

ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[u,v],a)	regola(2,[a,m,n],s)	regola(3,[a,m],n)
regola(4,[a,h,r],q)	regola(5,[a,h,m],p)	regola(6,[a],r)
regola(7,[a,m],h)	regola(8,[a,m],r)	regola(9,[a,u],m)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **a** e **m**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **q** a partire da **a** e **h**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **s** a partire da **u** e **v**.

L1	[]
L2	[]
L3	[]

SOLUZIONE

L1	[7,5]
L2	[6,4]
L3	[1,9,3,2]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda, **p** è deducibile solo con la regola 5, che ha come antecedenti **a**, **h** e **m**; di questi il primo e l'ultimo sono dati, **h** deve essere dedotto: ciò può essere fatto solo con la regola 7, che ha come antecedenti i dati. Quindi il procedimento è [7,5].

N.B. Nel costruire la lista associata a un procedimento, si ricordi che il primo elemento di tale lista è la prima regola che deve essere applicata, quindi (tutti) i suoi antecedenti devono essere dati.

Per la seconda domanda, **q** è deducibile solo con la regola 4, che ha come antecedenti **a**, **h** e **r**; i primi due sono dati, il terzo deve essere dedotto; questo può essere fatto con due regole: la 6 e la 8. La prima ha come antecedente **a**, la seconda **a** e **m**: è del tutto evidente che si deve applicare la regola 6. Il procedimento è [6,4].

Per la terza domanda, **s** è deducibile solo con la regola 2, che ha come antecedenti **a**, **m** e **n**, tutti incogniti. Il primo, **a**, è deducibile solo con la regola 1, che ha come antecedenti **u** e **v** che sono dati; il secondo, **m**, è deducibile solo con la regola 9, che ha come antecedenti **a** (appena dedotto) e **u** (dato); il terzo, **n**, è deducibile solo con la regola 3, che ha come antecedenti **a** e **m**, entrambi già dedotti. Il procedimento è, quindi, [1,9,3,2].

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente GRAFI.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

arco(n5,n2,2)	arco(n2,n3,2)	arco(n3,n4,9)
arco(n4,n1,2)	arco(n5,n1,8)	arco(n3,n5,3)
arco(n4,n5,5)		

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n1 e n3;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n1 e n3;

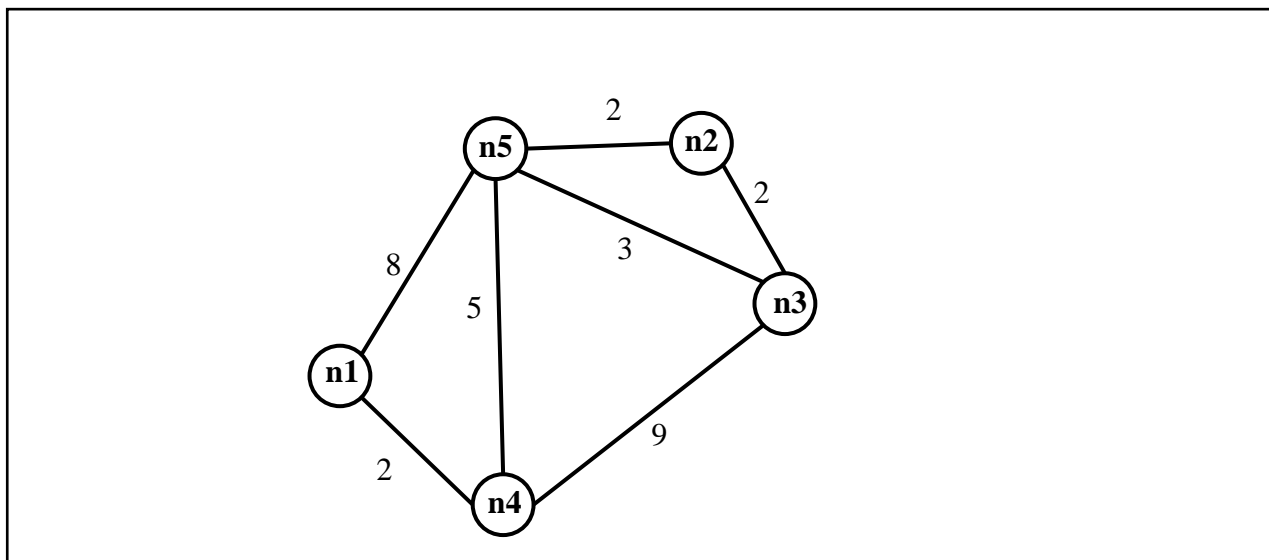
L1	[]
L2	[]

