ESERCIZIO 1

PREMESSA
Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.
Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.
Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b)**; utilizzando queste regole, conoscendo [**a**,**b**], è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w.** La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo [**a,b**] e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da [**a**,**b**]. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA
Siano date le seguenti regole:

regola(1,[g,f],d)	regola(2,[f,m],h)	regola(3,[f,h],e)	regola(4,[e,f,d],w)
regola(5,[m,f],g)	regola(6,[a,b,i],f)	regola(7,[d,e,j],z)	regola(8,[k,g],e)
regola(9,[a],k)	regola(10,[b],g)	regola(11,[a,f],j)	regola(12,[a,b],f)

Trovare:
1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre la lettera **w** a partire da **m**, **f**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre la lettera **z** a partire da **a**, **b**;
3. trovare la lista L3 di tutte le lettere deducibili a partire da **a**, **b,** *elencate in ordine alfabetico*.

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare; se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

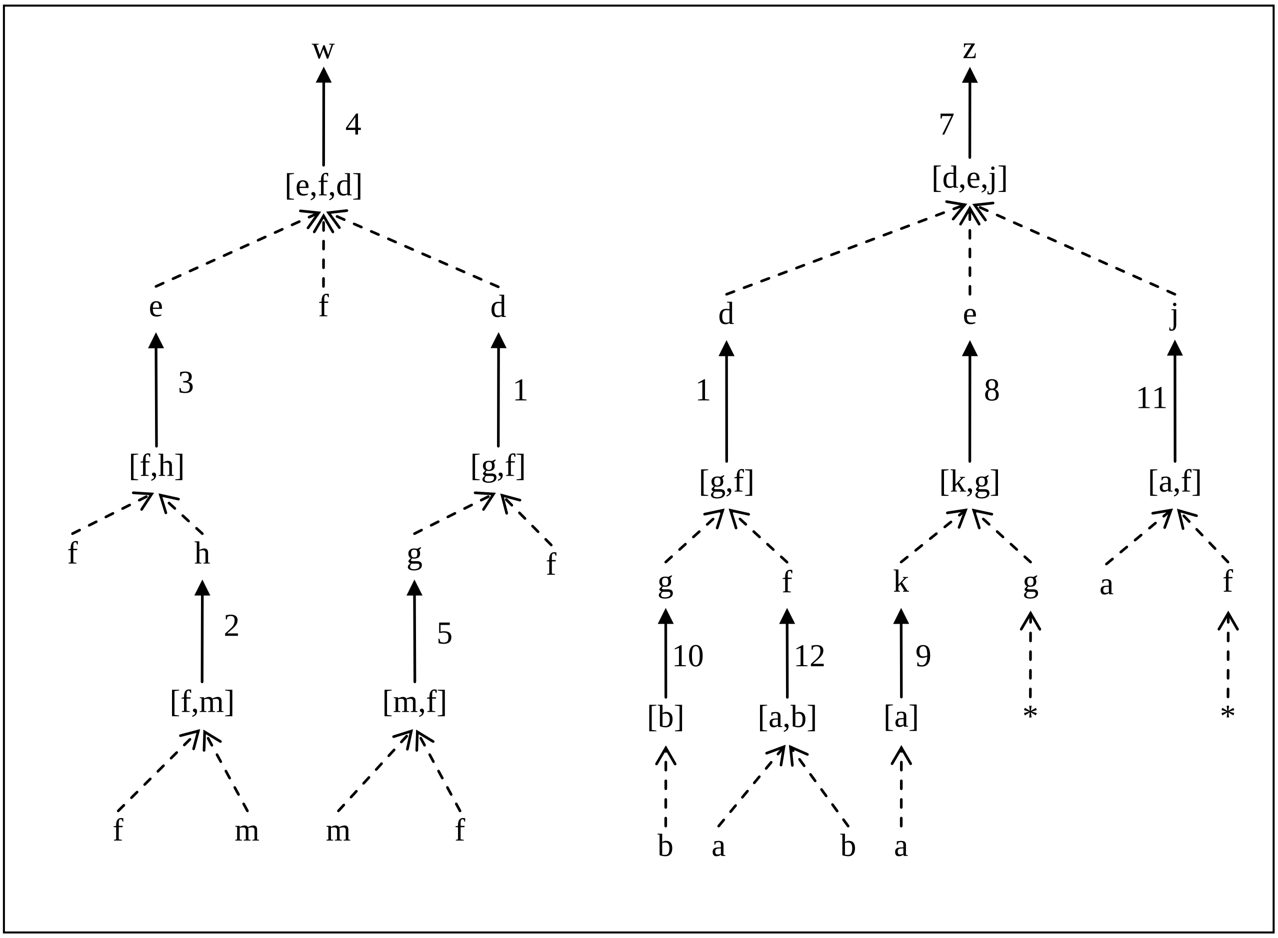
L1	[2,3,5,1,4]
L2	[9,10,8,12,1,11,7]
L3	[d,e,f,g,j,k,w,z]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Nel caso della prima domanda, si verifica immediatamente che **w** compare come conseguente solo della regola 4: continuando il procedimento si ottiene l'albero mostrato a sinistra nella figura seguente; naturalmente occorre fare una scelta opportuna tra le regole per derivare **e** e **g**. È facile poi scrivere la lista L1 con la successione corretta delle regole da applicare.

