ESERCIZIO 1
Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[b,c],d)	regola(2,[j,h,g],z)	regola(3,[f,g],X)	regola(4,[d,b],s)
regola(5,[b,e,q],n)	regola(6,[b,s,d],e)	regola(7,[f,h,g],j)	regola(8,[e,a,n],x)
regola(9,[b,e],q)	regola(10,[d,e],y)	regola(11,[a,b],e)	regola(12,[f,g],n)

Si noti l'anomalia del conseguente della regola 3.
Trovare:
1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **y** da **c**, **b**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **x** da **a, b**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **z** da **f, g** dopo aver trovato la opportuna sostituzione della lettera X (presente nella regola 3) con uno degli *antecedenti già presenti nelle regole* (*che, quindi, non sia* **z**).

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]
X	

SOLUZIONE

L1	[1,4,6,10]
L2	[11,9,5,8]
L3	[3,7,2]
X	h

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).
Per la prima domanda, **y** è deducibile solo con la regola 10 da **d** ed **e** (entrambi incogniti). L'elemento **d** è deducibile con la regola 1 da **b** ed **c** (entrambi dati). L'elemento **e** è deducibile con la regola 6 da **b**, **s** e **d** (il primo dato, il secondo incognito e il terzo appena dedotto) e con la regola 11 da **a** e **b** (il primo incognito e non deducibile, il secondo dato): è chiaro che occorre usare la regola 6. L'elemento **s** è deducibile solo con la regola 4 da **d** ed **b** (il primo già dedotto, il secondo dato). Il procedimento, quindi, è [1,4,6,10].
Per la seconda domanda, **x** è deducibile solo con la regola 8 da **e**, **a**, **n** (il primo e il terzo incogniti, il secondo dato). L'elemento **e** (come prima) è deducibile con la regola 6 da **b**, **s** e **d** (il primo dato, il secondo e il terzo incogniti) e con la regola 11 da **a** e **b** (entrambi dati): stavolta è chiaro che occorre usare la regola 11. L'elemento **n** è deducibile con la regola 5 da **b**, **e**, **q** (il primo dato, il secondo appena dedotto, il terzo incognito) e con la regola 12 da **f** e **g** (entrambi incogniti e non deducibili): è chiaro che occorre usare la regola 5. L'elemento **q** è deducibile solo con la regola 9 da **b** ed **e** (il primo dato, il secondo già dedotto). Il procedimento, quindi, è [11,9,5,8].
La terza domanda introduce una novità: esiste una regola "incompleta" che deve essere utilizzata dopo aver sostituito al simbolo maiuscolo X un opportuno simbolo minuscolo. L'elemento **z** è de-

ducibile solo con la regola 2 da **j**, **h**, **g**, (il primo incognito, il secondo incognito e non deducibile (allo stato attuale delle regole) e il terzo dato). Poiché non ci sono alternative per dedurre **z**, occorre che **h** sia deducibile, quindi che alla lettera X, nella regola 3 sia sostituita la h:

regola(3,[f,g],h)

In questo modo la deduzione può continuare regolarmente. L'elemento **j** si può dedurre solo con la regola 7 da **f**, **h**, **g** (il primo e il terzo dati, il secondo comunque da dedurre). L'elemento **h** si può dedurre solo con la regola 3 da **f** e **g** (entrambi dati). Il procedimento è [3,7,2]

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente MOVIMENTO DI UN ROBOT O DI UN PEZZO DEGLI SCACCHI.

PROBLEMA

In un campo di gara il robot è nella casella [29,13] con orientamento verso sinistra: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle: [[29,13],[30,13],[30,12],[29,12],[29,13],[29,14],[30,14],[31,14],[32,14],[32,13],[32,14]]
con orientamento finale verso il basso.

N.B. I comandi da usare sono i seguenti:

- f fa spostare il robot di una casella nella direzione in cui è orientato;
- o fa ruotare il robot in senso orario di 90 gradi;
- a fa ruotare il robot in senso antiorario di 90 gradi.

Per una eventuale rotazione di 180 gradi del robot si devono usare due rotazioni antiorarie.