SOLUZIONE

L1	[n1,n4,n5,n3]
L2	[n1,n5,n4,n3]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

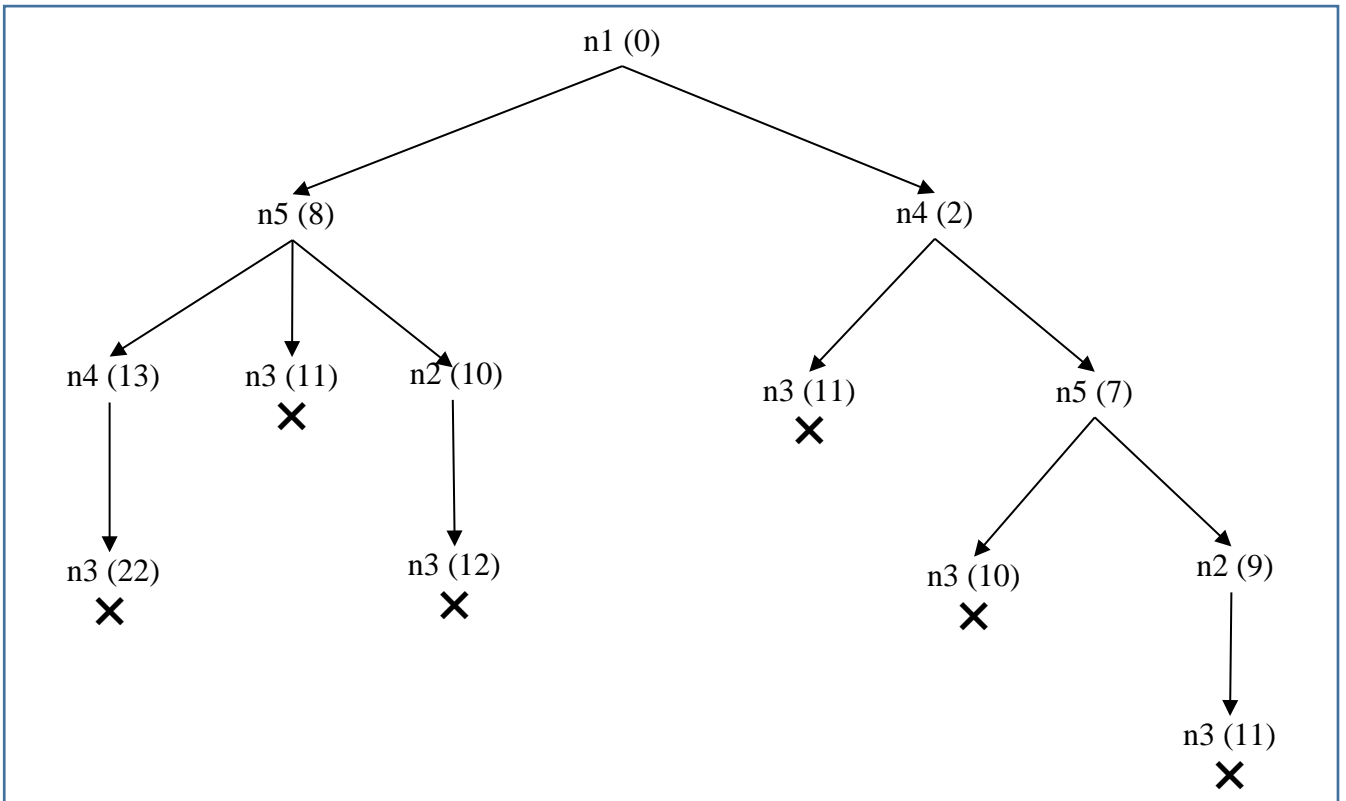
Per disegnare il grafo si osservi innanzitutto che vengono menzionati 5 nodi (n1, n2, n3, n4, n5); si procede per tentativi: si disegnano i 5 punti nel piano e li si collega con archi rettilinei: probabilmente al primo tentativo gli archi si incrociano; si cerca poi di risistemare i punti in modo da evitare gli incroci degli archi: spesso questo si può fare e in più modi. Da ultimo si riportano le distanze sugli archi, come mostrato dalla figura seguente.



Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).

Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n1 e n3 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*, come nell'albero della seguente figura in cui la radice è il nodo di partenza (n1), e ogni nodo (dell'albero) ha tanti figli quanti sono i nodi (del grafo) a lui collegati purché non compaiono come antenati. Le foglie dell'albero sono il nodo di arrivo (n3) o un nodo da cui non ci si può più muovere. A ogni nodo (dell'albero) è stata aggiunta tra parentesi la distanza dalla radice.