Anche nel caso della seconda domanda, **z** compare come conseguente solo di una regola: la 7; continuando il procedimento si ottiene l'albero mostrato a destra nella figura seguente. Oltre a scegliere opportunamente le regole da applicare per **e**, **g**, **f**, il procedimento richiede di usare più volte alcuni elementi (**g** ed **f**): l'albero di figura è costruito "da sinistra", quindi le prime apparizioni (da sinistra) di tali elementi vengono dedotte, mentre le altre sono trattate come dati (e contrassegnate da un asterisco). Particolare attenzione deve essere posta per costruire, nell'ordine corretto, la lista L2.



Per rispondere alla terza domanda si può partire dalla lista [a,b], applicare via via le regole che hanno tutti gli antecedenti nella lista, aggiungendovi il conseguente; si termina quando non ci sono più regole da applicare. (Naturalmente si parte con tutte le regole, e quando si applica una regola si cancella da quelle applicabili.) Il procedimento è illustrato dal seguente schema.

[a,b] —9→ [a,b,k] —10→ [a,b,k,g] —12→ [a,b,k,g,f] —1→[a,b,k,g,f,d] —8→[a,b,k,g,f,d,e] —11→ [a,b,k,g,f,d,e,j] —4→[a,b,k,g,f,d,e,j,w] —7→[a,b,k,g,f,d,e,j,w,z]

Alla fine occorre togliere **a** e **b** dalla lista ottenuta e disporne gli elementi in ordine alfabetico.

ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q											
		5	■	■		■			S				
			7	P									
		1											
🯅													

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot 🯅 sono [1,1].
Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♘ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♘		♘	
♘				♘
		🯅		
♘				♘
	♘		♘	

Il campo di gara contiene caselle interdette al robot (segnate da un quadrato nero in figura) quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili.
In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]]. Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista: [[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]] e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

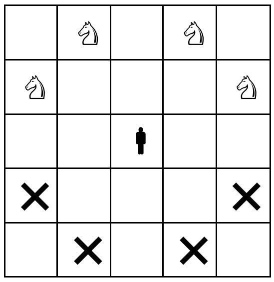
In un campo di gara di dimensioni 7×7, il robot si trova nella casella [4,1] e deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[4,2],[4,4]]

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[2,2,15],[2,5,21],[3,4,18],[3,3,17],[2,6,16],[4,6,22],[5,4,20],[6,2,19],[4,7,13]]

Al robot sono inoltre interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [oso,sso,sse,ese], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.



Trovare:

- la lista L1 che descrive il percorso più breve che consente di accumulare esattamente 60 punti,
- la lista L2 che descrive il percorso più breve che consente di accumulare esattamente 61 punti,
- la lista L3 che descrive il percorso più breve che consente di accumulare esattamente 62 punti.

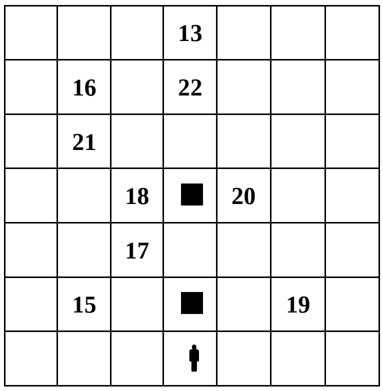
L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[[4, 1], [3, 3], [2, 5], [4, 6]]
L2	[[4, 1], [6, 2], [5, 4], [4, 6]]
L3	[[4, 1], [2, 2], [3, 4], [2, 6], [4, 7]]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.



Occorre tener presente che il robot può muoversi solo verso l'alto (cioè aumentando l'ordinata a ogni mossa: quindi arrivato alla stessa ordinata di un premio, non può più guadagnarlo); dopodiché si procede per tentativi; è utile scomporre l'obbiettivo da accumulare in somma di singoli premi presenti nel circuito (per esempio 60 = 17 + 21 + 22) e tener presente che con la prima mossa si possono accumulare 15 o 17 o 19 punti (si può escludere la prima "improduttiva" mossa in [5,3] perché poi il robot potrebbe accumulare al massimo 40 punti).

