

**ESERCIZIO 1**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI, pagina 2.

**PROBLEMA**

Sono date le seguenti regole:

regola(1,[a,m,p],n)	regola(2,[d,p,q],f)	regola(3,[a,x,y],c)
regola(4,[a,x],y)	regola(5,[a,p],m)	regola(6,[e],a)
regola(7,[c],m)	regola(8,[p],x)	regola(9,[x,d,f],n)
regola(10,[x,q],d)	regola(11,[m,n],r)	regola(12,[a,e],x)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **m** conoscendo [**e**];
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **n** conoscendo [**p,q**];
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre *con 3 regole* **r** conoscendo [**a,p**];
4. la lista L4 che descrive il procedimento per dedurre *con 6 regole* **r** conoscendo [**a,p**].

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]
L4	[ ]

**SOLUZIONE**

L1	[6,12,4,3,7]
L2	[8,10,2,9]
L3	[5,1,11]
L4	[8,4,3,7,1,11]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per la prima domanda, usando il metodo *backward* si può osservare che **m** è deducibile con due regole: con la regola 5 da **a, p**, con la regola 7 da **c**. Poiché nessun antecedente delle due regole è un dato, è difficile decidere quale delle due sia più promettente da “esplorare”: conviene quindi procedere *forward*. Il dato **e** è antecedente di una sola regola: la 6 che permette di dedurre **a**; noti **e** ed **a** si può applicare solo una nuova regola, la 12, che permette di dedurre **x**; noti **e, a, x** si può applicare solo una nuova regola, la 4 che permette di dedurre **y**. Noti **e, a, x, y** si può applicare solo una nuova regola, la 3, per dedurre **c**: adesso è evidente che con la regola 7, sopra vista, si termina il procedimento che è [6,12,4,3,7].

Per la seconda domanda, usando il metodo *backward* si può osservare che **n** è deducibile con due regole: con la regola 1 da **a, m, p**, con la regola 9 da **x, d, f**. Anche in questo caso è difficile decidere quale delle due sia più promettente da “esplorare”: conviene quindi procedere *forward*. Conoscendo **p** e **q**, si può applicare solo la regola 8 che ha come antecedente **p** e deduce **x**. Noti **p, q** e **x** si può applicare solo una nuova regola, la 10 che permette di dedurre **d**; da **p, q, x** e **d** si può applicare solo una nuova regola, la 2 che permette di dedurre **f**: adesso è evidente che con la regola 9, sopra vista, si termina il procedimento che è [8,10,2,9].

Conviene trattare insieme le domande 3 e 4; procedendo *backward*, si osserva che **r** si deduce solo con la regola 11, da **m** e **n**. Come fatto per le domande precedenti, passiamo al metodo *forward*; dai dati (**a** e **p**) si possono applicare due regole la 5, che deduce **m**, e la 8 che deduce **x**. Esaminiamo i due casi; nel primo caso da **a, p, m** (tralasciando la regola 8) si può applicare solo la regola 1, che deduce **n**: adesso da **a, p, m, n** si può applicare la regola 11 e terminare il procedimento con tre re-



gole: [5,1,11]. Partendo dalla regola 8, da **a**, **p**, **x** (tralasciando la regola 5) si può applicare solo la regola 4, deducendo **y**; poi, in successione: la regola 3, per dedurre **c**, la regola 7 per dedurre **m**, la regola 1 per dedurre **n** e, infine, la regola 11 per dedurre **r**. Il procedimento completo è [8,4,3,7,1,11].

Si noti che si possono individuare altri procedimenti, ma solo i due visti sono *non ridondanti*, cioè usano effettivamente tutti i “risultati intermedi”, vale a dire che dal procedimento ottenuto non può essere omesso nessun passo.





[n5, n7, n1, n3, n6, n4, n2]	28	5	
[n5, n7, n2]	12	1	
[n5, n3, n4, n1, n7, n2]	11	4	L1
[n5, n3, n4, n6, n2]	11	3	
[n5, n3, n4, n2]	12	2	
[n5, n3, n6, n2]	15	2	
[n5, n3, n6, n4, n1, n7, n2]	17	5	
[n5, n3, n6, n4, n2]	18	3	
[n5, n3, n1, n4, n6, n2]	16	4	
[n5, n3, n1, n4, n2]	17	3	
[n5, n3, n1, n7, n2]	12	3	
[n5, n1, n4, n3, n6, n2]	22	4	
[n5, n1, n4, n6, n2]	16	3	
[n5, n1, n4, n2]	17	2	
[n5, n1, n7, n2]	12	2	
[n5, n1, n3, n4, n6, n2]	19	4	
[n5, n1, n3, n4, n2]	20	3	
[n5, n1, n3, n6, n2]	23	3	
[n5, n1, n3, n6, n4, n2]	26	4	

I percorsi semplici tra n5 e n3 sono elencati di seguito.

PERCORSO	LUNGHEZZA	NODI INTERMEDI
[n5, n3]	3	0
[n5, n1, n3]	11	1
[n5, n1, n7, n2, n6, n3]	24	4
[n5, n1, n7, n2, n4, n6, n3]	27	5
[n5, n1, n7, n2, n6, n4, n3]	20	5
[n5, n1, n7, n2, n4, n3]	21	4
[n5, n1, n4, n3]	10	2
[n5, n1, n4, n6, n3]	16	3
[n5, n1, n4, n2, n6, n3]	29	4
[n5, n7, n1, n3]	13	2
[n5, n7, n1, n4, n3]	12	3
[n5, n7, n2, n4, n3]	21	3
[n5, n7, n1, n4, n6, n3]	18	4
[n5, n7, n1, n4, n2, n6, n3]	31	5 L2
[n5, n7, n2, n4, n6, n3]	27	4
[n5, n7, n2, n4, n1, n3]	26	4
[n5, n7, n2, n6, n3]	24	3
[n5, n7, n2, n6, n4, n3]	20	4
[n5, n7, n2, n6, n4, n1, n3]	25	5

La soluzione segue immediatamente.