Le foglie che individuano uno dei cammini richiesti sono segnate da una X.



ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

PROBLEMA

Considerare la sequenza descritta dalla seguente lista:

[25,8,22,12, 3,18,29,36, 20,28,21,27,19]

Trovare la lunghezza N della più lunga sottosequenza *crescente* e scriverla nella seguente tabella.

N	
---	--

SOLUZIONE

N	6
---	---

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La sequenza è composta da 13 numeri: sono facilmente identificabili le sottosequenze crescenti massimali (cioè quelle a cui non si può aggiungere nulla in coda), tra le quali cercare quella di lunghezza massima. Conviene organizzare la ricerca considerando ciascun numero della sequenza come possibile “punto di partenza” di una o più sottosequenze crescenti, verificando “quanto lontano” si può giungere considerando solo numeri crescenti.

Per prima cosa, è immediato capire che il primo numero (25) dà inizio a una sottosequenza corta, che può subito essere trascurate. Il numero 8 invece è un buon punto di partenza, da cui si può costruire una sottosequenza:

[8,12,18,20,21,27],

che ha lunghezza 6. Poiché i numeri successivi ad 8 nella lista, escluso 3, sono maggiori di 8, è chiaro che qualunque sequenza parta da loro sarà più corta della sequenza che parte da 8.

Da 3 parte un'altra sequenza crescente degna di nota: [3,18,20,21,27], che però è più corta di quella che parte da 8; quindi la soluzione è 6.



[m2,m3,m6]	scartata	scartata	no
[m2,m4,m5]	41	68	no
[m2,m4,m6]	42	70	no
[m2,m5,m6]	34	60	no
[m3,m4,m5]	scartata	scartata	no
[m3,m4,m6]	scartata	scartata	no
[m3,m5,m6]	scartata	scartata	no
[m4,m5,m6]	48	81	no

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente PIANIFICAZIONE.

PROBLEMA

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di persone assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	PERSONE	GIORNI
A1	6	2
A2	3	3
A3	2	4
A4	6	1
A5	2	3
A6	2	3
A7	3	2
A8	5	1

Le priorità tra le attività sono:

- [A1,A2], [A2,A5], [A5,A7], [A7,A8], [A6,A8], [A3,A6] [A1,A3],
 [A3A4], [A2,A4], [A4,A6], [A4,A7]

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, determinare PM: il *numero massimo* di persone che lavorano contemporaneamente al progetto.

(N.B. PM è anche il *numero minimo* di persone contemporaneamente disponibili necessarie per attuare il progetto così pianificato).

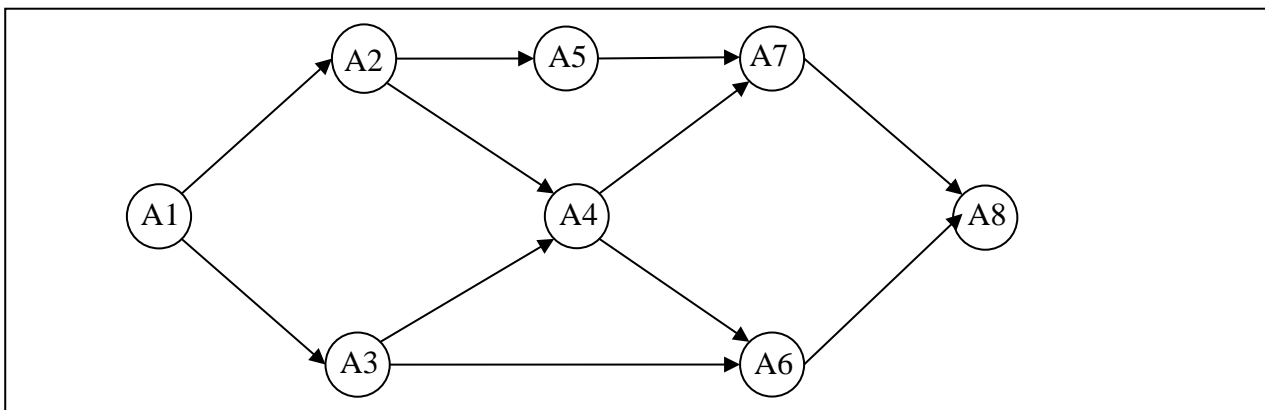
N	
PM	

SOLUZIONE

N	11
PM	8

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze.