ESERCIZIO 3

PREMESSA
Leggere il testo seguente con attenzione.

Avevo fretta e l'orologio segnava le dieci e un quarto al fioco bagliore azzurrognolo del cruscotto ove le file di lancette vibravano e danzavano. Faceva caldo e si stava comodi nell'abitacolo, con il riscaldamento regolato al massimo per impedire al tettuccio di perspex di coprirsi di ghiaccio. Sembrava di essere in un bozzolo, tiepido, sicuro, che mi proteggeva dal freddo tagliente all'esterno, dalla notte gelida.
« Charlie Delta... »
La voce del controllore mi strappò alle fantasticherie, risuonando nella cuffia come se lui si fosse trovato con me nell'abitacolo e mi urlasse all'orecchio.
« Charlie Delta, decollato, carrello sollevato e chiuso » dissi entro la maschera dell'ossigeno.
« Charlie Delta, Roger, passare sul Canale D » disse il controllore, poi, prima che avessi potuto commutare il canale, soggiunse: « Buon Natale ».
Severamente vietato dalle regole, s'intende. Ero molto giovane, allora, e molto coscienzioso. […]

Il problema cominciò dopo dieci minuti di volo sopra il Mare del Nord, e cominciò così impercettibilmente che soltanto in capo a parecchi minuti mi accorsi della sua esistenza.
La RAF aveva impiegato due anni per addestrarmi a volare sui suoi caccia, e per la maggior parte del tempo ero stato addestrato precisamente in vista di situazioni di emergenza. L'importante, dicevano sempre alla scuola di pilotaggio, non è saper volare in condizioni ideali; l'importante è volare in una situazione di emergenza e restare vivi. Ora l'addestramento stava cominciando a rendersi utile. Mentre tentavo invano con i vari canali della radio, scrutavo il cruscotto dinanzi a me. Non era una coincidenza il fatto che la bussola e la radio avessero smesso contemporaneamente di funzionare; sia l'una sia l'altra erano alimentate dai circuiti elettrici dell'aereo.
Cominciai a far scendere adagio il Vampire verso la costa che si avvicinava. Mentre il caccia si abbassava verso Norfolk, la sensazione di solitudine mi stringeva sempre di più nella sua morsa. Tutto quanto era parso così bello quando prendevo quota dopo il decollo dall'aeroporto in Vestfalia, sembrava ora far parte dei miei peggiori nemici. Sotto di me si stendeva il pericolo peggiore di ogni altro, la brutalità tempestosa del Mare del Nord, in attesa di inghiottire me e il mio aereo e di seppellirci, per un'eternità senza fine, in una liquida cripta ove nulla si muoveva, né si sarebbe mosso mai più. E nessuno lo avrebbe mai saputo.

Frederick Forsyth, *Il pilota*, Arnoldo Mondatori Editore (1973).

PROBLEMA
Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. All'inizio del brano, osservando il cruscotto dell'aereo si può notare che:
   A. I display segnalano alcune anomalie;
   B. I motori sono ancora spenti e il pilota deve ancora mettere in moto il velivolo;
   C. Tutto funziona e i motori sono accesi;
   D. Il termometro segnala un riscaldamento molto elevato, ma necessario per volare in una notte invernale.

2. Uno dei problemi che il pilota, all'inizio del racconto, segnala è:
   A. La possibile formazione di nebbia durante il percorso;
   B. La possibile formazione di cumuli di nuvole notturne, durante il percorso;

C. La poca luce per potere volare;
D. Ciò che può provocare l'estremo freddo notturno.

3. Il pilota si definisce "*molto giovane, allora e molto coscienzioso*" per dire che:
   A. Aveva ancora molto da imparare, nonostante l'ottima preparazione per gli aviatori;
   B. Un pilota può volare solo se è molto serio e se ha molte ore di volo nel suo curriculum;
   C. Lui non avrebbe mai trasgredito l'uso del linguaggio via radio, così formale e regolato nell'aviazione;
   D. Anche se fosse stato nella torre di controllo durante la notte di Natale, non avrebbe toccato alcool.

4. Nella prima parte del racconto, la voce del tecnico della torre di controllo:
   A. Chiede al pilota se la strumentazione di bordo è a posto;
   B. Riporta il pilota alla realtà;
   C. Infastidisce il pilota per le interferenze dell’audio;
   D. Gli ricorda che è Natale e che è ora di partire;

5. L’abitacolo è equiparato a:
   A. Una stanza calda;
   B. Un piccolo involucro;
   C. Una piccola farfalla;
   D. Una cella di sicurezza.

