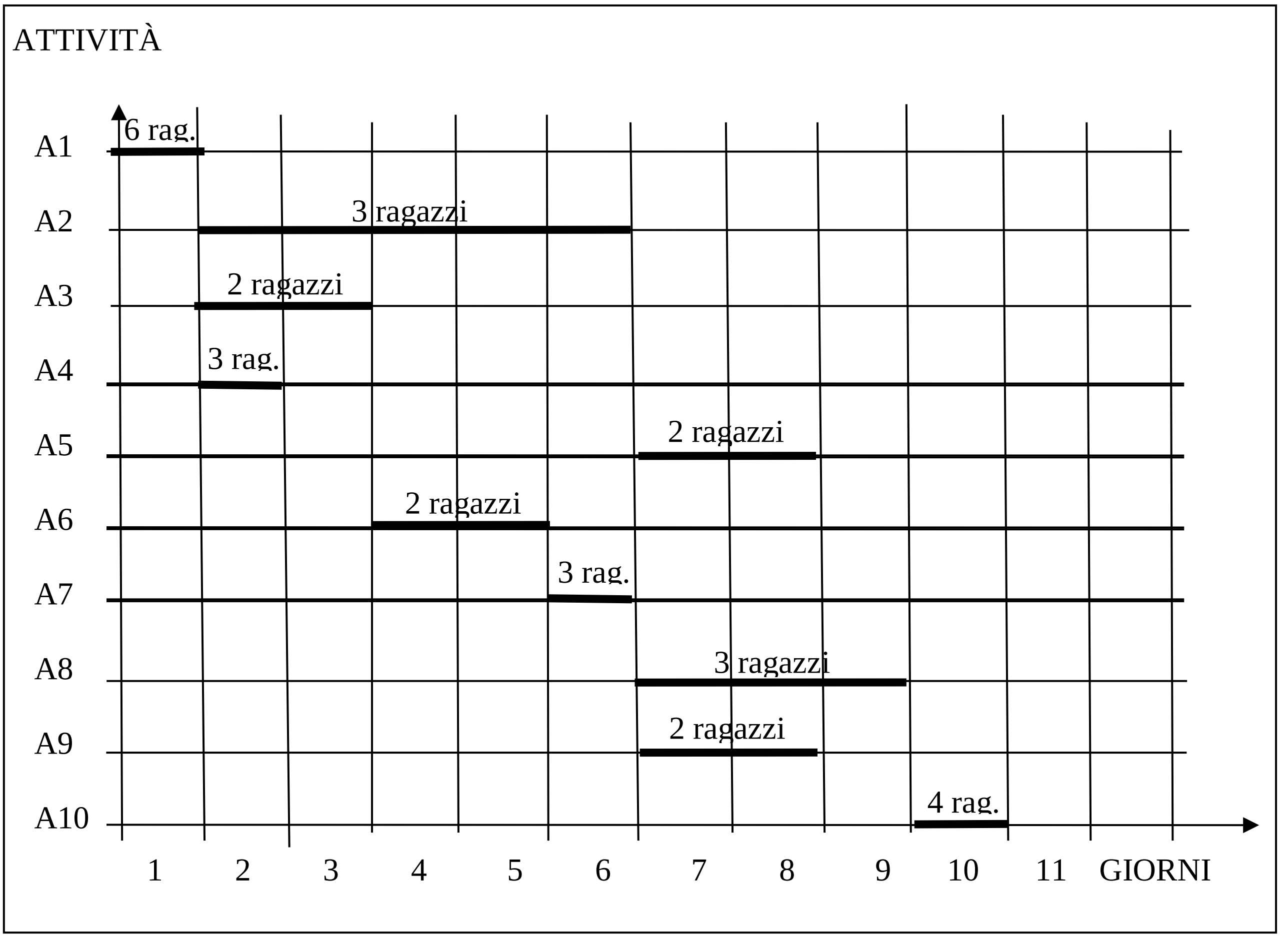
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.



