ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere problemi spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine
regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)
che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Problemi "facili" possono essere risolti con una sola regola; per problemi "difficili" una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Si considerino le seguenti regole:

regola(1,[e,f],b)   regola(2,[m,f],e)   regola(3,[m],f)
regola(4,[b,f],g)   regola(5,[b,g],c)   regola(6,[g,f],c)

Per esempio la regola 1 dice che si può calcolare (o dedurre) **b** conoscendo **e** ed **f** (cioè gli elementi della lista [e,f]); conoscendo **b** ed **f** (cioè gli elementi della lista [b,f]) è possibile dedurre **g** con la regola 4. Quindi, a partire da **e** ed **f** è possibile dedurre prima **b** (con la regola 1) e poi **g** (con la regola 4).
Un *procedimento di deduzione* (o deduttivo, o di calcolo) è rappresentato da un *insieme di regole da applicare in sequenza opportuna* per dedurre un certo elemento (incognito) a partire da certi dati: quindi può essere descritto dalla lista delle sigle di queste regole. Il procedimento [1,4] descrive la soluzione del problema: "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**".
Una maniera grafica per rappresentare le regole è quella mostrata nella seguente figura 1: consiste nell'associare un albero (rovesciato) ad ogni regola: la radice (in alto) è il conseguente, le foglie (in basso) sono gli antecedenti.

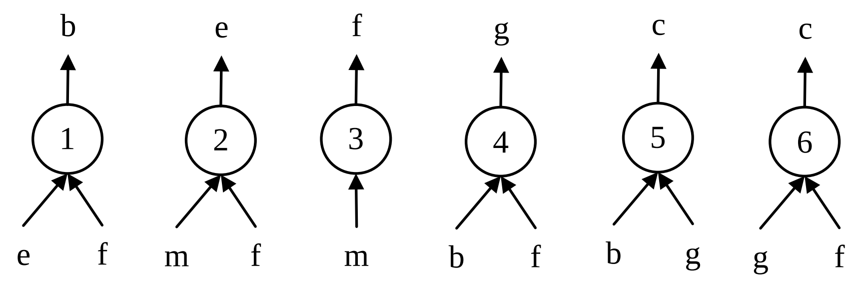


Figura 1

Con questa rappresentazione grafica, risolvere il problema "dedurre **g** a partire da **e** ed **f**" è particolarmente facile; si cerca un "albero" (cioè una regola) che ha come radice l'incognita (cioè **g**): in questo caso ne esiste solo uno che è la regola 4: si veda la figura 2 a sinistra.
Le foglie di questo albero (**b** ed **f**) *non* sono tutte note: quelle note (**f** in questo caso) sono vere e proprie foglie, quelle incognite (**b** in questo caso) vanno considerati come "anelli" a cui "appendere" un altro albero; quindi bisogna continuare *sviluppando* la foglia incognita **b**, cioè "*appendendo*" a **b** l'albero rappresentato dalla regola 1, come illustrato nella figura 2 a destra.
Adesso tutte le foglie dell'albero così ottenuto (**e** ed **f**) sono note e il problema è risolto.
Si può anche dire che un albero le cui foglie sono tutte note rappresenta un procedimento per dedurre la "radice" a partire dalle "foglie". Per costruire la lista corrispondente occorre *partire dal basso*: prima si applica la regola 1, che utilizza solo i dati; poi si può applicare la regola 4. Il procedimento è quindi (individuato dalla lista) [1,4].

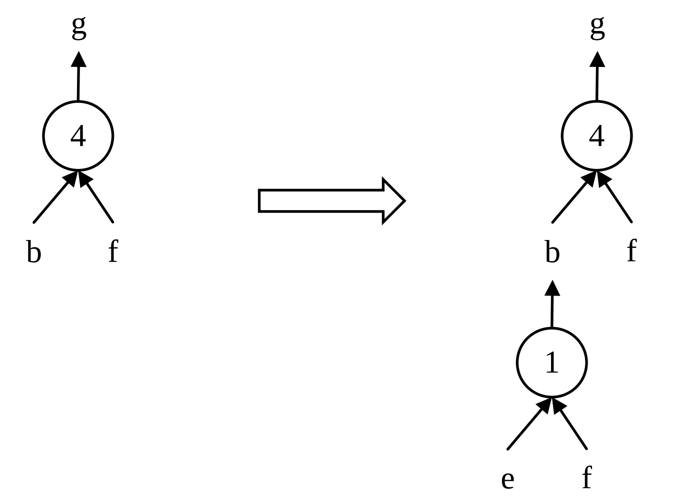


Figura 2

N.B. Nelle liste richieste occorre elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione: la prima (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare (che ha come antecedenti solo dati); l'ultima (a destra) deve essere la sigla della regola che ha come conseguente l'elemento incognito da dedurre.
Nella lista non ci sono regole *ripetute* (infatti un procedimento di deduzione è un *insieme* di regole da applicare in opportuna sequenza). L'applicazione di una regola rende disponibile il conseguente da utilizzare (come antecedente) nell'applicazione di regole successive.
La lista associata a un (ben preciso) procedimento si costruisce quindi per passi successivi a partire dal primo elemento che è la sigla della prima regola da applicare; ad ogni passo, se ci fossero più regole applicabili, occorre dare la precedenza (nella lista) a quella con sigla *inferiore* (questo per rendere *unica* la lista associata al procedimento).

N.B. In alcuni casi esistono più procedimenti deduttivi possibili che permettono di ricavare un certo elemento dagli stessi dati, in maniere diverse (cioè con alberi diversi e quindi con insiemi diversi di regole). Per esempio il problema “dedurre **c** a partire da **b** ed **f**” (dalle regole viste sopra) ha due distinti procedimenti risolutivi; gli alberi relativi ai due procedimenti sono mostrati nella seguente figura 3.