6. Il pilota, quasi sicuramente è:
   A. Inglese;
   B. Francese;
   C. Tedesco;
   D. Americano;

7. L’autore afferma: *“Ora l’addestramento stava cominciando a rendersi utile”*; ciò significa che:
   A. Il pilota avrebbe saputo comunicare alla torre di controllo le giuste istruzioni per le pratiche di un atterraggio di emergenza;
   B. I dati analizzati dai display gli avrebbero permesso di prendere decisioni veloci ed emergenziali;
   C. Avrebbe dovuto “arrangiarsi” per mantenere la rotta e volare, probabilmente con l’intuito e le nozioni imparate grazie all’addestramento ricevuto;
   D. Avrebbe dovuto arrangiarsi per intuire quando sarebbe stato il momento più propizio per catapultarsi dall’aereo, grazie al paracadute.

8. Il pilota sta volando:
   A. Dalla Germania dell’ovest verso l’Inghilterra a sud est;
   B. Dalla Germania dell’est verso l’Inghilterra dell’ovest;
   C. Dalla Francia del sud verso la Germania dell’ovest;
   D. Dalla Germania dell’est verso la Scozia.

9. Il protagonista del racconto è:
   A. Un pilota civile;
   B. Un pilota militare;
   C. Un aviatore della seconda guerra mondiale;
   D. Un aviatore della prima guerra mondiale.

10. Quando il pilota ipotizza una drammatica fine al suo volo, nel definire che il mare diventerà la sua tomba, utilizza:
    A. Una similitudine di tipo sepolcrale;
    B. Un ossimoro che unisce un aggettivo di tipo cimiteriale e un termine sepolcrale;
    C. Una metafora di tipo sepolcrale;
    D. Una iperbole legata all'architettura ecclesiastica.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	C
2	D
3	C
4	B
5	B
6	A
7	C
8	A
9	B
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel testo si afferma, "*al fioco bagliore azzurrognolo del cruscotto ove le file di lancette vibravano e danzavano*": le lancette che vibrano e danzano sono gli indicatori di motori e dispositivi che stanno "funzionando" o che si stanno muovendo.
2. La frase "*al tettuccio di perspex di coprirsi di ghiaccio*" sottolinea il pericolo della formazione, appunto di ghiaccio, dovuto all'estremo freddo della notte (è il periodo natalizio).
3. Il pilota critica il fatto che il tecnico della torre di controllo abbia usato la comunicazione radio per augurargli "Buon Natale": nell'aviazione vigono regole ferree per l'utilizzo dei ponti\comunicazioni radio. Il fatto che ci fosse stata questa "piccola" trasgressione fa scaturire al pilota un confronto con se stesso e, definendosi "coscienzioso", si percepisce che lui non lo avrebbe mai fatto.
4. Il testo afferma "*La voce del controllore mi strappò alle fantasticherie*": il pilota che si era perso nei suoi pensieri viene riportato alla realtà.
5. Il "bozzolo" è il piccolo involucro della larva del baco da seta, da cui si ricava la seta.
6. Nel testo si dice "La RAF aveva impiegato due anni per addestrarmi…": la RAF è la Royal Air Force, reale aviazione militare inglese.
7. Il pilota non ha strumentazioni funzionanti quindi non può comunicare, né controllare i display sul cruscotto. Inoltre, non si parla, in questo estratto, della possibilità di usare il para-

cadute. Quindi il pilota non può che avvalersi delle sue competenze imparate nell'addestramento e nelle ore di volo.

8. La Vestfalia è una regione che si trova nella zona ovest della Germania, Norfolk è una regione che si trova a sud est dell'Inghilterra.
9. Il pilota è stato addestrato dalla RAF e guida un caccia: è quindi un pilota militare.
10. "Liquida cripta": è una metafora; non è una similitudine, figura retorica che prevede l'utilizzo del "come", né un ossimoro, figura retorica che consiste nell'unione sintattica di due termini contraddittori, né una iperbole, figura retorica che consiste nel portare all'eccesso il significato di un'espressione.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

tab(<sigla del minerale>, <valore in euro>, <peso in Kg>).

Il deposito contiene i seguenti 9 minerali:

tab(m1,20,250)	tab(m2,27,240)	tab(m3,25,240)
tab(m4,26,245)	tab(m5,21,260)	tab(m6,20,230)
tab(m7,26,301)	tab(m8,22,281)	tab(m9,24,230)

PROBLEMA

Disponendo di un autocarro con portata massima di 750 Kg, trovare la lista L1 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V1.

Supponendo di disporre di un secondo autocarro con portata massima di 800 Kg, trovare la lista L2 delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili (con questo secondo autocarro) che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V2.

Nella lista, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: m1<m2<…<m9.