N.B. Questi percorsi possono essere facilmente “organizzati” in un albero; la radice è il nodo di partenza, n5; ogni nodo dell’albero ha tanti figli quanti sono i nodi a lui adiacenti nel grafo, purché non compaiono già nell’albero come suoi antenati: per esempio i nodi figli della radice sono n7, n3, n1; le foglie sono il nodo finale n2 o altri nodi del grafo che non hanno figli (perché tutti i nodi adiacenti compaiono già tra i suoi antenati); i percorsi sono i “rami” che dalla radice vanno alle foglie dell’albero etichettate col nodo finale.

**ESERCIZIO 3**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente *KNAPSACK*, pagina 8.

**PROBLEMA**

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

minerale(<sigla minerale >,<valore>,<peso> ).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

minerale(m1,39,58)	minerale(m2,42,64)	minerale(m3,40,65)
minerale(m4,38,59)	minerale(m5,37,61)	minerale(m6,42,62)

Trovare:

- la lista L1 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con un carrello di portata massima di 180 Kg e che abbiano il massimo valore complessivo;
- la lista L2 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con un carrello di portata massima di 185 Kg e che abbiano il massimo valore complessivo;
- la lista L3 delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con un carrello di portata massima di 200 Kg e che abbiano il massimo valore complessivo;

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< ...

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

**SOLUZIONE**

L1	[m1,m4,m6]
L2	[m1,m2,m6]
L3	[m2,m3,m6]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare *tutte* le possibili *combinazioni* di tre minerali diversi; in questo caso occorre inoltre, per ognuna, determinare il valore, il peso e il carrello più “piccolo” che la può trasportare.

N.B. Le *combinazioni* corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione “m1, m2, m3” è uguale alla combinazione “m3, m2, m1”. Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati come richiesto dal problema.

COMBINAZIONE	VALORE	PESO	CARRELLO MIN.
[m1,m2,m3]	121	187	200
[m1,m2,m4]	119	181	185
[m1,m2,m5]	118	183	185
[m1,m2,m6]	123	184	185 L2
[m1,m3,m4]	117	182	185
[m1,m3,m5]	116	184	185
[m1,m3,m6]	121	185	185
[m1,m4,m5]	114	178	180
[m1,m4,m6]	119	179	180 L1



[m1,m5,m6]	118	181	185	
[m2,m3,m4]	120	188	200	
[m2,m3,m5]	119	190	200	
[m2,m3,m6]	124	191	200	L3
[m2,m4,m5]	117	184	185	
[m2,m4,m6]	122	185	185	
[m2,m5,m6]	121	187	200	
[m3,m5,m6]	119	188	200	
[m3,m4,m5]	115	185	185	
[m3,m4,m6]	120	186	200	
[m4,m5,m6]	117	182	185	

Costruite le combinazioni, occorre individuare, per ogni carrello, quella di maggior valore.

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, problema ricorrente FLUSSI IN UNA RETE DI CANALI, pagina 14.

**PROBLEMA**

Una rete di canali è descritta dalle seguenti due tabelle di sorgenti e canali rispettivamente,

s(a,7), s(b,8), s(c,10), s(d,9), s(e,9), s(f,1), s(g,8),  
s(h,6), s(i,7), s(j,2), s(k,11), s(l,8), s(m,10), s(n,2);  
r(a,e), r(b,e), r(b,f), r(c,f), r(c,g), r(d,g), r(e,h), r(e,i), r(f,i),  
r(f,j), r(g,j), r(g,k), r(h,l), r(i,l), r(i,m), r(j,m), r(j,n), r(k,n).

N.B. Si ricordi che una sorgente è descritta dal termine

s(<nome della sorgente>, <portata in litri>),

un canale è descritto dal termine

r(<nome della sorgente a monte>, <nome della sorgente a valle>),

e per ogni nodo l'acqua si divide equamente tra canali che escono (a valle) dal nodo.

Disegnare la rete, evitando incroci tra i canali, e determinare da quale nodo *finale* esce la quantità maggiore di acqua.

N.B. Un nodo è finale quando non compare come primo argomento in un termine "r": cioè quando non ha successori (a valle).