Tale grafo indica visivamente la dipendenza “logica” tra le attività, cioè come esse si devono susseguire nel tempo; per costruirlo (come mostrato in figura) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

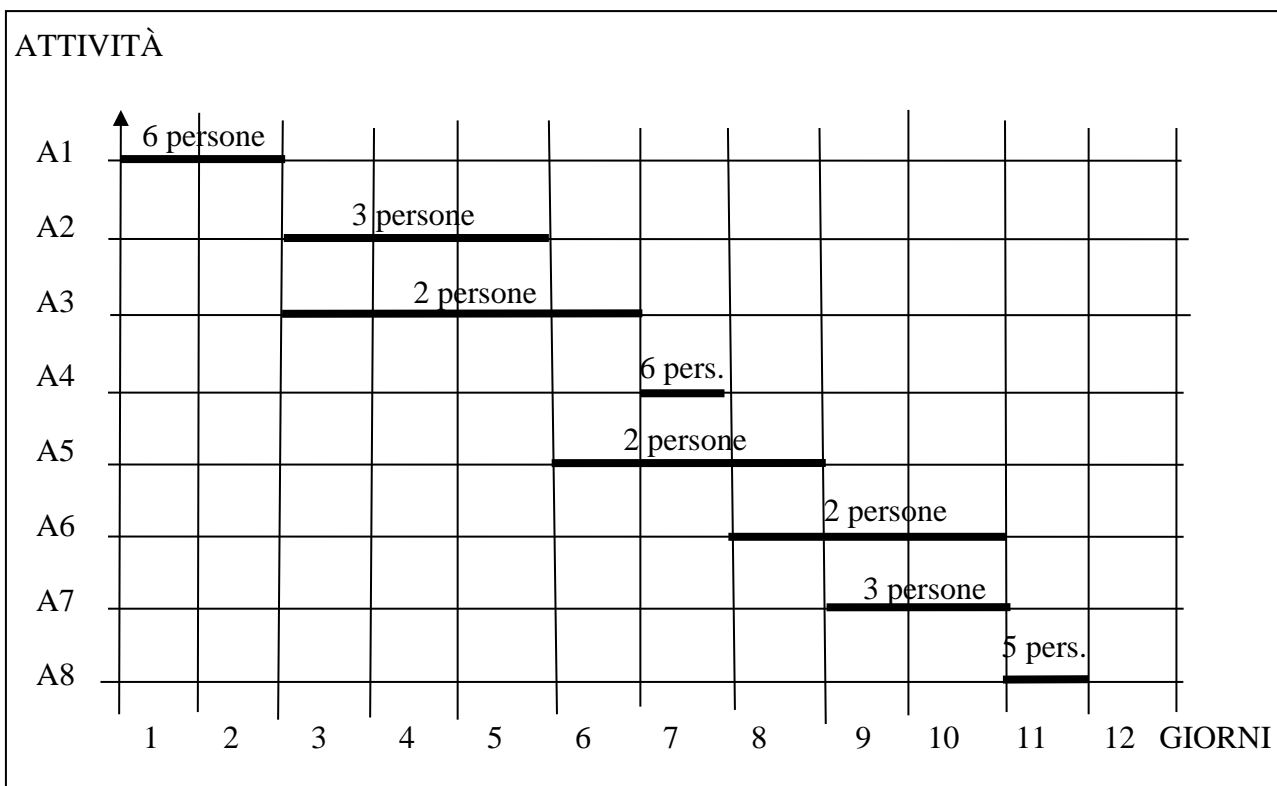
Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l’attività *finale* (in questo caso A8); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.

Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia (di orientamento opportuno) che connette i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi per cercare di ottenere un grafo con frecce che non si incrociano.

Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull’asse verticale le attività (dall’alto verso il basso), sull’asse orizzontale il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni linea orizzontale (parallela all’asse dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l’inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di persone che devono svolgerla): la posizione di tale segmento deve rispettare il diagramma delle precedenze.

Così, per esempio, l’attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo); inoltre l’attività A7, come altro esempio, può iniziare solamente quando è terminata sia la A4, sia la A5.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero *massimo* di persone al lavoro contemporaneamente è 8 (il settimo giorno): quindi per realizzare il progetto occorre almeno la disponibilità contemporanea di 8 persone.

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente CRITTOGRAFIA.

PROBLEMA

Con riferimento alla crittografia di Giulio Cesare:

- la lista [z,w,h,n,u,h] è la versione crittografata, con chiave 7, di una nazione europea bagnata dall'oceano Atlantico; trovarne il nome, da scrivere come lista L1;
- la lista [v,h,q,q,d] è la versione crittografata di un fiume europeo che sfocia nella Manica; trovarne il nome, da scrivere come lista L2 e la chiave K2;
- la lista [[h,j,w,a,n,s,t]] è la versione crittografata del nome di una montagna delle Alpi: trovarne il nome, da scrivere come lista L3 e la chiave K3.