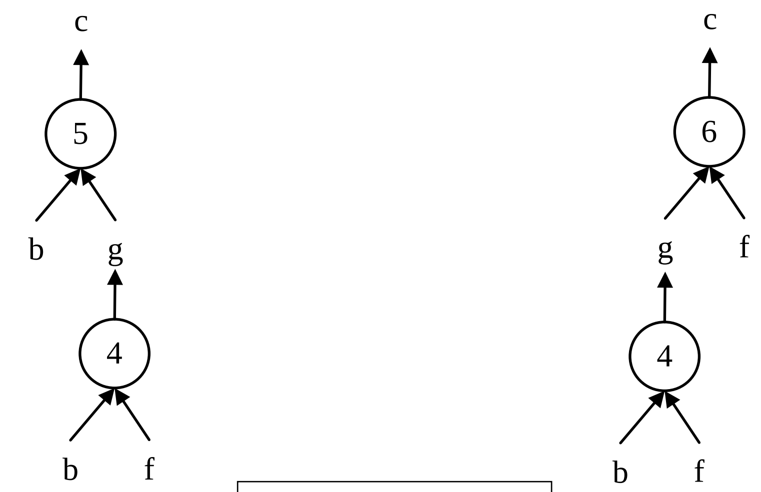


Figura 3

Le liste associate sono, rispettivamente, [4,5] e [4,6].

In un procedimento deduttivo, il numero di regole *differenti* coinvolte (e, quindi, anche il numero di elementi della lista corrispondente al procedimento) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[y],x)	regola(2,[z],y)	regola(3,[x,y],a)
regola(4,[e],c)	regola(5,[c,f],d)	regola(6,[c,d],b)

Trovare:

1. la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **a** da **y**;
2. la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **a** da **z**;
3. la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **b** da **e, f**.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[1,3]
L2	[2,1,3]
L3	[4,5,6]

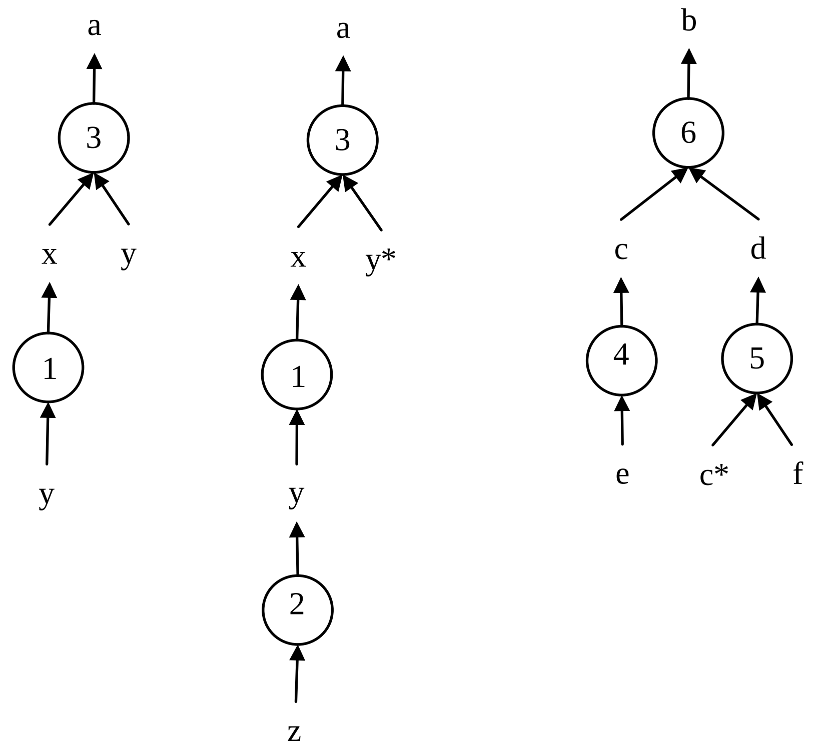
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per la prima domanda si osserva che **a** è deducibile solo con la regola 3, che ha come antecedenti **x** e **y**; il secondo è noto, il primo è deducibile, con la regola 1, a partire da **y**. Quindi il procedimento risolutivo è terminato e la lista è [1,3].

La seconda domanda richiede di dedurre sempre **a**, ma a partire da **z**; osservando che la regola 2 permette di dedurre **y** da **z**, ci si può ridurre al problema precedente: quindi la lista è [2,1,3].

Per la terza domanda si osserva che **b** è deducibile solo con la regola 6, che richiede di conoscere **c** e **d**; il primo è deducibile con la regola 4 da **e** (che è dato), il secondo è deducibile con la regola 5 da **c** (appena dedotto) e **f** (dato). la lista che rappresenta il procedimento è [4,5,6].

I tre procedimenti sono mostrati dagli alberi nella figura che segue.


a
3
x
y
1
y
a
3
x
y*
1
y
2
z
b
6
c
d
4
5
e
c*
f

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un “campo di gara”, per esempio di 14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale (vedi figura).

									S				
					P								
➔													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente P è individuata da essere nella sesta colonna (da sinistra) e nella terza riga (dal basso): brevemente si dice che ha *coordinate* [6,3]; la prima coordinata (in questo caso 6) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente S sono [10,4] e di quella contenente la freccia sono [1,1].

La freccia può essere pensata come un robot, in questo caso rivolto verso destra; lo stato del robot può quindi essere individuato da tre “valori”: due per le coordinate della casella che occupa e uno per indicare il suo orientamento. Per quest’ultimo si possono usare i simboli della stella dei venti: E, S, W, N: per indicare che il robot è rivolto, rispettivamente, a *destra*, in *basso*, a *sinistra*, in *alto* (con riferimento a chi guarda il foglio); lo stato del robot, rappresentato dalla freccia nella figura è [1,1,E].

Il robot può eseguire tre tipi di comandi:

- girarsi di 90 gradi in senso *orario*: comando **o**;
- girarsi di 90 gradi in senso *antiorario*: comando **a**;
- avanzare di una casella (nel senso della freccia, mantenendo l’orientamento): comando **f**.