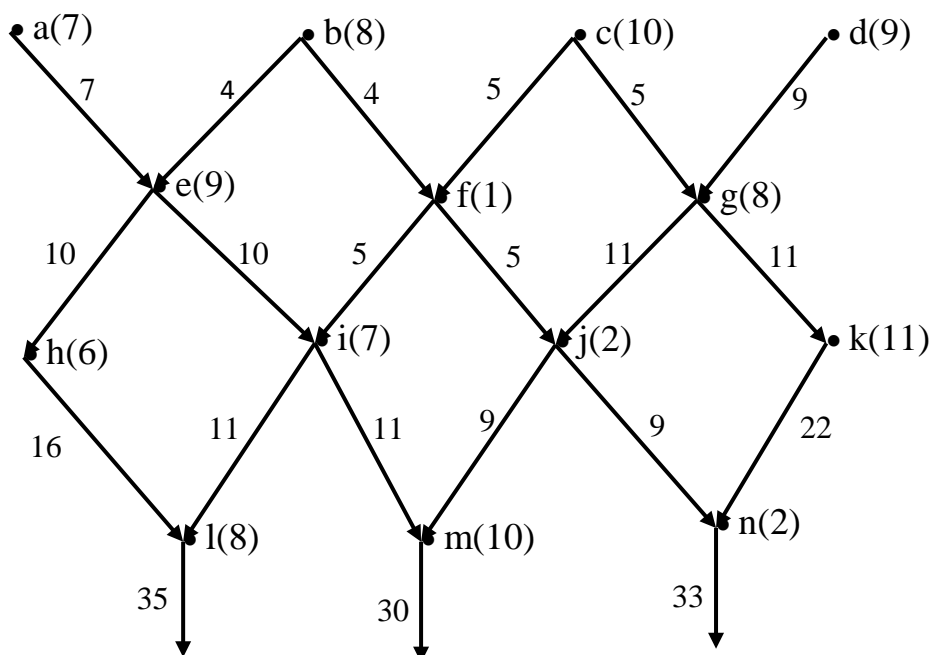
nodo finale con maggior portata in uscita	
portata in uscita (verso valle) di tale nodo	

**SOLUZIONE**

nodo finale con maggior portata in uscita	l
portata in uscita (verso valle) di tale nodo	35

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Occorre essenzialmente disegnare il reticolo; nel disegno ogni sorgente è rappresentata da un nodo (punto) con nome e portata assegnata; ogni canale è rappresentato da un segmento orientato verso valle ed è etichettato con la portata calcolata. La soluzione si ottiene, appunto, applicando le regole per calcolare la portata dei canali. Naturalmente occorre aggiungere i canali in uscita dai nodi l, m, n.

**ESERCIZIO 5**

Si faccia riferimento al problema ricorrente PROGRAMMAZIONE DEI MOVIMENTI DI UN ROBOT, pagina 18.

**PROBLEMA**

In un campo di gara il robot è nella casella [21,13] con orientamento verso il basso: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle:

[[21,13],[21,12],[21,11],[22,11],[23,11],[23,12],[22,12],[21,12],[21,13],[20,13],[20,14]]

L [ \_\_\_\_\_ ]

**SOLUZIONE**

L [ f,f,a,f,f,a,f,a,f,f,o,f,a,f,o,f ]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per descrivere l'orientamento del robot, conviene far riferimento alla rosa dei venti e chiamare N, E, S, W

rispettivamente l'orientamento verso l'alto, destra, il basso, sinistra. In questo modo lo stato del robot alla partenza è [21,13,S]

Per risolvere il problema è opportuno visualizzare le caselle del percorso, come nella figura che segue.

15							
14		×					
13		×	↓				
12			×	×	×		
11			×	×	×		





10							
9							
	19	20	21	22	23	24	25

N.B. Naturalmente nella figura è mostrata solamente la parte rilevante del campo di gara; in basso e a sinistra sono mostrate le coordinate delle caselle disegnate. Inoltre nella casella [21,13] è mostrato l'orientamento *iniziale* del robot (non quello del robot quando ci passa per la seconda volta).

Dalla figura è immediato che la sequenza di comandi relativa al percorso è la seguente:


	STATO DEL ROBOT	CASELLE OCCUPATE
alla partenza	[21,13,S]	[21,13]
dopo il comando 1	f [21,12,S]	[21,12]
dopo il comando 2	f [21,11,S]	[21,11]
dopo il comando 3	a [21,11,E]	
dopo il comando 4	f [22,11,E]	[22,11]
dopo il comando 5	f [23,11,E]	[23,11]
dopo il comando 6	a [23,11,N]	
dopo il comando 7	f [23,12,N]	[23,12]
dopo il comando 8	a [23,12,W]	
dopo il comando 9	f [22,12,W]	[22,12]
dopo il comando 10	f [21,12,W]	[21,12]
dopo il comando 11	o [21,12,N]	
dopo il comando 12	f [21,13,N]	[21,13]
dopo il comando 13	a [21,13,W]	
dopo il comando 14	f [20,13,W]	[20,13]
dopo il comando 15	o [20,13,N]	
dopo il comando 16	f [20,14,N]	[20,14]







### ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento al problema ricorrente MOVIMENTO DI PEZZI DEGLI SCHACCHI, pagina 20.

#### PROBLEMA

In un campo di dimensioni 8×8 un robot si muove come il cavallo nel giuoco degli scacchi; gli sono vietate, però, le mosse nelle direzioni della rosa dei venti comprese nella seguente lista [oso,sso,sse,ese], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ) nella seguente figura.

				
				
		↑		
×				×
	×		×	

Nel campo di gara le caselle della seguente lista sono interdette al robot:

[[3,1],[4,4],[4,5],[4,8],[5,2],[5,3],[7,4],[7,5]].

N.B. Un elemento della lista descrive una casella indicandone le coordinate a partire dallo spigolo in basso a sinistra del campo di gara.

Inoltre, in certe caselle sono presenti dei premi, descritti dalla seguente lista:

[[3,2,5],[1,3,6],[2,5,7],[4,6,8],[5,5,9]].

N.B. Un elemento della lista ha la forma: [<ascissa>,<ordinata>,<premio>].

Partendo dalla casella [1,1], il robot deve raggiungere la casella [8,8], senza passare più di una volta per una stessa casella. Trovare:

1. la lista L1 del percorso in cui si raccoglie il minor numero di premi;
2. la lista L2 del percorso in cui si raccoglie il maggior numero di premi.