Scrivere le liste nella seguente tabella.

L1	[_____]
L2	[_____]
K2	_____
L3	[_____]
K3	_____

SOLUZIONE

L1	[s,p,a,g,n,a]
L2	[s,e,n,n,a]
K2	3
L3	[c,e,r,v,i,n,o]
K3	5

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La soluzione si ottiene dalla seguente tabella.

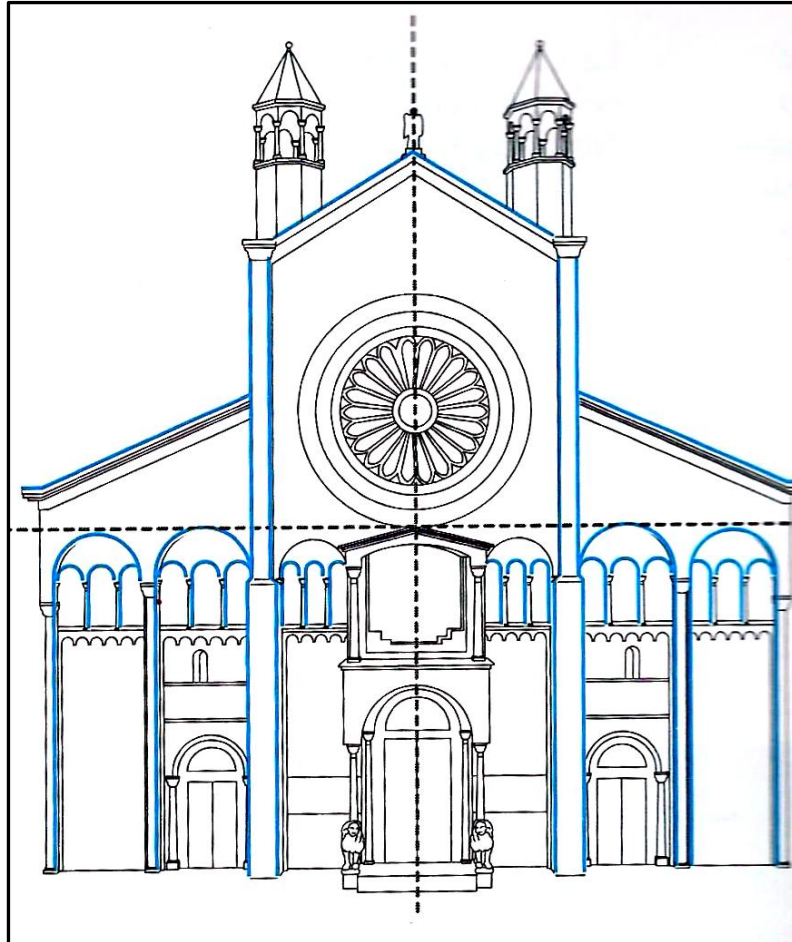
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
3	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e
7	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g

L1 è facilmente costruibile; per L2 e L3 occorre procedere per tentativi, provando le chiavi 1, 2, ... fino ad ottenere delle parole che soddisfano le indicazioni date.

ESERCIZIO 7

PREMESSA

Si osservi attentamente la seguente figura.

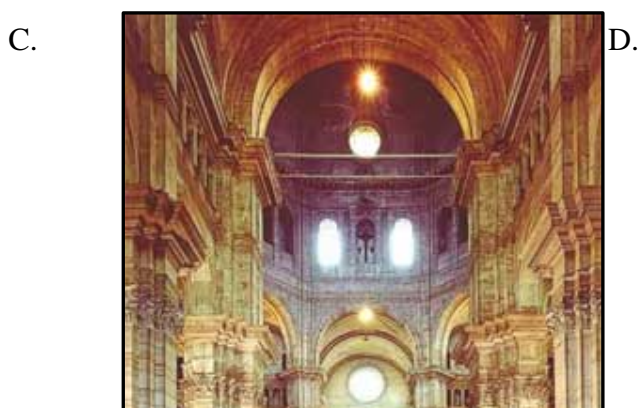
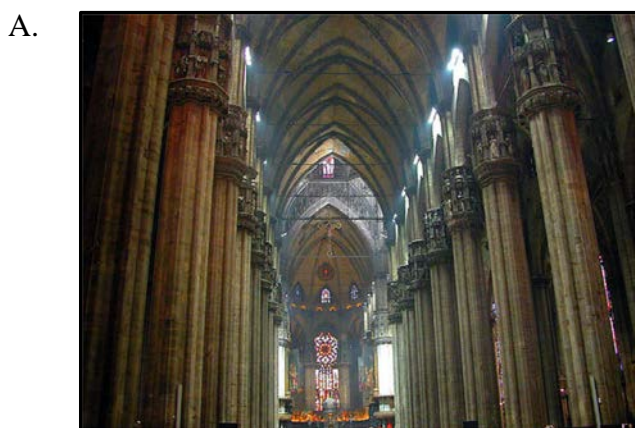