Questi comandi possono essere concatenati in sequenze in modo da permettere al robot di compiere vari percorsi; per esempio la sequenza di comandi descritta dalla lista [f,f,f,f,f,a,f,f] fa spostare il robot dalla posizione e orientamento iniziali mostrati in figura fino alla casella P; le caselle via via occupate (quella di partenza e quella di arrivo comprese) sono quelle della lista:

[[1,1],[2,1],[3,1],[4,1],[5,1],[6,1],[6,2],[6,3]].

Stessa casella di arrivo si raggiunge con la lista di comandi [a,f,f,o,f,f,f,f,f], ma il percorso è diverso ed è descritto dalla lista

[[1,1],[1,2],[1,3],[2,3],[3,3],[4,3],[5,3],[6,3]].

Inoltre, nel primo caso lo stato l’orientamento finale del robot è verso l’alto (stato [6,3,N]), mentre nel secondo caso l’orientamento finale è verso destra (stato [6,3,E]).

PROBLEMA

In un campo di gara, sufficientemente ampio, il robot è nella casella [8,8] con orientamento verso il basso; deve eseguire il percorso descritto dalla seguente lista di comandi

[f,o,f,o,f,o,f,a,f,a,f,a,f]

Trovare l’ascissa X e l’ordinata Y della casella in cui finisce il percorso del robot.

X	
Y	

SOLUZIONE

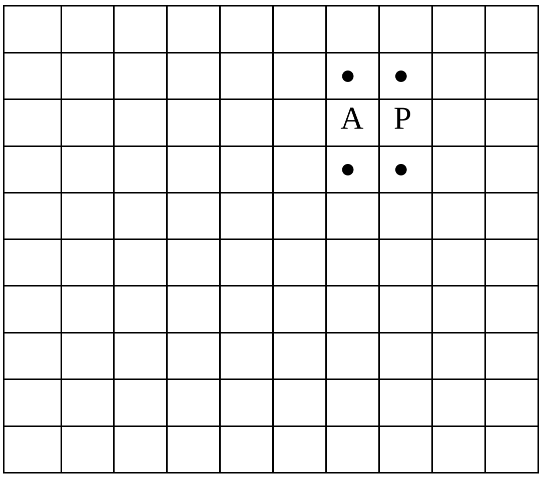
X	7

Y	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La soluzione si costruisce eseguendo uno dopo l’altro i comandi della lista.
Programma: [f,o,f,o,f,o,f,a,f,a,f,a,f].
Stati successivi del robot:

	partenza	[8,8,S]
1	passo f	[8,7,S]
2	passo o	[8,7,W]
3	passo f	[7,7,W]
4	passo o	[7,7,N]
5	passo f	[7,8,N]
6	passo o	[7,8,E]
7	passo f	[8,8,E]
8	passo a	[8,8,N]
9	passo f	[8,9,N]
10	passo a	[8,9,W]
11	passo f	[7,9,W]
12	passo a	[7,9,S]
11	passo f	[7,8,S]

L’insieme delle caselle successivamente occupate è mostrata nella seguente figura (P indica la partenza, A l’arrivo).



ESERCIZIO 3

PROBLEMA

In un campo di gara un robot può muoversi come specificato nell'esercizio precedente. Il robot è nella casella [8,8] con orientamento verso il basso (si può dire che è nello stato [8,8,S]).

Trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle

[[8,8],[8,7],[8,6],[8,5],[7,5],[7,4],[6,4],[6,3]].

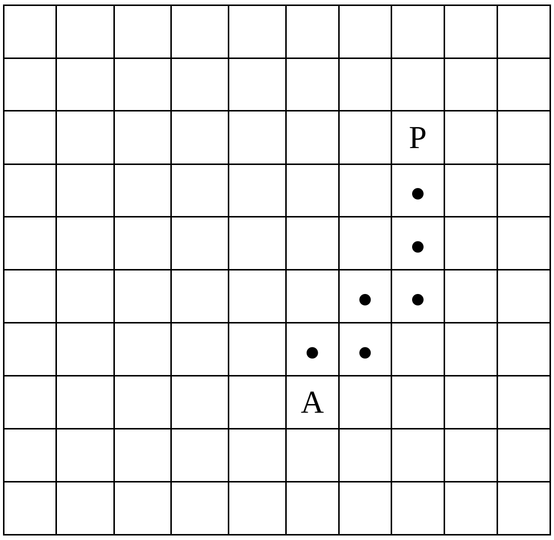
L	

SOLUZIONE

L	[f,f,f,o,f,a,f,o,f,a,f]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere con facilità il problema è conveniente visualizzare il percorso, come nella figura che segue.



Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:

POSIZIONE	ORIENTAMENTO VERSO	CONSEGUENZA DEL COMANDO
[8,8]	il basso	partenza
[8,7]	il basso	f
[8,6]	il basso	f
[8,5]	il basso	f
[8,5]	sinistra	o
[7,5]	sinistra	f
[7,5]	il basso	a
[7,4]	il basso	f
[7,4]	sinistra	o
[6,4]	sinistra	f
[6,4]	il basso	a
[6,3]	il basso	f

ESERCIZIO 4

PREMESSA
Guardare l'immagine con attenzione.

N.B. L'immagine pubblicitaria contiene alcune parti scritte particolarmente rilevanti:

- Per trovare il benessere non serve andare lontano.
- Ideale come contorno
- Perfetta come ingrediente per le tue ricette
- Tutta italiana, no OGM
- Naturalmente ricca di fibre, proteine e isoflavoni
- Edamame: un piccolo seme ricco di benessere.

- La soia Edemame ha origini antichissime ed è consumata da secoli in Cina e Giappone. E' un prodotto ideale per impreziosire qualsiasi ricetta: è ottima saltata in padella da sola, per arricchire pasta o riso, per ogni tipo di zuppa e contorno. Orogel ti offre l'unica soia Edemame coltivata esclusivamente in Italia.
- Nei migliori supermercati.