L1	
V1	
L2	
V2	

SOLUZIONE

L1	[m2, m3, m4]
V1	78
L2	[m2, m4, m7]
V2	79

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Un metodo per risolvere il problema (detto “della forza bruta”) è quello di generare tutte le combinazioni di tre minerali scelti tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle il cui peso è minore o eguale a 750 Kg (o 800 Kg, per la seconda domanda), quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono (9×8×7)/(3×2) = 84 tale metodo è “pesante” (cioè richiede molti calcoli).

Per la prima domanda un metodo euristico è escludere il minerale m7 perché troppo pesante (anche insieme ai due più leggeri il peso della terna eccede i 750 Kg) e m1, m5, m6 e m8 perché di basso valore e considerare le combinazioni di m2, m3, m4 e m9 a tre a tre (che sono (4×3×2)/(3×2) = 4):

terne di minerali	valore	peso	
[m2,m3,m4]	78	725	maggior valore
[m2,m3,m9]	76	710	
[m2,m4,m9]	77	715	
[m3,m4,m9]	75	715	

Per la seconda domanda non si può più escludere m7 e quindi occorre prendere in considerazione le terne tra m2, m3, m4, m7 e m9 (che sono (5×4×3)/(3×2) = 10):

terne di minerali	valore	peso	
[m2,m3,m4]	78	725	
[m2,m3,m7]	78	781	
[m2,m3,m9]	76	710	
[m2,m4,m7]	79	786	maggior valore
[m2,m4,m9]	77	715	
[m2,m7,m9]	77	771	
[m3,m4,m7]	77	786	
[m3,m4,m9]	75	715	
[m3,m7,m9]	75	771	
[m4,m7,m9]	76	776	

N.B. Occorre comunque sempre controllare che le terne escluse non costituiscano una soluzione.

Naturalmente per esaminare le 84 combinazioni di *tutti* i minerali si può scrivere (ed eseguire) un opportuno programma.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA
Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, …), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	6	2
A2	3	1
A3	3	3
A4	5	1
A5	2	3
A6	3	2
A7	2	2
A8	3	2
A9	6	3
A10	2	1
A11	3	2
A12	4	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.
In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A3,A5], [A5,A8], [A8,A12], [A4,A5], [A4,A7], [A2,A6], [A4,A6], [A7,A10], [A7,A8], [A7,A9], [A9,A12], [A6,A10],[A10,A11], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni (minimo) necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare in quanti giorni GM, durante tutto il progetto, lavora contemporaneamente il numero massimo RM di ragazzi.