PROBLEMA

Cercando su Internet i termini di cui, eventualmente, non si conosce il significato, rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

- Osservando l'immagine di questa facciata, si capisce che:
 - la chiesa a cui si riferisce è a croce latina;
 - la chiesa a cui si riferisce è in stile romanico;
 - la chiesa a cui si riferisce è a croce greca;
 - la chiesa a cui si riferisce è in stile gotico.
- Osservando l'immagine di questa facciata si rintracciano molte:
 - monofore;
 - bifore;
 - torri campanarie;
 - trifore.
- Osservando l'immagine di questa facciata si intuisce che essa presenta:

- A. un'abside poligonale;
 - B. tre navate;
 - C. i matronei;
 - D. un'unica navata.
4. La facciata di questa chiesa è:
- A. molto “ritmata” grazie alla presenza di tanti elementi scultorei zoomorfi;
 - B. poco “ritmata” a causa dei pochi “pieni” e “vuoti” presenti sulla superficie architettonica;
 - C. lineare, senza particolari “movimenti” spaziali - architettonici;
 - D. molto “ritmata” grazie alla presenza di tanti giochi di “pieni” e “vuoti” esibiti sulla superficie architettonica.
5. Ciò che sicuramente domina la facciata:
- A. è il rosone;
 - B. è il presbiterio;
 - C. sono i capitelli alla sommità dei pilastri compositi;
 - D. è la struttura a capanna del tetto della chiesa.
6. Le campate della navata centrale della chiesa:
- A. hanno tutte la stessa misura/grandezza;
 - B. presentano uguale larghezza, ma lunghezza differente;
 - C. non è possibile individuarle e sapere come sono;
 - D. sono in proporzione tra la navata centrale e quelle laterali.
7. L'accesso al portale principale avviene:
- A. attraverso un protiro la cui parte superiore presenta un arco ogivale;
 - B. attraverso un piccolo atrio formato da due colonne che reggono un arco rampante;
 - C. attraverso un protiro formato da due colonne che reggono una volta;
 - D. attraverso un presbiterio formato da due colonne che reggono una volta.
8. L'interno della chiesa a cui si riferisce l'immagine della facciata potrebbe essere:



DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	B
2	D
3	B
4	D
5	A
6	C
7	C
8	D

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

- Osservando l'immagine di una facciata *non* è, in generale, possibile conoscere la pianta della chiesa stessa (risposta A e C, errate); una chiesa che presenta archi a tutto tondo è tipicamente romanica (risposta B, corretta), mentre una chiesa gotica presenta archi a sesto acuto od ogivali (risposta D, errata).
- Nel sistema di arcate che corre lungo la parte mediana della chiesa (tra il rosone e i portali d'entrata) si individua una successione di tre "luci", divise da piccole colonne o pilastrini, cioè "trifore" (risposta D, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate. La terminologia architettonica è facilmente comprensibile con ricerche su internet.
- Osservando la facciata *non* è possibile evincere né come è l'abside (parte posteriore della chiesa), né i matronei (la zona riservata alle donne costituita da una galleria ricavata da una navata laterale e aperta su quella centrale) (risposte A e C, errate). Dalla facciata è possibile capire il "sistema" delle navate poiché questa è una facciata "a salienti": si nota infatti la parte centrale della facciata più elevata (che equivale alla navata centrale interna), rispetto ai due corpi laterali più bassi (che equivalgono alle due navate laterali interne) (risposta B, corretta). Se la chiesa presentasse un'unica navata (risposta D, errata) avremmo una facciata "a capanna".
- La facciata presentata nell'immagine (è quella del duomo di Modena) esibisce molti "movimenti" architettonici e parecchi giochi di "pieni e vuoti" (arcate, colonne, protiro, trifore, rosone, colonnine sorrette da leoni ecc.): tutto ciò rende la superficie architettonica della facciata, molto ritmata (risposta D, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate.
- Nella facciata *non* è presente un presbiterio (elemento architettonico interno in una chiesa) (risposta B, errata), *non* ci sono capitelli alla sommità dei pilastri compositi (risposta C, errata). La facciata *non* è a "capanna", bensì "a salienti" (risposta D, errata). Il rosone è l'elemento che domina la facciata (risposta A, corretta).