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. L'immagine e le parti scritte (slogan, elenco puntato, didascalia ecc.) evidenziano soprattutto:
   - A. Che proprio il prodotto pubblicizzato (soia Edamame Orogel) viene coltivato in oriente;
   - B. Che proprio il prodotto pubblicizzato (soia Edamame Orogel) è coltivato in Italia da antichissimi secoli;
   - C. Che proprio il prodotto pubblicizzato (soia Edamame Orogel) non è coltivato all'estero;
   - D. Che proprio il prodotto pubblicizzato (soia Edamame Orogel) è coltivato nelle isole come il Giappone.
2. Il prodotto pubblicizzato è:
   - A. Un ortaggio;
   - B. Un legume;
   - C. Un cereale;
   - D. Un'erba aromatica.
3. La tipologia di soia qui pubblicizzata è consumata:
   - A. In Oriente;
   - B. Nel sud del mondo;
   - C. Soprattutto nelle isole orientali;
   - D. Negli Stati Uniti.
4. L'immagine centrale della pubblicità:
   - A. Presenta baccelli, semi di soia e alcuni luoghi in cui si coltiva la soia;
   - B. Presenta riferimenti alla bandiera italiana;
   - C. Propone il prodotto cucinato con una particolare ricetta e presentato in una forma strana che ricorda l'Italia;
   - D. Evidenzia la provenienza del prodotto.
5. Nella parte bassa dell'immagine, nel riquadro giallo, compare uno slogan che così recita: "*Edamame: un piccolo seme ricco di benessere*". In questa frase compare questa figura retorica:
   - A. Una metafora;
   - B. Una antitesi;
   - C. Una similitudine;
   - D. Una onomatopea.
6. In questa immagine pubblicitaria compare anche:
   - A. Un elenco puntato;
   - B. Una freccia perpendicolare;
   - C. Alcuni pacchetti del prodotto;
   - D. La spiegazione di una ricetta per cucinare il prodotto pubblicizzato.
7. La ditta che produce e vende il prodotto pubblicizzato si chiama:
   - A. Edamame;
   - B. Soia;
   - C. Orogel;
   - D. Ogm.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	B
3	A
4	D
5	B
6	A
7	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. L'immagine centrale ricostruisce un'Italia con tanti semi di soia verdi; nell'elenco puntato il terzo punto recita, "*Tutta italiana*"; l'ultima frase della didascalia nel riquadro giallo in basso riporta: "*Orogel ti offre l'unica soia Edamame coltivata esclusivamente in Italia*". Tutti questi elementi sottolineano la provenienza autoctona e non estera del prodotto (risposta C, corretta). Questa tipologia di soia è antichissima e solitamente consumata (non coltivata) in oriente (Cina e Giappone), ma questa specifica che si sta pubblicizzando è tipicamente italiana (risposte A e D). Ci viene detto che questa soia ha origini antichissime, non che si coltiva in Italia da tantissimo tempo (risposta B).
2. La soia è un legume (risposta B).
3. La didascalia nel riquadro giallo, nella parte inferiore dell'immagine, cita nella parte iniziale: "*La soia Edamame ha origini antichissime ed è consumata da secoli in Cina e Giappone*". Quindi i riferimenti geografici rimandano all'oriente (risposta A, corretta). Si cita il Giappone, ma non si dice che è soprattutto nelle isole che la si consuma (risposta C errata). Non si citano gli Stati Uniti.
4. L'immagine centrale presenta un'Italia riprodotta con tanti semi di soia, alcuni baccelli in alto a destra, una freccia a 360 gradi: il prodotto non è cucinato, ma si presenta "naturale" (risposta C, errata). L'Italia riprodotta con i semi non rappresenta i campi o i luoghi dove si coltiva la soia, ma raffigura una composizione "metaforica" riguardante la provenienza della stessa (risposta A, errata). Quindi la forma dell'Italia ottenuta con la soia è un chiaro rimando al luogo da cui proviene tale prodotto (risposta D, corretta). I colori italiani dovrebbero essere rosso, bianco e verde: il rosso e il bianco non compaiono (risposta B, errata).
5. Nella frase citata compare un'antitesi: "*piccolo seme*" si contrappone a "ricco di benessere". Una similitudine è un breve paragone che utilizza l'avverbio "come"; un'onomatopea è una parola che imita o talvolta riproduce fedelmente suoni, rumori, voci o versi di animali ecc.; una metafora trasla un concetto in una determinata immagine (lentezza = tartaruga).
6. Nella pagina pubblicitaria compare un solo pacchetto del prodotto in basso a destra (risposta C, errata); la freccia è circolare e non "perpendicolare" (risposta B, errata; inoltre "perpendicolare" esprime una relazione: non è specificato a cosa sarebbe perpendicolare la freccia); nel riquadro basso in giallo si danno consigli su come cucinare la soia, ma sono generici, non vere ricette con

dosi e ingredienti (risposta D, errata). In basso a sinistra, sopra il riquadro giallo, compare un elenco puntato i cui punti sono proprio semi di soia (risposta A, corretta).

7. Edamame è la varietà di soia (risposta A, errata); soia è il legume pubblicizzato (risposta B, errata); OGM è l'acronimo di Organismi Geneticamente Modificati (risposta D, errata). L'azienda che produce e commercializza la soia Edamame è Orogel (risposta C, corretta).

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un *termine* che contiene le seguenti informazioni:

deposito(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

deposito(m1,65,136) deposito(m2,66,135) deposito(m3,64,137)
deposito(m4,63,134) deposito(m5,65,133)

Disponendo di un motocarro con portata massima di 268 Kg trovare la lista L delle sigle di due minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.
N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< … .