L1	[ ]
L2	[ ]

#### SOLUZIONE

L1	[[1,1],[3,2],[1,3],[3,4],[4,6],[6,7],[8,8]]
L2	[[1,1],[3,2],[1,3],[2,5],[4,6],[6,7],[8,8]]

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'*albero delle possibili mosse*. Ogni nodo dell'albero è etichettato con le coordinate di una casella; si inizia con la *radice* che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti *figli* quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Naturalmente il robot non può tornare in una casella in cui è già stato.

I nodi in cui ci si arresta (cioè le foglie dell'albero) sono la *meta* o una casella da cui il robot non si può muovere.

In casi "semplici", come il presente, si possono costruire direttamente tutti i percorsi possibili.



N.B. Il presente caso è “semplice” perché al robot è permesso di *muoversi solo verso l’alto*, quindi è facile visualizzarne i percorsi: in particolare all’inizio non potrà “salire” troppo, perché altrimenti non può raggiungere la ottava colonna (appunto perché è limitato nei movimenti).  
Il campo di gara è mostrato nella figura.

			■				⌂
			8				
	7		■	9		■	
			■			■	
6				■			
		5		■			
†		■					

È facile convincersi che da [1,1] il robot non può andare in [2,3] perché, essendo la casella [4,4] interdetta e dovendo muoversi verso l’alto, non potrà mai raggiungere la ottava colonna (quindi non potrà arrivare in [8,8]).

Quindi la prima mossa è obbligata in [3,2]. Delle 4 possibili mosse successive, due sono impossibili perché in caselle interdette ([5,3] e [4,4]), la terza in [2,4] non permette al robot di raggiungere la ottava colonna (visto che anche la [4,5] è interdetta). Rimane solo la mossa in [1,3].

La terza mossa può essere in [2,5] oppure in [3,4]. Nel primo caso il robot è già salito “molto” e ha un unico percorso obbligato per arrivare alla meta [8,8]: continuare in [4,6], [6,7] e infine [8,8].

Nel secondo caso è facile vedere che sono possibili solo tre continuazioni:

[4,6], [6,7], [8,8] (come nel caso precedente)

[5,5], [6,7], [8,8]

[5,5], [7,6], [8,8]

Ricapitolando, i percorsi possibili e i premi raccolti sono:

[[1,1],[3,2],[1,3],[2,5],[4,6],[6,7],[8,8]]      26      L2

[[1,1],[3,2],[1,3],[3,4],[4,6],[6,7],[8,8]]      19      L1

[[1,1],[3,2],[1,3],[3,4],[5,5],[6,7],[8,8]]      20

[[1,1],[3,2],[1,3],[3,4],[5,5],[7,6],[8,8]]      20

**ESERCIZIO 7**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

**PROBLEMA**

Considerare le seguenti *successioni*

$$a_{n+1} = a_n + n^2;$$

$$b_{n+1} = b_n + a_{n+1} + n^3;$$

$$c_{n+1} = a_{n+1} - b_{n+1} + n^4.$$

Trovare i valori di  $a_9$ ,  $b_9$  e  $c_9$  con  $a_0 = b_0 = c_0 = 0$ .

$a_9$	
$b_9$	
$c_9$	

**SOLUZIONE**

$a_9$	204
$b_9$	1836
$c_9$	2464

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per i valori di  $a_n$  si ha:

$a_0 = 0$	per ipotesi	
$a_1 = a_0 + 0^2 = 0$	applicando la definizione con	$n = 0$
$a_2 = a_1 + 1^2 = 1$	”	$n = 1$
$a_3 = a_2 + 2^2 = 5$	”	$n = 2$
$a_4 = a_3 + 3^2 = 14$	”	$n = 3$
$a_5 = a_4 + 4^2 = 30$	”	$n = 4$
$a_6 = a_5 + 5^2 = 55$	”	$n = 5$
$a_7 = a_6 + 6^2 = 91$	”	$n = 6$
$a_8 = a_7 + 7^2 = 140$	”	$n = 7$
$a_9 = a_8 + 8^2 = 204$	”	$n = 8$

Per  $b_n$  si ha:

$b_0 = 0$	per ipotesi	
$b_1 = b_0 + a_1 + 0^3 = 0 + 0 + 0 = 0$	applicando la definizione con	$n = 0$
$b_2 = b_1 + a_2 + 1^3 = 0 + 1 + 1 = 2$	”	$n = 1$
$b_3 = b_2 + a_3 + 2^3 = 2 + 5 + 8 = 15$	”	$n = 2$
$b_4 = b_3 + a_4 + 3^3 = 15 + 14 + 27 = 56$	”	$n = 3$
$b_5 = b_4 + a_5 + 4^3 = 56 + 30 + 64 = 150$	”	$n = 4$
$b_6 = b_5 + a_6 + 5^3 = 150 + 55 + 125 = 330$	”	$n = 5$
$b_7 = b_6 + a_7 + 6^3 = 330 + 91 + 216 = 637$	”	$n = 6$
$b_8 = b_7 + a_8 + 7^3 = 637 + 140 + 343 = 1120$	”	$n = 7$
$b_9 = b_8 + a_9 + 8^3 = 482 + 204 + 512 = 1836$	”	$n = 8$

Per  $c_n$  si ha:

$c_0 = 0$	per ipotesi	
$c_1 = a_1 - b_1 + 0^4 = 0 - 0 + 0 = 0$	applicando la definizione con	$n = 0$
$c_2 = a_2 - b_2 + 1^4 = 1 - 2 + 1 = 0$	”	$n = 1$
$c_3 = a_3 - b_3 + 2^4 = 5 - 15 + 16 = 6$	”	$n = 2$



$$\begin{array}{lll}
 c_4 = a_4 - b_4 + 3^4 = 14 - 56 + 81 = 39 & '' & n = 3 \\
 c_5 = a_5 - b_5 + 4^4 = 30 - 150 + 256 = 136 & '' & n = 4 \\
 c_6 = a_6 - b_6 + 5^4 = 55 - 330 + 625 = 350 & '' & n = 5 \\
 c_7 = a_7 - b_7 + 6^4 = 91 - 637 + 1296 = 750 & '' & n = 6 \\
 c_8 = a_8 - b_8 + 7^4 = 140 - 1120 + 2401 = 1421 & '' & n = 7 \\
 c_9 = a_9 - b_9 + 8^4 = 204 - 1836 + 4096 = 2464 & '' & n = 8
 \end{array}$$

### ESERCIZIO 8

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

#### PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura:

```

Procedura PRIMA;
variables A, B, C, K integer;
K ← 0;
input A, B, C;
for J from 1 to 4 step 1 do;
    A ← A + J;
    if B ≤ A      then  K ← K+A;
                  else  K ← K+B;
    endif;
    if C > K      then K ← C; endif;
    input B, C;
endfor;
output K;
endprocedure;
    
```

Se il valore di input di A è 10 e i valori di input per B e C sono nell'ordine contenuti nelle seguenti liste B = [8,9,10,50,20] e C = [10,20,40,20,70], calcolare il valore di output.

K	
---	--

#### SOLUZIONE

K	90
---	----

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si ottiene eseguendo passo passo le operazioni indicate; il cambiamento dei valori delle variabili è mostrato nella seguente tabella.

	VALORI DI			
	K	A	B	C
prima del costrutto "for"	0	10	8	10
alla fine della prima esecuzione del ciclo "for"	11	11	9	20
alla fine della seconda esecuzione del ciclo "for"	23	12	10	40



alla fine della terza esecuzione del ciclo “for”	40	13	50	20
alla fine della quarta esecuzione del ciclo “for”	90	14	20	70

**ESERCIZIO 9**

Si faccia riferimento all'Allegato A - OPS 2016, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO, pagina 23.

**PROBLEMA**

Si consideri la seguente procedura SECONDA.

```

procedura SECONDA;
variables A, K, J integer;
A ← 0;
K ← 0;
for J from 1 to 2 step 1 do;
    A ← A + J + K;
    K ← A + J + K;
    for I from 1 to 2 step 1 do;
        A ← A + I + K;
        K ← A + I + K;
    endfor;
endfor;
output A, K;
endprocedura;

```

Determinare i valori di output per A e K.

A	
K	

**SOLUZIONE**

A	262
K	425

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

I valori di A e K sono riportati nella seguente tabella.

		valore di A	valore di K
prima del ciclo "for J"		0	0
prima esecuzione "for" J	prima del "for I"	1	2
	dopo la prima esecuzione del "for I"	4	7
	dopo la seconda esecuzione del "for I"	13	22
seconda esecuzione "for" J	prima del "for I"	37	61
	dopo la prima esecuzione del "for I"	99	161
	dopo la seconda esecuzione del "for I"	262	425

**ESERCIZIO 10****PROBLEM**

John drives 60 miles to attend a Problem Solving conference held in Science City on a Saturday. Due to men at work on A81, his average speed on the way to Science City is only 20 miles per hour. However, on the way home the work is completed and he is able to average 40 miles per hour. Compute the average speed (in miles per hour) for his round trip and put it in the box below, as a rational number with a single *rounded* digit after the decimal mark (which is a dot).

**SOLUTION****TIPS FOR THE SOLUTION**

The first leg of the trip took  $60/20 = 3$  hours; on the way back John spent  $60/40 =$  one hour and a half.

The total distance was 120 miles, the total time was 4 hours and a half. Hence the average speed is  $120/4.5 = 26.66666\dots = 26.7$



**ESERCIZIO 11****PROBLEM**

Nine little sticks of lengths 9, 8, 7, ..., 2, 1 are connected in that order with joints (in the following figure they are shown aligned on a straight line).

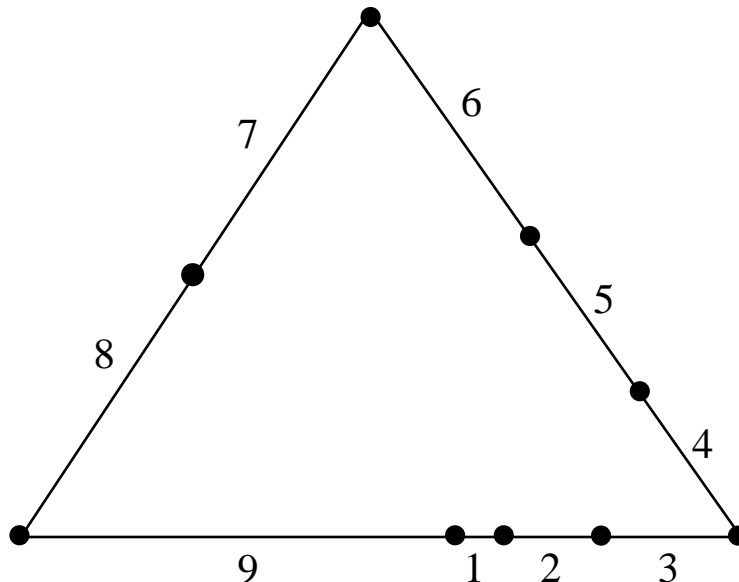


Now a loop is made: the free end of the stick of length 9 is connected to the free end of the stick of length 1, so that they form a sort of necklace. The loop is laid on a plane in the shape of an equilateral triangle. Sticks cannot be bent or broken: an integer number of connected sticks composes each side of the triangle. Compute the sum of the lengths of the shortest sticks on each side of the triangle. Put your answer in the box below.