6. Dall'immagine di una facciata *non* è possibile capire come si presentano le campate interne (risposta C, corretta).
7. La facciata presenta un vestibolo d'accesso (chiamato "protiro"), un piccolo atrio davanti al portale formato da due colonne sorrette da due leoni che reggono una volta ad archi a tutto sesto (romanico) (risposta C, corretta). Le altre risposte contengono informazioni errate o parzialmente corrette.
8. Gli elementi che ci permettono di confrontare l'esterno con l'interno sono il "rosone" e i tre portali. Solo le chiese nelle immagini A e D presentano un rosone circolare a forma di "petali" floreali, ma se si osserva con attenzione l'immagine A, si evince che è presente una lunga vetrata al di sotto del rosone (risposta A, errata) (risposta D, corretta). Le immagini B e C presentano un rosone circolare, ma non di foggia "floreale" (risposte B e C, errata).

ESERCIZIO 8

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```

procedura PROVA1;
variables A, B, K integer;
A ← 2;
K ← 7;
input B;
A ← A+ K + B;
K ← A+ K + B;
B ← A+ K + B;
output A, B, K;
endprocedura;
    
```

Il valore di input per B è 10. Determinare i valori di output.

A	
B	
K	

SOLUZIONE

A	19
B	65
K	36

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basta eseguire passo per passo gli *statement* della procedura; occorre prestare attenzione al fatto che A, B e K cambiano valore.

ultimi 4 statement di assegnazione	valore assunto dalle variabili a sinistra di ←
A ← A+K+B;	2+7+10 = 19
K ← A + K + B;	19 + 7 + 10 = 36
B ← A+ K + B;	19 + 36 + 10 = 65

ESERCIZIO 9

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA2.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, C, M, N integer;
input A, B, C;
M ← A;
N ← A;
if B > M      then M ← B;      endif;
if B < N      then N ← B;      endif;
if C > M      then M ← C;      endif;
if C < N      then N ← C;      endif;
output M, N;
endprocedure;
    
```

I valori di input per A, B e C sono rispettivamente 15, 21, 29. Determinare i valori di output.

M	
N	

SOLUZIONE

M	29
N	15

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basta eseguire, passo per passo, le operazioni indicate.

ESERCIZIO 10

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura PROVA3.

```

procedura PROVA3;
variables A, J integer;
A ← 0;
B ← 1;
for J from 1 to 5 step 1 do;
    A ← A + J;
    B ← B × J;
endfor;
output A, B;
endprocedura;
    
```

Determinare i valori di output.

A	
B	

SOLUZIONE

A	15
B	120

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

I valori di J, A e B *prima* del ciclo e *dopo* ciascuna delle 5 ripetizioni del ciclo sono mostrate dalla seguente tabella.

	valore di J	valore di A	valore di B
prima del ciclo	indefinito	0	1
dopo la prima ripetizione	1	1	1
dopo la seconda ripetizione	2	3	2
dopo la terza ripetizione	3	6	6
dopo la quarta ripetizione	4	10	24
dopo la quinta ripetizione	5	15	120

ESERCIZIO 11

PROBLEM

In a class, six students are planning to take vacations in France, ten students are going to UK, five students are going to Spain, and seven students are not taking any vacation days at all.

In the booking process, it is found that four students are going both to France and UK, three students are going both to UK and Spain, and one to all three countries.