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m2,m5]
V	131

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Una maniera (valida in generale) di risolvere il problema consiste nel costruire *tutte* le possibili *combinazioni* di due minerali diversi e considerare di ciascuna il valore e il peso.
N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione “m1, m4” è uguale alla combinazione “m4, m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.
Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili e tra queste scegliere quella di maggior valore.

COMBINAZIONI	VALORE	PESO	TRASPORTABILITÀ
[m1,m2]	65+66=131	136+135=271	no
[m1,m3]	65+64=129	136+137=273	no
[m1,m4]	65+63=128	136+134=270	no
[m1,m5]	65+65=130	136+133=269	no
[m2,m3]	66+64=130	135+137=272	no
[m2,m4]	66+63=129	135+134=269	no
[m2,m5]	66+65=131	135+133=268	si
[m3,m4]	64+63=127	137+134=271	no
[m3,m5]	64+65=127	137+133=270	no
[m4,m5]	63+65=128	134+133=267	si

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Per costruire *tutte* le combinazioni di due sigle, conviene considerare esplicitamente le sigle elencate in un qualche ordine: per esempio in quello alfabetico:

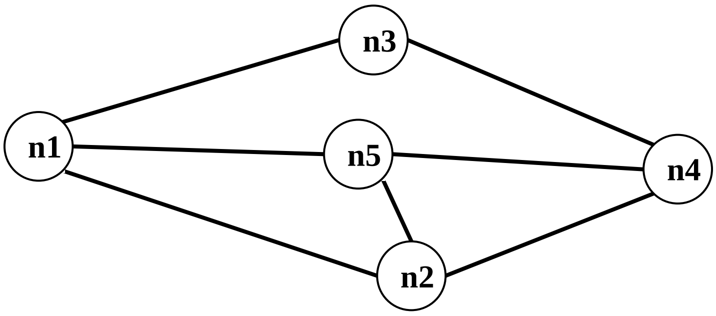
m1
m2
m3
m4
m5

Adesso è facile costruire prima tutte le combinazioni di due sigle che iniziano con la “prima” (che sarà accoppiata con ciascuna delle successive), poi tutte quelle che iniziano con la “seconda” (che sarà accoppiata con ciascuna delle successive, ma non con la precedente), e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte e una sola volta.

ESERCIZIO 6

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6) arco(n1,n3,5) arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3) arco(n2,n4,3) arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)

Un *percorso* tra due nodi del grafo può essere descritto con la lista di archi che lo compongono ordinati dal nodo di partenza al nodo di arrivo. Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n2,1) arco(n1,n5,8) arco(n1,n4,2) arco(n2,n3,9)
arco(n3,n5,1) arco(n6,n3,5) arco(n4,n6,3) arco(n6,n5,2)

Disegnare il grafo e trovare:

1. la lista L1 del percorso più breve tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K1;
2. la lista L2 del percorso *semplice* (cioè senza nodo ripetuti) più lungo tra n1 e n3 e calcolarne la lunghezza K2.

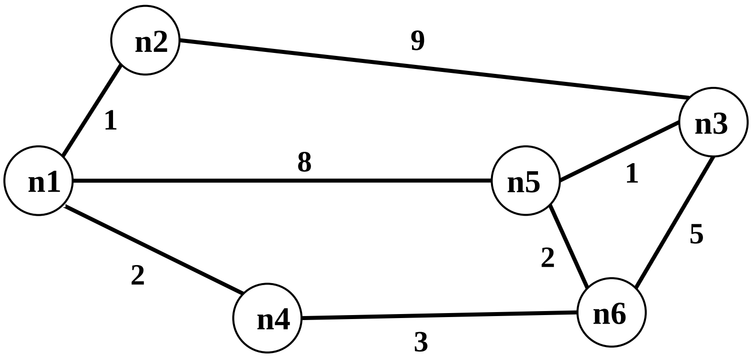
L1	
K1	
L2	
K2	

SOLUZIONE

L1	[n1, n4, n6, n5, n3]
K1	8
L2	[n1, n5, n6, n3]
K2	15

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi: si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta).
Per rispondere alle due domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n3.

PERCORSO da n1 a n3	LUNGHEZZA
[n1, n2, n3]	10
[n1, n5, n3]	9
[n1, n5, n6, n3]	15
[n1, n4, n6, n3]	10
[n1, n4, n6, n5, n3]	8

L1, K1, L2, K2 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti turistici significativi della loro regione per la prossima primavera. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività, stabiliscono quanti di loro devono partecipare a ogni attività e stimano il tempo per portarla a conclusione.
(Esempi di attività sono: la raccolta delle manifestazioni dai vari enti che le organizzano, il disegno della struttura dell'ipertesto, la decisione su quali sono le interazioni possibili, il test finale per controllare che tutto funzioni, ecc.)
La tabella che segue elenca le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	3
A3	2	2
A4	2	3
A5	4	2
A6	3	2
A7	2	2
A8	3	2
A9	3	2
A10	6	1

N.B. Ai fini del problema non è importante conoscere la descrizione delle singole attività.

Le attività non possono essere svolte in un ordine qualsiasi: esistono delle *priorità* fra le attività che sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le priorità sono:

[A1,A2], [A1,A4], [A1,A3], [A2,A5], [A5,A10],
[A3,A6], [A6,A7], [A6,A5], [A4,A7], [A4,A8], [A8,A9], [A7,A9], [A9,A10]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero GM del giorno (contando come 1 il giorno di inizio del progetto) in cui lavora il numero massimo RM di ragazzi.