**SOLUTION****TPS FOR THE SOLUTION**

The sum of the length of the sticks is 45, hence the length of a side of the equilateral triangle is 15. Some attempts show that a vertex of the triangle cannot be the joint (9,1) (one can build the first side of length 15: [1,2,3,4,5], but not the next), nor the joints (1,2) and (2,3) (one cannot even build the first side). The fourth attempt is successful; starting from the joint (3,4) one can build, in sequence, three sides [4,5,6], [7,8], [9,1,2,3] that have length 15. It is easy to see that the solution is unique.

The following picture shows the triangle. The answer follows immediately.



**ESERCIZIO 12**

## ANALISI DEL TESTO

Leggi il testo e osserva i diagrammi con attenzione e poi rispondi agli stimoli che ti vengono proposti. La risposta corretta è solamente UNA.

LA LOCANDIERA di CARLO GOLDONI – In questa scena Mirandolina, la protagonista della commedia, sfodera le armi della seduzione per fare innamorare il Cavaliere, un misogino che odia le donne.

## ATTO PRIMO, SCENA QUARTA

*Mirandolina con un tondo in mano, ed il Servitore, e detto.*

**MIRANDOLINA:** È permesso?

**CAVALIERE:** Chi è di là?

**SERVITORE:** Comandi.

**CAVALIERE:** Leva là quel tondo di mano.

**MIRANDOLINA:** Perdoni. Lasci ch'io abbia l'onore di metterlo in tavola colle mie mani. (*Mette in tavola la vivanda.*)

**CAVALIERE:** Questo non è officio vostro.

**MIRANDOLINA:** Oh signore, chi son io? Una qualche signora? Sono una serva di chi favorisce venire alla mia locanda.

**CAVALIERE:** (Che umiltà!). (*Da sé.*)

**MIRANDOLINA:** In verità, non avrei difficoltà di servire in tavola tutti, ma non lo faccio per certi riguardi: non so s'ella mi capisca. Da lei vengo senza scrupoli, con franchezza.

**CAVALIERE:** Vi ringrazio. Che vivanda è questa?

**MIRANDOLINA:** Egli è un intingoletto fatto colle mie mani.

**CAVALIERE:** Sarà buono. Quando lo avete fatto voi, sarà buono.

**MIRANDOLINA:** Oh! troppa bontà, signore. Io non so far niente di bene; ma bramerei saper fare, per dar nel genio ad un Cavalier sì compito.

**CAVALIERE:** (Domani a Livorno). (*Da sé.*) Se avete che fare, non istate a disagio per me.

**MIRANDOLINA:** Niente, signore: la casa è ben provveduta di cuochi e servitori. Avrei piacere di sentire, se quel piatto le dà nel genio.

**CAVALIERE:** Volentieri, subito. (*Lo assaggia.*) Buono, prezioso. Oh che sapore! Non conosco che cosa sia.

**MIRANDOLINA:** Eh, io, signore, ho de' secreti particolari. Queste mani sanno far delle belle cose!

**CAVALIERE:** Dammi da bere. (*Al Servitore, con qualche passione.*)

**MIRANDOLINA:** Dietro questo piatto, signore, bisogna beberlo buono.

**CAVALIERE:** Dammi del vino di Borgogna. (*Al Servitore.*)

**MIRANDOLINA:** Bravissimo. Il vino di Borgogna è prezioso. Secondo me, per pasteggiare è il miglior vino che si possa bere.

(*Il Servitore presenta la bottiglia in tavola, con un bicchiere.*)

**CAVALIERE:** Voi siete di buon gusto in tutto.

**MIRANDOLINA:** In verità, che poche volte m'inganno.

**CAVALIERE:** Eppure questa volta voi v'ingannate.

**MIRANDOLINA:** In che, signore?

**CAVALIERE:** In credere ch'io meriti d'essere da voi distinto.



**MIRANDOLINA:** Eh, signor Cavaliere... (*Sospirando.*)

**CAVALIERE:** Che cosa c'è? Che cosa sono questi sospiri? (*Alterato.*)

**MIRANDOLINA:** Le dirò: delle attenzioni ne uso a tutti, e mi rattristo quando penso che non vi sono che ingrati.

**CAVALIERE:** Io non vi sarò ingrato. (*Con placidezza.*)

**MIRANDOLINA:** Con lei non pretendo di acquistiar merito, facendo unicamente il mio dovere.

**CAVALIERE:** No, no, conosco benissimo... Non sono cotanto rozzo quanto voi mi credete. Di me non avrete a dolervi. (*Versa il vino nel bicchiere.*)

**MIRANDOLINA:** Ma... signore... io non l'intendo.

**CAVALIERE:** Alla vostra salute. (*Beve.*)

**MIRANDOLINA:** Obbligatissima; mi onora troppo.

**CAVALIERE:** Questo vino è prezioso.

**MIRANDOLINA:** Il Borgogna è la mia passione.

**CAVALIERE:** Se volete, siete padrona. (*Le offerisce il vino.*)

**MIRANDOLINA:** Oh! Grazie, signore.

**CAVALIERE:** Avete pranzato?

**MIRANDOLINA:** Illustrissimo sì.

**CAVALIERE:** Ne volete un bicchierino?

**MIRANDOLINA:** Io non merito queste grazie.

**CAVALIERE:** Davvero, ve lo do volentieri.

**MIRANDOLINA:** Non so che dire. Riceverò le sue finezze.

**CAVALIERE:** Porta un bicchiere. (*Al Servitore.*)

**MIRANDOLINA:** No, no, se mi permette: prenderò questo. (*Prende il bicchiere del Cavaliere.*)

**CAVALIERE:** Oibò. Me ne sono servito io.

**MIRANDOLINA:** Beverò le sue bellezze. (*Ridendo.*)

(*Il Servitore mette l'altro bicchiere nella sottocoppa.*)