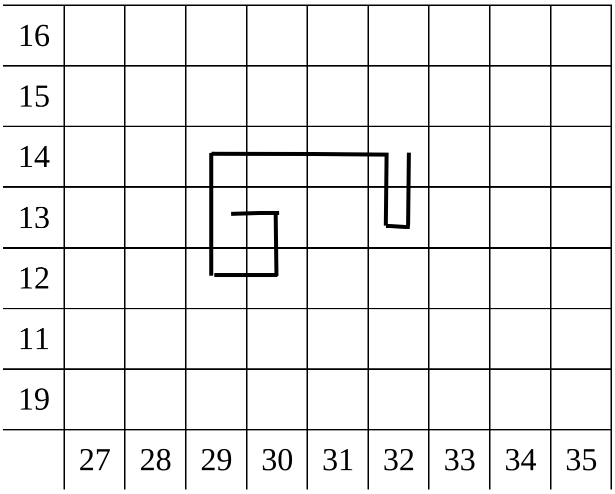
L	[ ]

SOLUZIONE

L	[a,a,f,o,f,o,f,o,f,f,o,f,f,f,o,f,a,a,f,a,a]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si indichino con n, e, s, w gli orientamenti del robot rispettivamente verso l'alto (nord), verso destra (est), verso il basso (sud), verso sinistra (west), rispettivamente. In questo modo lo *stato* del robot può essere individuato da una lista di tre elementi: i primi due sono le coordinate della casella in cui è il robot, e il terzo è l'orientamento. Lo stato iniziale è, quindi [29,13,w]. Il problema si risolve facilmente disegnando prima il percorso che il robot deve seguire.



[[29,13],[30,13],[30,12],[29,12],[29,13],[29,14],[30,14],[31,14],[32,14],[32,13],[32,14]]

Dal disegno (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con i valori delle coordinate) è semplice determinare i comandi che fanno compiere tale percorso.

da stato	a stato	comando	caselle del percorso successive alla prima
[29,13,w]	[29,13,s]	a	
[29,13,s]	[29,13,e]	a	
[29,13,e]	[30,13,e]	f	[30,13]

[30,13,e]	[30,13,s]	o	
[30,13,s]	[30,12,s]	f	[30,12]
[30,12,s]	[30,12,w]	o	
[30,12,w]	[29,12,w]	f	[29,12]
[29,12,w]	[29,12,n]	o	
[29,12,n]	[29,13,n]	f	[29,13]
[29,13,n]	[29,14,n]	f	[29,14]
[29,14,n]	[29,14,e]	o	
[29,14,e]	[30,14,e]	f	[30,14]
[30,14,e]	[31,14,e]	f	[31,14]
[31,14,e]	[32,14,e]	f	[32,14]
[32,14,e]	[32,14,s]	o	
[32,14,s]	[32,13,s]	f	[32,13]
[32,13,s]	[32,13,e]	a	
[32,13,e]	[32,13,n]	a	
[32,13,n]	[32,14,n]	f	[32,14]
[32,14,n]	[32,14,w]	a	
[32,14,w]	[32,14,s]	a	

ESERCIZIO 3
Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente *KNAPSACK*.

PROBLEMA
In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore, individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da un termine che contiene le seguenti informazioni:

minerale(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti minerali:

minerale(m1,88,44)	minerale(m2,80,47)	minerale(m3,82,48)
minerale(m4,87,44)	minerale(m5,83,49)	minerale(m6,91,44)
minerale(m7,86,42)	minerale(m8,84,41)	minerale(m9,75,43)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 170 Kg trovare il numero N di trasporti diversi effettuabili portando 4 minerali diversi rispettando il vincolo della portata; tra questi trasporti, trovare la lista L1 dei 4 minerali e hanno il massimo valore complessivo e la lista L2 dei minerali che hanno il minimo valore complessivo.
N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: m1<m2<m3< … .

N	
L1	[ ]
L2	[ ]

SOLUZIONE

N	3
L1	[m6,m7,m8,m9]
L2	[m4,m7,m8,m9]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
In linea di principio, occorre costruire i 4-sottoinsiemi presi da un insieme di cardinalità 9: {m1,m2,m3,m4,m5,m6,m7,m8,m9} (associando ad ogni 4-sottoinsieme la lista ordinata dei suoi elementi), calcolarne il peso e il valore, contare quelli trasportabili e tra questi scegliere quello di valore maggiore e quello di valore minore.
In questo caso, però, si può risolvere il problema più rapidamente. Il peso massimo trasportabile è 170 e ogni minerale pesa più di 40 Kg, quindi possono essere trasportati quei 4 minerali la cui eccedenza ai 40 Kg ha somma minore o eguale a 10. I tre minerali di peso minore (sono nella riga in basso, nell'elenco dei termini: m7, m8, m9) pesano 126 Kg, quindi insieme a loro può essere trasportato il minerale di peso minore o eguale a 44. Ce ne sono solo tre: m1, m4, m6; quindi le quaterne di minerali trasportabili, con il loro valore sono:

[m1,m7,m8,m9]	333
[m4,m7,m8,m9]	332
[m6,m7,m8,m9]	336

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 4
Si faccia riferimento Guida OPS 2017, problema ricorrente GRAFI (esempio Problema 1).