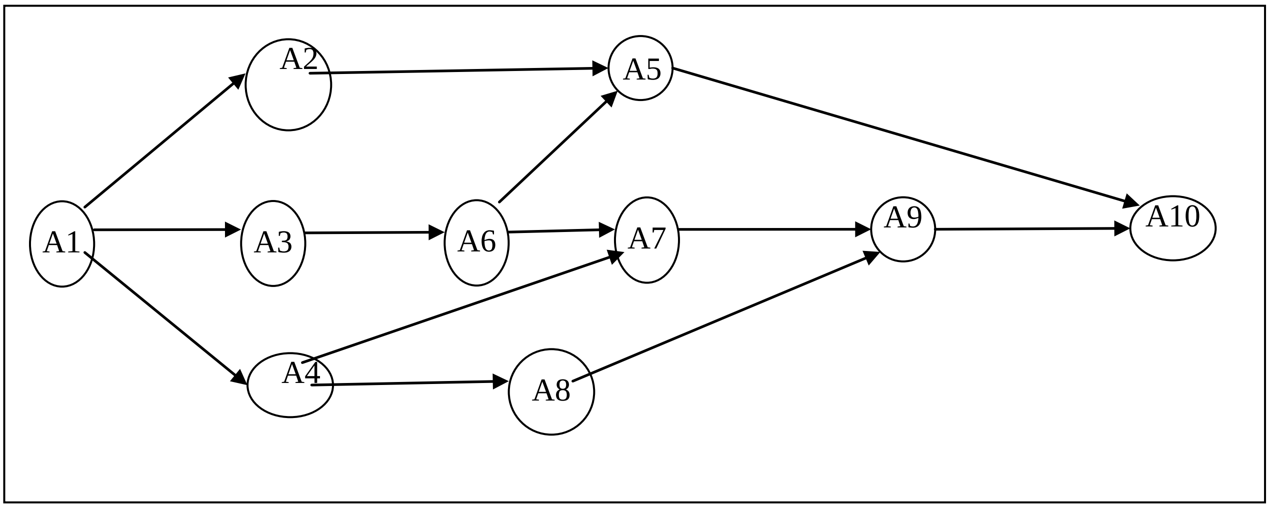
N	
GM	
RM	

SOLUZIONE

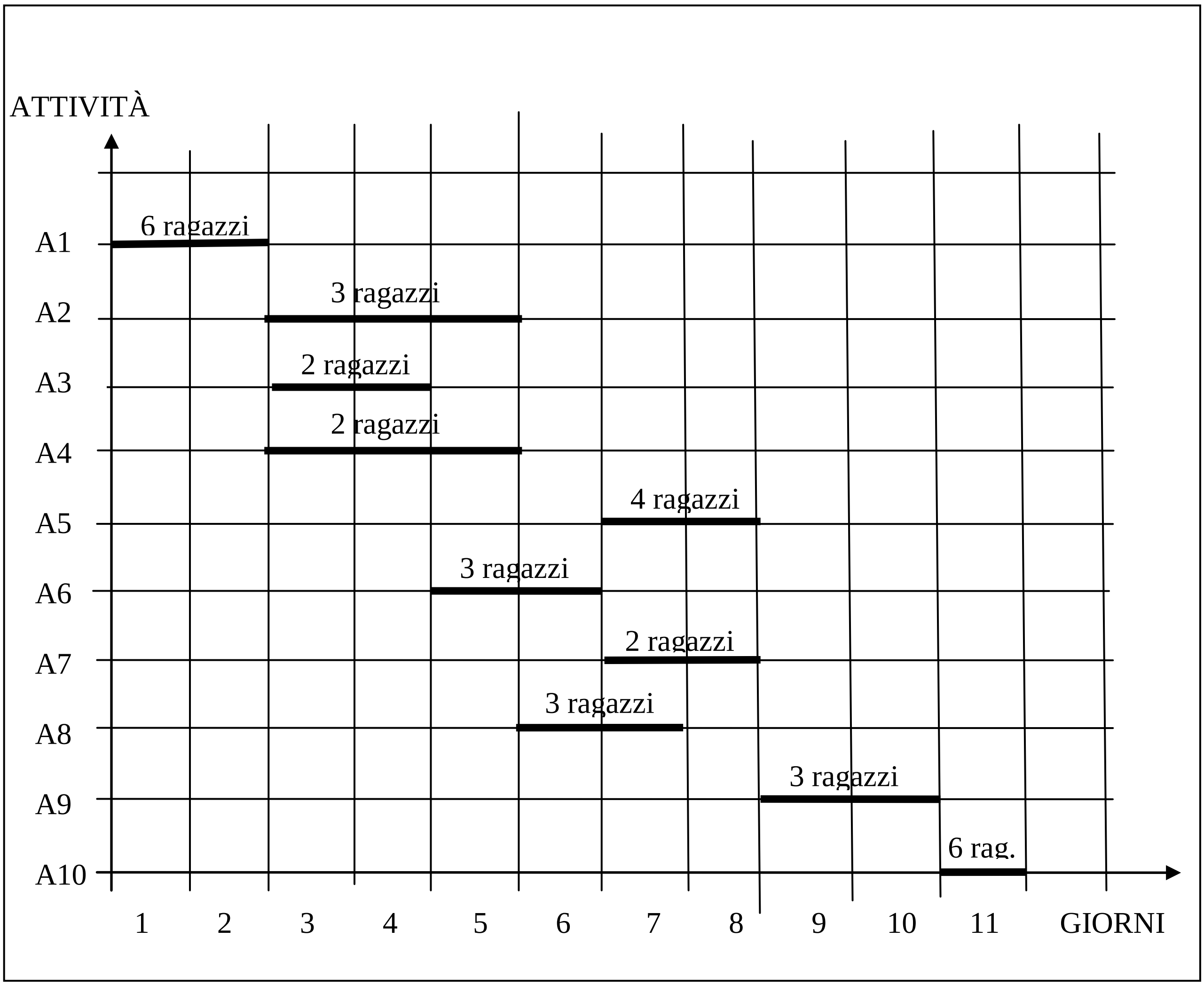
N	11
GM	7
RM	9

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come si devono susseguire nel tempo.