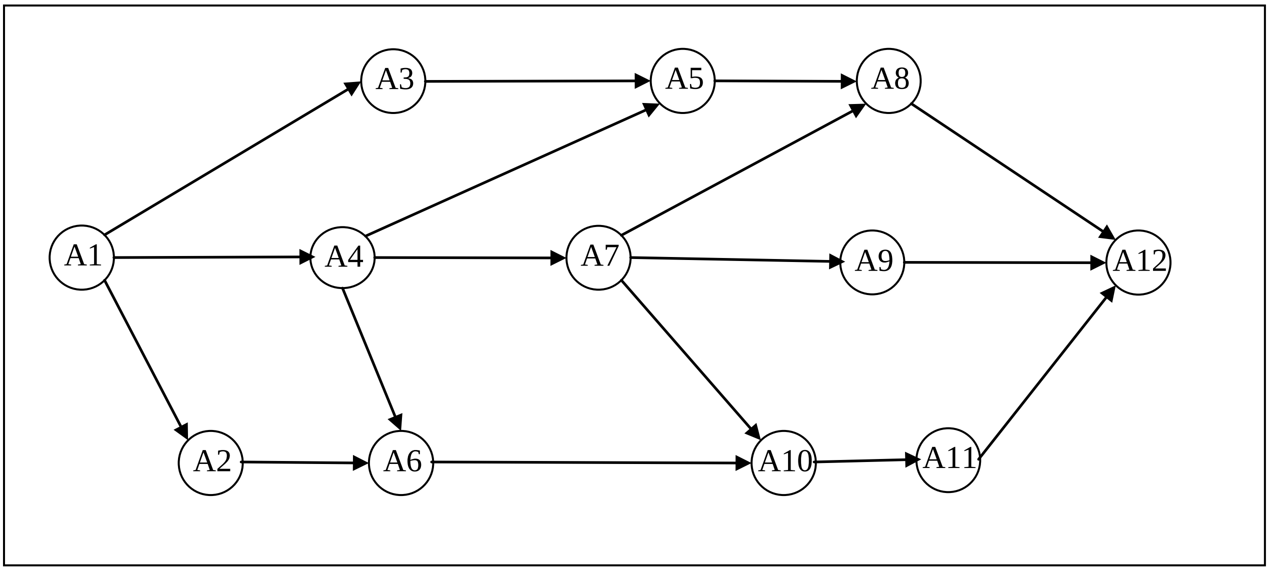
N	
GM	
RM	

SOLUZIONE

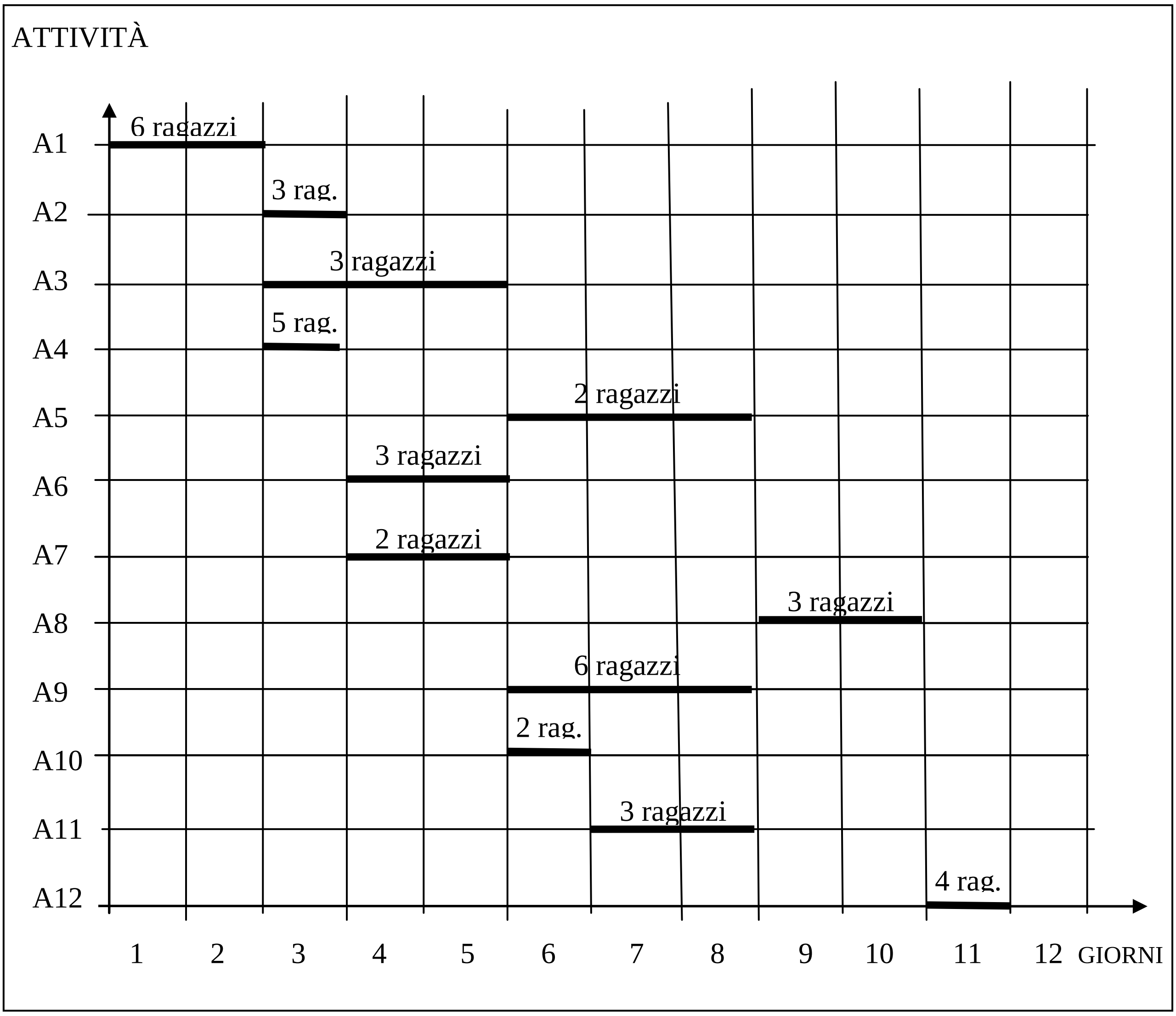
N	11
GM	6
RM	3

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A9 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).
N.B. Di solito tali grafi sono *planari* cioè è possibile disegnarli in modo che le frecce non si incrociano; per ottenere un tale disegno si procede per tentativi.