PROBLEMA
Un grafo, che si può immaginare come rete di strade (archi) che collegano delle città (nodi), è descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n1,n2,4)	arco(n4,n6,3)	arco(n3,n5,1)	arco(n5,n2,2)
arco(n6,n5,11)	arco(n3,n4,4)	arco(n2,n4,4)	arco(n1,n3,3)

Disegnato il grafo, trovare:
1. la lista L1 del percorso semplice *più breve* tra n1 e n6 e calcolarne la lunghezza K1;
2. la lista L2 del percorso semplice *più breve,* tra n1 e n6, *che attraversi n5*, e calcolarne la lunghezza K2.
3. La lista L3 del percorso semplice *più lungo,* tra n1 e n6, *che attraversi n3 prima di n2*, e calcolarne la lunghezza K3

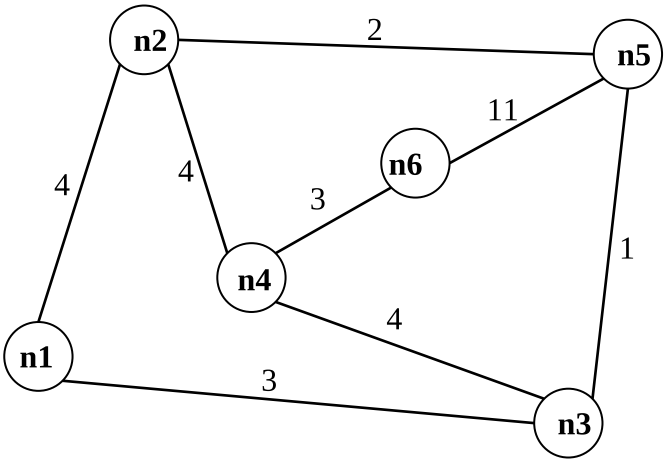
Scrivere la soluzione nella seguente tabella.

L1	[ ]
K1	
L2	[ ]
K2	
L3	[ ]
K3	

SOLUZIONE

L1	[n1,n3,n4,n6]
K1	10
L2	[n1,n3,n5,n2,n4,n6]
K2	13
L3	[n1,n3,n4,n2,n5,n6]
K3	24

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che sono menzionati 6 nodi (n1, n2, n3, n4, n5, n6); si procede per tentativi; si disegnano i 6 punti nel piano e li si collega con archi costituiti da segmenti: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono (necessariamente) proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono, segmenti di retta).
Per rispondere alle domande occorre elencare sistematicamente *tutti* i percorsi, che non passino più volte per uno stesso punto, tra n1 e n6:

PERCORSO da n1 a n6	LUNGHEZZA
[n1,n2,n4,n3,n5,n6]	4+4+4+1+11=24
[n1,n2,n4,n6]	4+4+3=11
[n1,n2,n5,n3,n4,n6]	4+2+1+4+3=14
[n1,n2,n5,n6]	4+2+11=17
[n1,n3,n4,n2,n5,n6]	3+4+4+2+11=24
[n1,n3,n4,n6]	3+4+3=10
[n1,n3,n5,n2,n4,n6]	3+1+2+4+3=13
[n1,n3,n5,n6]	3+1+11=15

L1, K1, L2, K2, L3, K3 seguono immediatamente.

ESERCIZIO 5
Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA
Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```
procedure PROVA1;
variables A, B, M, N, J, K integer;
input K;
M ← 0;
N ← 0;
for J from 1 to K step 1 do;
    input A, B;
    if A > B then M ← M + A; endif;
    if A < B then N ← N + A; endif;
endfor,
output M, N;
endprocedure;
```

Il valore di input per K è 5, i valori per A sono 2, 5, 6, 4, 3 e quelli di B sono 3, 4, 6, 3, 4. Determinare i valori di output.

M	
N	

SOLUZIONE

M	9
N	5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La procedura acquisisce in input le 5 (valore di K) coppie di valori per A e B, sommando il valore di A in M se il valore di A è maggiore di quello di B oppure in N se il valore di A è minore di quello di B. Scrivendo sovrapposti tali valori:

2 5 6 4 3
3 4 6 3 4

si vede che 5 e 4 (valori di A) sono sommati in M e 2 e 3 (valori di A) sono sommati in N. Il terzo elemento di A essendo uguale al terzo elemento di B non viene sommato.

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2, che è formalmente scorretta perché i simboli **X** e **Y** non sono definiti.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D, J integer;
A ← 1;
B ← 3;
C ← 0;
D ← 0;
for J from 1 to 3 step 1 do;
    C ← C + Y + J × X;
    D ← D + X + J × Y
endfor;
output C, D;
endprocedure;
```