Poi, dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). L’attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l’attività A5 può iniziare solamente quando sono terminate sia l’attività A2 sia l’attività A6.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero minimo di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 3, i giorni 9 e 10; il numero *massimo* di ragazzi al lavoro contemporaneamente è 9, il giorno 7.

ESERCIZIO 8

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura.

procedure PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
input A, B, C;
A ← A + B - C;
B ← A - B + C;
C ← A + B + C;
D ← A + B + C;
output A, B, C, D;
endprocedure;

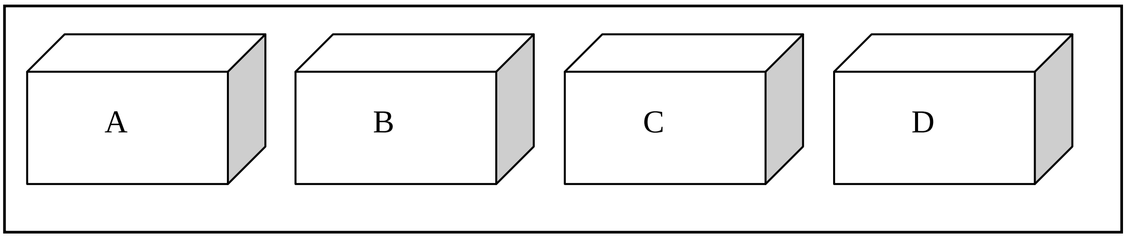
I valori in input sono: 5 per A, 2 per B e 1 per C; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	6
B	5
C	12
D	23

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D integer;
input A, B;
C ← A+B;
D ← B + C - A;
if C>D
        then C ← A;
        else  C ← B;
endif;
A ← C+D;
B ← A+D;
C ← A+ B;
output A, B, C, D;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 1 per A, 2 per B; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

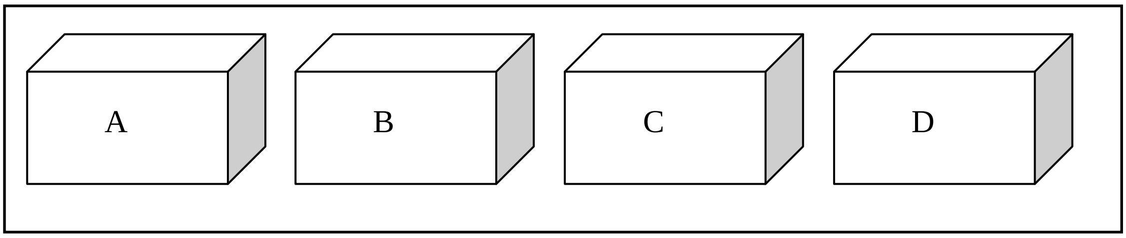
A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	6
B	10
C	16
D	4

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, C, D integer;
input A, B, C;
A ← A + B + C;
B ← A + B + C;
if A>B
        then C ← A;
        else  C ← B;
endif;
C ← A + B + C;
D ← A + B + C;
output A, B, C, D;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 2 per A, 3 per B e 4 per C; determinare i valori di output e scriverli nella seguente tabella.

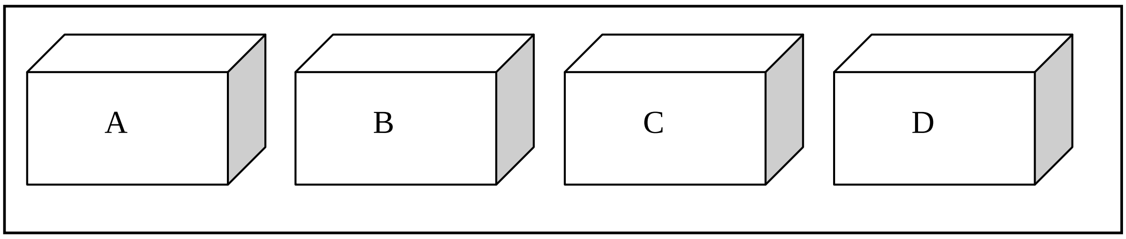
A	
B	
C	
D	

SOLUZIONE

A	9
B	16
C	41
D	66

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Immaginando che le variabili siano “scatole” che contengono un valore (come nella figura seguente), il problema si risolve eseguendo passo passo le operazioni indicate dalla procedura.



Occorre fare attenzione al fatto che il valore delle variabili può cambiare più volte, nel corso della procedura.

ESERCIZIO 11

PROBLEMA
A cube, measuring 6 inches on each edge, is painted blue all over and then is sliced into 2-inch cubes. How many of the smaller cubes are blue on three sides, on two sides and on one side?
Put your answers, as integer numbers, in the boxes below.