Per costruire tale grafo (mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A10); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.
Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).
Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura un giorno; quando è terminata, il giorno 2 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A5, per esempio, può iniziare solamente quando è terminata sia la A4 sia la A2.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 10 giorni, che il numero *massimo* di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 8 il giorno 2 e che il numero *minimo* di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 3 il giorno 9.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
A ← 1;
B ← 1;
A ← A+B;
B ← B+A;
A ← B+A;
B ← A+B;
C ← A+B;
D ← A+B+C;
output  A, B, C, D;
endprocedure;
```

Determinare i valori di output.

A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	5
B	8
C	13
D	26

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
I risultati sono illustrati di seguito.

ultimi 6 statement di assegnazione	valore assunto dalle variabili a sinistra di ←
A← A+B;	1+1 = 2
B ← B+A;	1+2 = 3
A ← B+A;	2+3 = 5
B ← A+B;	3+5 = 8
C ← A+B;	5+8 = 13
D ← A+B+C;	5+8+13 = 26

ESERCIZIO 9

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```
procedure PROVA2;
variables A, M, N, K integer;
input A;
M ← A;
N ← A;
for K = 1 to 5 do
        input A;
        if A > M      then M ← A   endif;
        if A < N      then N ← A   endif;
endfor;
output M, N;
endprocedure;
```

I valori di input per A sono rispettivamente 6, 9, 3, 7, 2, 8. Determinare i valori di output.

M	
N	

SOLUZIONE

M	9
N	2

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Basta eseguire, passo a passo, le operazioni indicate: in M va il massimo valore tra quelli assunti via via da A; in N il minimo.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```
procedure PROVA3;
variables A, B, K integer;
A ← -5;
B ← 5;
for K from 1 to 5 step 1 do
        A ← -(A+K);
        B ← -(B+K);
        endfor;
output A, B;
endprocedure;
```

Determinare i valori di output di A e B.

A	
B	

SOLUZIONE

A	2
B	-8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La seguente tabella illustra i valori di K, A, B prima del ciclo “for” (prima riga) e dopo ogni ripetizione del “corpo” del ciclo (le successive cinque righe).

K	A	B
--	-5	5
1	4	-6
2	-6	4
3	3	-7
4	-7	3
5	2	-8

N.B. Prima del ciclo “for” la variabile K non ha valore.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA
You are given three integer positive different numbers: their average is 41; if the smallest number is 17, what could be the maximum possible value for the biggest of the three numbers?
Put your answer in the box below

SOLUZIONE
88

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Se la media di tre numeri interi positivi è 41, la loro somma è 123 = 3 × 41; se il più piccolo è 17 allora la somma dei rimanenti è 106: il più grande possibile, quindi, è 106-18 = 88; infatti poiché i tre numeri sono differenti e il più piccolo è 17, il valore più grande possibile per il terzo si ottiene prendendo come “secondo” 18.

ESERCIZIO 12

PROBLEMA
In a trout fishing tournament, 225 trout were caught in 5 days. The total fish caught on each day was 7 more than the day before. How many fish were caught on the first day?
Put your answer in the box below.

SOLUZIONE
31

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Si può ragionare in (almeno) due modi.
Primo modo. Se si indica con x il numero di pesci presi il primo giorno, il seguente prospetto indica la catture giornaliere.

primo giorno	secondo giorno	terzo giorno	quarto giorno	quinto giorno
x	$x + 7$	$x + 14$	$x + 21$	$x + 28$

Quindi in totale sono stati catturati $5x + 70$ pesci; il testo del problema dice che tale numero è 225: quindi $5x = 155$; ne segue che $x = 31$.
Secondo modo. Poiché in 5 (numero dispari) giorni sono state catturate 225 prede e le catture giornaliere sono equi-spaziate (cioè ogni giorno le prede catturate sono aumentate della stessa quantità), nel giorno di mezzo (il terzo) è stato catturato il numero *medio* di prede: 225/5 = 45. D'altra parte le prede catturate il terzo giorno sono 14 in più rispetto a quelle catturate il primo giorno (che sono, appunto 31).