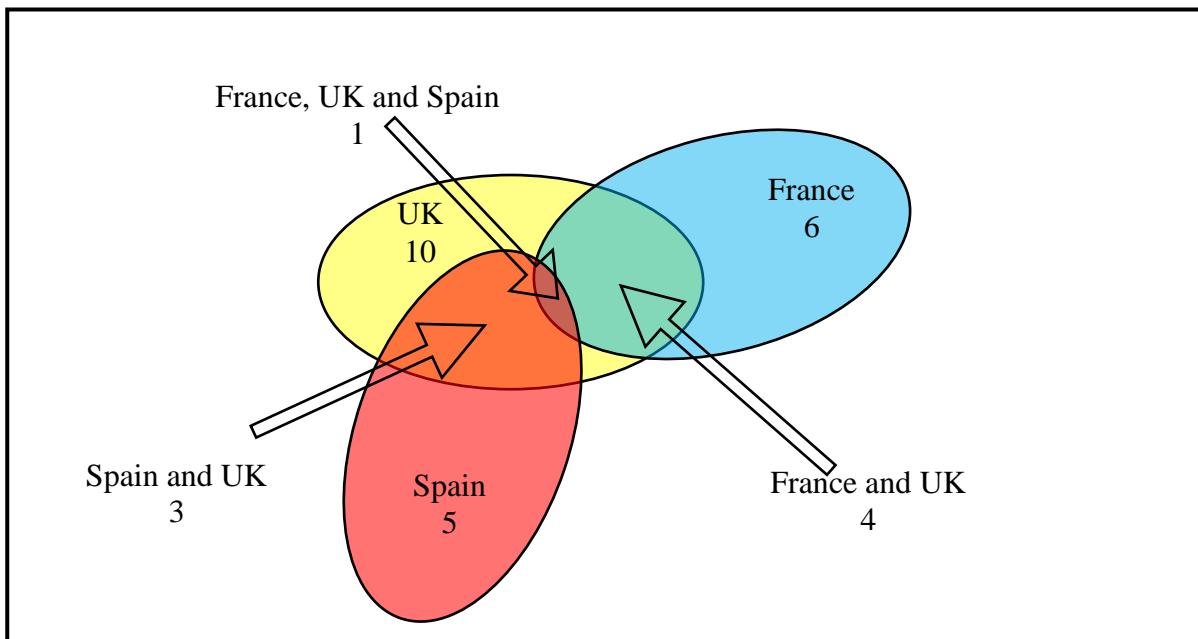
How many students are there in the class?

Put your answer, as unsigned integer, in the box below.

SOLUTION

TIPS FOR THE SOLUTION

The problem reduces to compute the number of students which take vacations. A Venn diagram will be very useful.



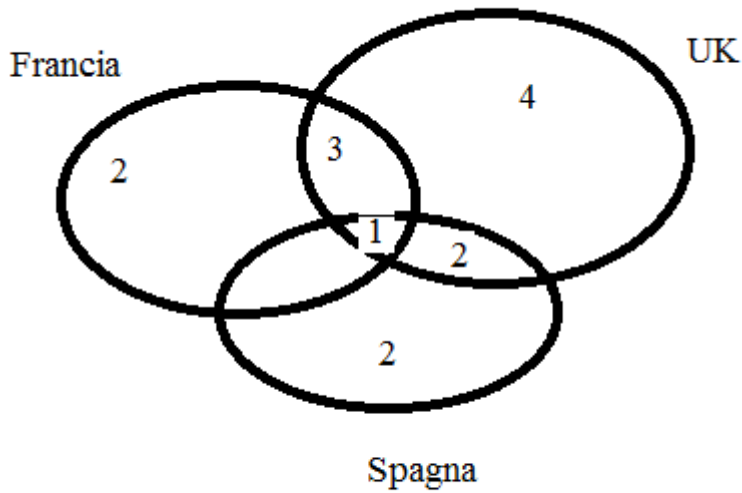
From the diagram is obvious that the students that are taking vacations can be classified in the following *disjoint* sets:

1. students going only to UK: $4 (10 - 3 - 4 + 1)$; note the 1 added;
2. students going only to UK and Spain: $2 (3 - 1)$;
3. student going to UK, Spain and France: 1 ;
4. students going only to Spain: $2 (5 - 3)$;
5. students going only to UK and France: $3 (4 - 1)$;
6. students going only to France: $2 (6 - 4)$;

A total of $4 + 2 + 1 + 2 + 3 + 2 = 14$ students will take vacations; as seven students are not taking any vacation days at all, in the class there are 21 students.

- 4 in Francia \cap UK (3 + 1 in Francia \cap UK \cap Spagna)
- 3 in Spagna \cap UK (2 + 1 in Francia \cap UK \cap Spagna)
- 1 in Francia \cap UK \cap Spagna

Il diagramma di Eulero Venn della situazione è il seguente



totale = 14 alunni in vacanza + sette = 21 in classe

ESERCIZIO 12

PROBLEM

Bill takes 3 hours to paint a fence; his young sister Alice can paint the same fence in 6 hours. How long will it take them if they work together?

Put your answer, in hours and minutes (as unsigned integer), in the table below.

hours	minutes

SOLUTION

hours	minutes
2	0

TIPS FOR THE SOLUTION

In one hour: Bill will paint $\frac{1}{3}$ of the fence;
 Alice will paint $\frac{1}{6}$ of the fence.

In one hour, together, they will paint $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ of the fence, so it will take them 2 hours to paint the whole fence.