blue on one side	
blue on two sides	
blue on three sides	

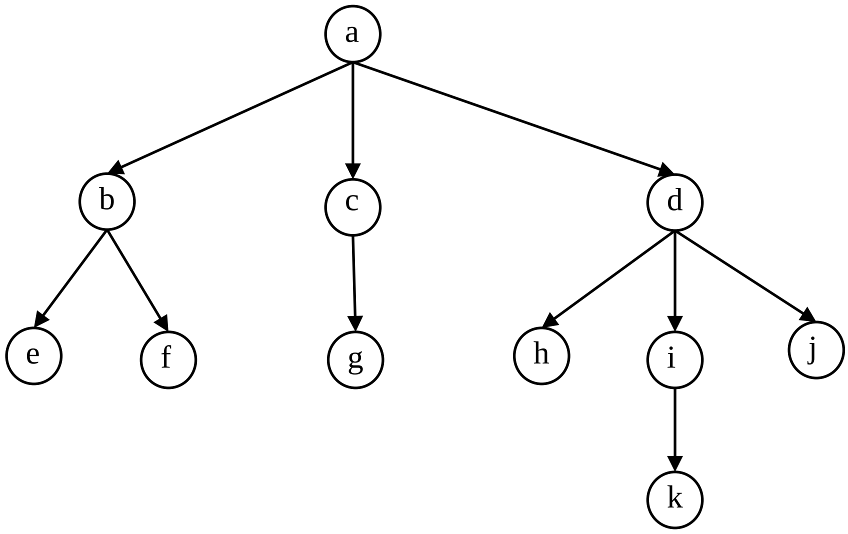
SOLUZIONE

blue on one side	6
blue on two sides	12
blue on three sides	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Solo i cubi piccoli posti agli angoli (triedri) del cubo grande hanno tre facce dipinte di blu: quindi sono otto; ognuna delle sei facce del cubo grande ha, al centro, la faccia di un cubo piccolo che è (l’unica di quel cubo) dipinta di blu; ognuno degli spigoli del cubo grande (sono 12) ha al centro lo spigolo di un cubo piccolo che ha due facce dipinte di blu. In totale dei 27 cubi piccoli: 6 hanno una faccia blu, 12 due facce blu, 8 tre facce e uno (quello centrale) nessuna.

ESERCIZIO 12

PREMESSA
Un albero è un grafo orientato (cioè costituito da *nodi* e *frecce*) che ha la seguente proprietà: in ogni nodo, *tranne uno* (detto *radice*), "entra" una (sola) freccia.
Da ogni nodo possono "uscire" delle frecce; un nodo da cui non escono frecce si dice *foglia*.
Un esempio di albero (contenente i *nodi*: a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k) è mostrato nella figura seguente.



Una freccia può essere descritta dal termine:

arco(<*padre*>,<*figlio*>)

dove <*padre*> e <*figlio*> sono (nomi di) nodi. Questa scrittura suggerisce di chiamare *padre* il nodo da cui esce una freccia e *figlio* il nodo in cui entra una freccia.
Un albero può, quindi, essere descritto da tutti i termini associati alle sue frecce.
L'albero sopra riportato può essere rappresentato dal seguente elenco di termini:

arco(a,b)	arco(a,c)	arco(a,d)	arco(b,e)	arco(b,f)
arco(c,g)	arco(d,h)	arco(d,i)	arco(d,j)	arco(i,k)

N.B. Se è dato il disegno dell'albero è facile scrivere i termini che lo rappresentano; se sono dati i termini, occorre:
- fare l'elenco dei nodi,
- trovare il nodo radice (l'unico che non compare come secondo argomento in nessun termine),
- disegnare la radice, determinare i suoi figli e disegnarli, poi i figli dei figli e così via.

Un albero può considerarsi un *albero genealogico* e desumere, tra i suoi nodi delle *parentele*, come, per esempio (nell'albero di figura):
- **b** e **d** sono *fratelli* (hanno lo stesso padre);
- **e** è *cugino* di **h** (il padre di **e** e il padre di **h** sono fratelli, oppure **e** e **h** hanno lo stesso nonno, ma non sono fratelli);
- **b** è *zio* di **g** (**b** è fratello del padre di **g**);
- **h** è zio (**h** ha un fratello con figli);
- **a**, **d** sono *nonni* (ciascuno ha un figlio che ha un figlio).

N.B. Si noti che si può dire **d** è *padre*, ma anche **d** è *padre di* **i**; analogamente **g** è *figlio* ma anche **g** è *figlio di* **c**; analoga situazione si verifica per altri gradi di parentela.

PROBLEMA

Disegnare l'albero genealogico descritto dal seguente insieme di termini e rispondere ai quesiti sotto riportati.

arco(a,b) arco(a,c) arco(a,d) arco(b,e) arco(b,f) arco(c,g) arco(d,h)
arco(d,i) arco(f,l) arco(f,m) arco(g,n) arco(h,o) arco(i,p)

- Trovare il numero N complessivo di padri presenti in questo albero genealogico.
- Trovare il numero M complessivo di zii presenti in questo albero.
- Trovare la lista L dei cugini di h (con gli elementi in ordine lessicografico).

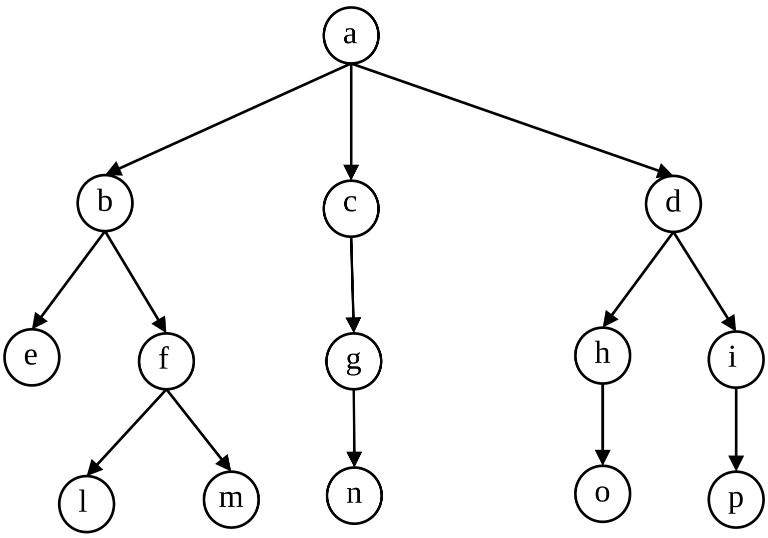
N	
M	
L	

SOLUZIONE

N	8
M	6
L	[e,f,g]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I nodi sono [a,b,c,d,e,f,g,h,i,l,m,n,o,p]; la radice è **a**. Il disegno dell'albero è mostrato nella seguente figura.



I padri, cioè i nodi da cui parte (almeno) una freccia, sono [a,b,c,d,f,g,h,i]; gli zii, cioè i nodi che hanno (almeno) un fratello con (almeno) un figlio, sono [b,c,d,e,h,i]; i cugini di **h**, cioè i nodi che hanno lo stesso nonno di **h**, ma non sono fratelli di **h**, sono [e,f,g].