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A7 può iniziare solamente quando sono terminate sia A3 sia A4 e così via.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni, che in 3 giorni (i giorni 3, 7 e 8) lavora il numero massimo di ragazzi, cioè 11.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati.

```
procedure PROVA1;
variables A, N, S1, S2, I integer;
input N;
S1← 0;
S2← 0;
for I=1 to N step 1 do
        input A;
        if A>0
                then S1 ← S1 + S2 + A; S2 ← S1 + S2;
                else S2 ← S2 + S1 - A; S1 ← S1 + S2;
        endif;
endfor;
output S1, S2;
endprocedure;
```

I valori in input sono: 9 per N e quelli per A sono 1,2,-3,4,-5,6,-7,8,-9.
Trovare i valori di output per S1 e S2.

S1	
S2	

SOLUZIONE

S1	4049
S2	2865

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
La seguente tabella mostra i valori delle variabili alla fine di ogni ripetizione del ciclo (interno al) "for" (cioè prima dell' "endfor").

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	2	-3	4	-5	6	-7	8	-9
S1	1	4	16	32	113	200	688	1184	4049
S2	1	5	12	44	81	281	488	1672	2865

ESERCIZIO 7

PROBLEMA
Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati.

```
procedure PROVA2;
variables A, B, C, D, M integer;
input M;
A ← 1;
B ← 1;
C ← 1;
while C<M do
        D ← B;
        B ← A+B+C;
        A ← A+D+C;
        C ← A+B+C;
endwhile;
output C;
endprocedure;
```

Calcolare i valori in output di C corrispondenti ai valori in input di M riportati in tabella.

M	C
10	
60	
100	
150	
1000	

SOLUZIONE

M	C
10	33
60	151
100	151
150	151
1000	3143

COMMENTI ALLA SOLUZIONE
Il valore delle variabili D, B, A, C *dopo* ogni esecuzione del ciclo “while” è mostrata nella seguente tabella.

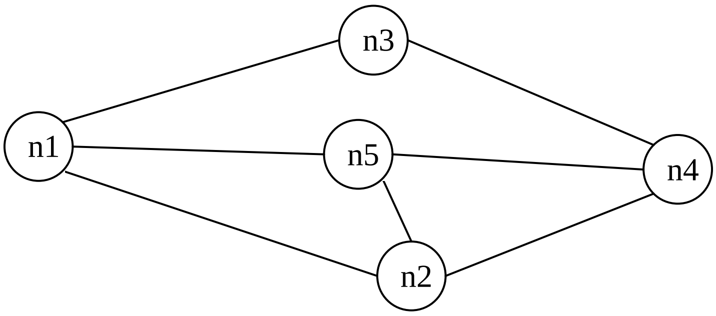
Ripetizione	1	2	3	4	5
D	1	3	13	59	269
B	3	13	59	269	1227
A	3	13	59	269	1227
C	7	33	151	689	3143

Quando M vale 10 il ciclo è eseguito 2 volte, quando vale 60, 100 o 150 il ciclo è eseguito 3 volte, quando vale 1000 il ciclo è eseguito 5 volte.

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n1, n2, …, n5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

arco(n1,n2,6) arco(n1,n3,5) arco(n3,n4,4)
arco(n1,n5,3) arco(n2,n4,3) arco(n2,n5,2)
arco(n5,n4,6)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista [n5,n2,n4,n3] descrive un percorso dal nodo n5 al nodo n3; tale percorso ha lunghezza K = 2 + 3 + 4 = 9.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio [n5,n2,n1,n5]. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio [n5,n2,n4,n3] è semplice, mentre [n5,n2,n1,n5,n2,n4,n3] non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

a(n1,n2,4) a(n4,n5,7) a(n7,n8,3) a(n1,n4,2)
a(n5,n2,3) a(n7,n4,1) a(n5,n8,2) a(n2,n3,4)
a(n8,n9,6) a(n5,n6,1) a(n9,n6,2) a(n6,n3,4)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso più breve tra n3 e n7 e calcolarne la lunghezza K1;
2. trovare la lista L2 del percorso più lungo tra n3 e n7 e calcolarne la lunghezza K2;
3. trovare la lista L3 del percorso più breve tra n3 e n7 che passa per tutti i nodi del grafo e calcolarne la lunghezza K3.