**CAVALIERE:** Eh **galeotta!** (*Versa il vino.*)

**MIRANDOLINA:** Ma è qualche tempo che ho mangiato: ho timore che mi faccia male.

**CAVALIERE:** Non vi è pericolo.

**MIRANDOLINA:** Se mi favorisse un bocconcino di pane...

**CAVALIERE:** Volentieri. Tenete. (*Le dà un pezzo di pane.*)

(*Mirandolina col bicchiere in una mano, e nell'altra il pane, mostra di stare a disagio, e non saper come fare la zuppa.*)

**CAVALIERE:** Voi state in disagio. Volete sedere?

**MIRANDOLINA:** Oh! Non son degna di tanto, signore.

**CAVALIERE:** Via, via, siamo soli. Portale una sedia. (*Al Servitore.*)

**SERVITORE:** (Il mio padrone vuol morire: non ha mai fatto altrettanto.) (*Da sé; va a prendere la sedia.*)

**MIRANDOLINA:** Se lo sapessero il signor Conte ed il signor Marchese, povera me!

**CAVALIERE:** Perché?

**MIRANDOLINA:** Mille volte mi hanno voluto obbligare a bere qualche cosa, o a mangiare, e non ho mai voluto farlo.

**CAVALIERE:** Via, accomodatevi.

**MIRANDOLINA:** Per obbedirla. (*Siede, e fa la zuppa nel vino.*)

**CAVALIERE:** Senti. (*Al Servitore, piano.*) (Non lo dire a nessuno, che la padrona sia stata a sedere alla mia tavola).

**SERVITORE:** (Non dubiti). (*Piano.*) (Questa novità mi sorprende). (*Da sé.*)

**MIRANDOLINA:** Alla salute di tutto quello che dà piacere al signor Cavaliere.

**CAVALIERE:** Vi ringrazio, padroncina garbata.

**PROBLEMA**

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

- 1. In questa scena, tratta dalla famosa commedia di Goldoni,**
  - A. Compaiono dialoghi e monologhi;
  - B. Compaiono molte didascalie;
  - C. I personaggi sono mascherati;
  - D. I personaggi sono aristocratici.
- 2. In questa scena, oltre ai dialoghi tra i tre personaggi, a volte**
  - A. Si può capire bene l'ambientazione;
  - B. Si intuiscono dettagli dell'abbigliamento;
  - C. Si capisce cosa pensa un personaggio;
  - D. Si coglie la stoltezza del servo.
- 3. Il Cavaliere usa il termine "galeotta", rivolto a Mirandolina e al suo atteggiamento: se dovessimo sostituirlo con un sinonimo, sarebbe appropriato**
  - A. Servitrice;
  - B. Raffinata;
  - C. Seduttrice;
  - D. Schietta.
- 4. In questa scena è molto forte l'atteggiamento o il comportamento**
  - A. Di distacco;
  - B. Di aggressività;
  - C. Di idiosincrasia;
  - D. Di adulazione.
- 5. Mirandolina, ad un certo punto della scena**
  - A. Riesce a sedersi a tavola con il Cavaliere e a sorseggiare il suo vino;
  - B. Riesce a convincere il Cavaliere a sedersi con lei per assaggiare l'ingotolo che lei ha portato a lui;
  - C. Porta sulla tavola del Cavaliere una bottiglia di vino di Borgogna;
  - D. Fa promettere al Cavaliere che nessuno verrà a sapere della visita di Mirandolina nella sua stanza.
- 6. Nella battuta di Mirandolina "Egli è un intingoletto fatto colle mie mani."**
  - A. Si rintraccia un soggetto pleonastico;
  - B. Si rintraccia un participio presente;
  - C. Si rintracciano alcuni aggettivi;
  - D. Si rintraccia un soggetto sottinteso.
- 7. Mirandolina, in questa scena esibisce**
  - A. Umiltà, modestia, cortesia con accenni alle proprie virtù domestiche;
  - B. Modestia, grazia e cortesia unite alle scuse per non essere una cuoca sempre all'altezza della situazione;
  - C. Altezzosità e senso di superiorità nei confronti del suo interlocutore;
  - D. Sicurezza nella sua capacità di fingere con accenni alla sua conoscenza culinaria.
- 8. Mirandolina, per sottolineare l'eccezionalità del fatto che lei si è trattenuta a tavola con il Cavaliere, anche nei confronti del Marchese e del Conte,**
  - A. Utilizza il termine "obbligo";
  - B. Utilizza una iperbole;
  - C. Chiede riserbo e silenzio;



D. Utilizza un'antitesi: accomodarsi/obbedirla.

**9. Il Cavaliere è reputato essere un uomo**

- A. Temibile;
- B. Potente;
- C. Primitivo;
- D. Di buon gusto.