Trovare, tra i nomi delle variabili A e B quelli da sostituire ai simboli **X** e a **Y** per ottenere in output il valore 21 per C e 15 per D.

N.B. Uno stesso nome può essere sostituito a entrambi i simboli **X** e **Y**.

X	
Y	

SOLUZIONE

X	B
Y	A

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione diventa chiara costruendo una tabella come la seguente, in cui si esaminano i 4 casi possibili di sostituzione di X e Y con A e B; il ciclo “for” viene ripetuto 3 volte, quindi è facilmente “sviluppabile”.

N.B. In ogni cella, sulla destra è riportato il valore che l’espressione sulla sinistra assume.

J	**X** diventa A, vale 1 **Y** diventa A, vale 1	**X** diventa A, vale 1 **Y** diventa B, vale 3	**X** diventa B, vale 3 **Y** diventa A, vale 1	**X** diventa B, vale 3 **Y** diventa B, vale 3
1	C ← 0 + 1 + 1 × 1 2 D ← 0 + 1 + 1 × 1 2	C ← 0 + 3 + 1 × 1 4 D ← 0 + 1 + 1 × 3 4	C ← 0 + 1 + 1 × 3 4 D ← 0 + 3 + 1 × 1 4	C ← 0 + 3 + 1 × 3 6 D ← 0 + 3 + 1 × 3 6
2	C ← 2 + 1 + 2 × 1 5 D ← 2 + 1 + 2 × 1 5	C ← 4 + 3 + 2 × 1 9 D ← 4 + 1 + 2 × 3 11	C ← 4 + 1 + 2 × 3 11 D ← 4 + 3 + 2 × 1 9	C ← 6 + 3 + 2 × 3 15 D ← 6 + 3 + 2 × 3 15
3	C ← 5 + 1 + 3 × 1 9 D ← 5 + 1 + 3 × 1 9	C ← 9 + 3 + 3 × 1 15 D ← 11 + 1 + 3 × 3 21	C ← 11 + 1 + 3 × 3 21 D ← 9 + 3 + 3 × 1 15	C ← 15 + 3 + 3 × 3 27 D ← 15 + 3 + 3 × 3 27

ESERCIZIO 7

PROBLEM

Bhutan is a state entirely located within the Himalaya mountain range. Two Dzongs (typical monasteries) are connected by a road that has no horizontal stretches. A bus goes uphill at a constant speed of 20 mph, while it goes downhill at a constant speed of 40 mph. What is the distance between the two Dzongs if a round trip (back and forth) with that bus takes three hours? Put your answer in the box below, as an integer number of miles (rounded if necessary).

SOLUTION

40

TIPS FOR THE SOLUTION

The stretches that are uphill in one direction are downhill going the opposite way and vice versa. Therefore, one can say that, in the round trip, the distance between the two Dzongs is travelled two times, one time uphill and one time downhill. Remembering that

$$\text{distance/speed = time,}$$

one can write:

$$\text{distance}/20 + \text{distance}/40 = 3 \text{ hours;}$$

that is

$$\frac{2 \times \text{distance}}{40} + \frac{\text{distance}}{40} = \frac{3 \times 40}{40};$$

hence

$$3\times\text{distance} = 3\times 40;$$

therefore, the distance is 40 miles.

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Four marbles, of identical diameter and weight, are in a bag, out of sight. Each marble is either black or white. John takes two marbles out of the bag, looks at them, and puts them back in the bag; after that he shakes the bag to scramble the marbles. John makes 200 tries; in exactly 100 out of 200 attempts both marbles were black. How many black and how many white marbles are most likely to be in the bag? Put your answer in the table below.

black	white

SOLUTION

black	white
3	1

TIPS FOR THE SOLUTION

There are at least two black marbles; not all the marbles can be black because John would always extract two black marbles; therefore, there are one or two white marbles. If there were two white marbles, for symmetry, one would as well expect to remove two white marbles approximately 100 times and thus, John would never remove a white marble and a black marble, which is highly unlikely.