**10. Mirandolina instaura con il Cavaliere**

- A. Un rapporto univoco: lei decide che si deve sottomettere a lui per poterlo conquistare;
- B. Un rapporto biunivoco: lei si sottomette a lui senza compromessi;
- C. Un rapporto finto: lei finge di essere innamorata del Cavaliere, mentre lui è oramai caduto completamente nella sua rete;
- D. Un nesso bivalente: da un lato sembra un rapporto che lascia al Cavaliere il gioco del comando, ma dall'altro si tende alla complicità.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

**SOLUZIONE**

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	C
3	C
4	D



5	A
6	A
7	A
8	B
9	C
10	D

## COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Le parti del dialogo tra parentesi, quelle che spiegano gesti, spostamenti, azioni ecc. nel linguaggio teatrale sono definite DIDASCALIE. In questo dialogo ne compaiono molte (risposta B, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
2. A volte, accanto alle didascalie, compaiono altre espressioni tra parentesi che, nel linguaggio teatrale, sono definite “a parte” o “fughe di notizie”: i personaggi, brevemente, pensano a voce alta e mandano messaggi allo spettatore. In questo caso “**CAVALIERE:** (Che umiltà!).”, “**SERVITORE:** (Il mio padrone vuol morire: non ha mai fatto altrettanto.)”, **CAVALIERE:** (Domani a Livorno) sono cenni ai pensieri di questi personaggi (risposta C, corretta).
3. “*Galeotta*”, in questo caso ha valore di “*seduttrice*” con una sfumatura di sottile inganno (quello che Mirandolina sta utilizzando con il Cavaliere) (risposta C, corretta).
4. Mirandolina ha un atteggiamento o comportamento di chi asseconda, lusinga o corteggia altri per uno scopo personale ben preciso: adescare il Cavaliere. Lo si intuisce dalle attenzioni che lei riserva a lui e dal sapiente “piano” che lei ha escogitato: gli porta un piatto di persona, come un’umile serva, con sottile gentilezza e abilità di recitazione, riesce a sedersi a tavola con lui e a sorseggiare il suo vino. Tutto ciò si chiama ADULAZIONE (risposta D, corretta)
5. Mirandolina, prima, beve dallo stesso bicchiere del Cavaliere:  
**CAVALIERE:** Ne volete un bicchierino?  
**MIRANDOLINA:** Io non merito queste grazie.  
**CAVALIERE:** Davvero, ve lo do volentieri.  
**MIRANDOLINA:** Non so che dire. Riceverò le sue finezze.  
**CAVALIERE:** Porta un bicchiere. (*Al Servitore.*)  
**MIRANDOLINA:** No, no, se mi permette: prenderò questo. (*Prende il bicchiere del Cavaliere.*)  
**CAVALIERE:** Oibò. Me ne sono servito io.  
Successivamente si siede con lui:  
**CAVALIERE:** Via, via, siamo soli. Portale una sedia. (*Al Servitore.*)  
**SERVITORE:** (Il mio padrone vuol morire: non ha mai fatto altrettanto.) (*Da sé; va a prendere la sedia.*)  
**MIRANDOLINA:** Se lo sapessero il signor Conte ed il signor Marchese, povera me!

**CAVALIERE:** Perché?

**MIRANDOLINA:** Mille volte mi hanno voluto obbligare a bere qualche cosa, o a mangiare, e non ho mai voluto farlo.

**CAVALIERE:** Via, accomodatevi.

**MIRANDOLINA:** Per obbedirla. (Siede, e fa la zuppa nel vino.) (Risposta A, corretta)

6. Il pronome “egli” può essere utilizzato in forma “pleonastica” (ridondante) in espressioni impersonali (risposta A, corretta); di aggettivi compare solo “mie” (risposta C, errata); il participio “fatto” è al tempo passato (risposta B, errata); non c’è un soggetto sottinteso (risposta D, errata).
7. Mirandolina, pur fingendo, dimostra umiltà (**MIRANDOLINA:** Oh signore, chi son io? Una qualche signora? Sono una serva di chi favorisce venire alla mia locanda. ), modestia (**MIRANDOLINA:** Oh! troppa bontà, signore. Io non so far niente di bene; ma bramerei saper fare, per dar nel genio ad un Cavalier sì compìto.), cortesia (**MIRANDOLINA:** Perdoni. Lasci ch’io abbia l’onore di metterlo in tavola colle mie mani.); accenni alle proprie virtù domestiche (**MIRANDOLINA:** Eh, io, signore, ho de’ secreti particolari. Queste mani sanno far delle belle cose!) (risposta A, corretta). Le altre risposte contengono informazioni parzialmente corrette o del tutto errate.
8. La battuta, **MIRANDOLINA:** Mille volte mi hanno voluto obbligare a bere qualche cosa, o a mangiare, e non ho mai voluto farlo, contiene una iperbole (mille volte) (risposta B, corretta).
9. La battuta, **CAVALIERE:** No, no, conosco benissimo... Non sono cotanto rozzo quanto voi mi credete, ci dice che il Cavaliere è reputato essere “rozzo” cioè “primitivo” (risposta C, corretta).
10. Il rapporto è biunivoco/bilaterale, cioè di reciproco scambio tra Mirandolina e il Cavaliere e non univoco (risposta A, errata); il Cavaliere non è (ancora) caduto nella rete della protagonista femminile (risposta C, errata); Mirandolina non è sottomessa a lui (e se appare ciò, è solamente un atto della sua strategia che rende lei “padrona” del gioco) (risposta B, errata). Mirandolina sembra lasciare all’uomo il segno del comando (**CAVALIERE:** Davvero, ve lo do volentieri. **MIRANDOLINA:** Non so che dire. Riceverò le sue finezze. **CAVALIERE:** Porta un bicchiere. (*Al Servitore.*), ma in realtà c’è grande gioco di complicità (**MIRANDOLINA:** Se mi favorisse un bocconcino di pane... **CAVALIERE:** Volentieri. Tenete. (*Le dà un pezzo di pane.*) + tutta la parte finale della scena (risposta D, corretta).