L1	
K1	
L2	
K2	
L3	
K3	

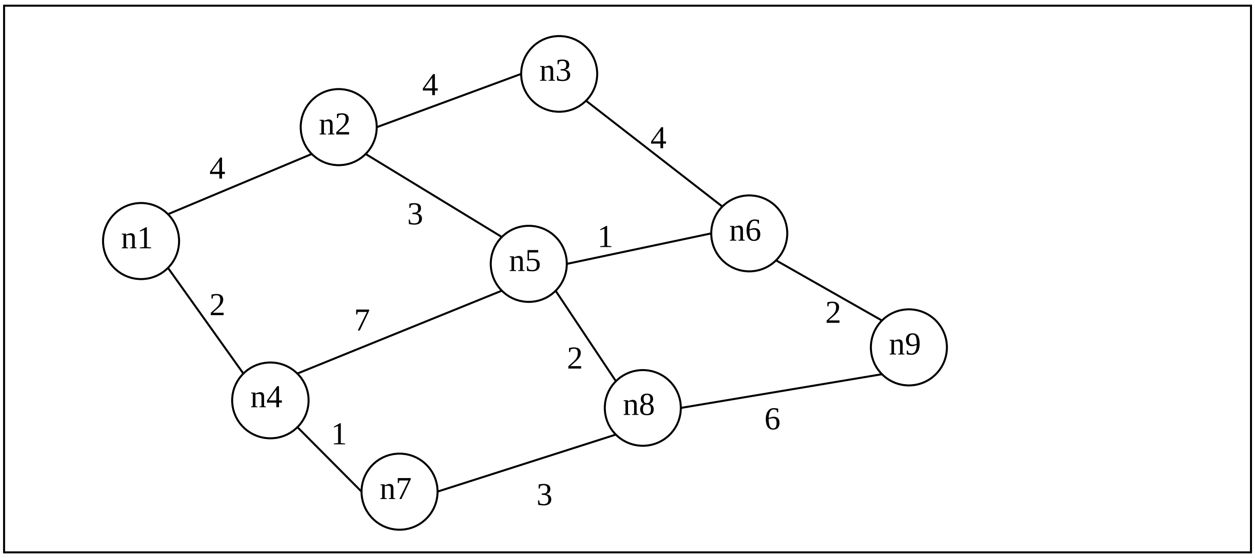
SOLUZIONE

L1	[n3, n6, n5, n8, n7]
K1	10

L2	[n3, n2, n1, n4, n5, n6, n9, n8, n7]
K2	29
L3	[n3, n6, n9, n8, n5, n2, n1, n4, n7]
K3	24

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino, come mostrato nella seguente figura.



Si noti innanzitutto che il cammino *più breve* tra due nodi è necessariamente semplice (cioè non ha cicli); per risolvere il problema occorre elencare *tutti* i cammini (semplici) tra n3 e n7 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame tutti. Sono i 12 seguenti:

CAMMINO	LUNGHEZZA	
[n3, n2, n1, n4, n7]	11	
[n3, n2, n5, n6, n9, n8, n7]	19	
[n3, n2, n1, n4, n5, n6, n9, n8, n7]	29	il più lungo (passa per tutti i nodi)
[n3, n2, n5, n8, n7]	12	
[n3, n2, n1, n4, n5, n8, n7]	22	
[n3, n2, n5, n4, n7]	15	
[n3, n6, n9, n8, n7]	15	
[n3, n6, n5, n8, n7]	10	il più corto
[n3, n6, n9, n8, n5, n4, n7]	22	
[n3, n6, n5, n4, n7]	13	
[n3, n6, n9, n8, n5, n2, n1, n4, n7]	24	il più corto che passa per tutti i nodi
[n3, n6, n5, n2, n1, n4, n7]	15	

N.B. Nel caso in esame è ancora agevole costruire "a mano" l'elenco; in casi di grafi più complessi è opportuno usare un programma.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Pietro decide di lavorare in una fattoria; concorda col fattore che per un anno di lavoro riceverà 10200 euro netti più un maiale che può vendere al mercato. Però, dopo cinque mesi decide di lasciare quel lavoro e riceve dal fattore 3375 euro più il maiale. Quale è il valore M (in euro, con due decimali) della bestia?

M	

SOLUZIONE

M	1500,00

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dopo cinque mesi Pietro avrebbe dovuto ricevere 5/12 di 10200 euro (cioè 4250 euro) e 5/12 del maiale; poiché riceve 3375 euro e il maiale “intero” vuol dire che 7/12 del maiale valgono 4250 – 3375 = 875 euro, quindi un dodicesimo del maiale vale 875/7 = 125 euro. L’intero maiale vale 125 × 12 = 1500 euro.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

A summer evening Paula was preparing drinks for dinner. She had two containers, the second three times the size of the first; she filled the first container 1/2 full of lemonade and the second 2/5 full of lemonade. She then filled each container with tea and emptied both in a large pitcher. What is the percentage L of lemonade and T of tea in the pitcher?
(Enter your answer as numbers with two decimal places and comma as decimal mark)

L	
T	

SOLUZIONE

L	42,50
T	57,50

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

If C is the size of the first container, the amount of lemonade is 1/2 × C + 2/5 × 3 × C = 17/10 × C; the amount of tea is 1/2 × C + 3/5 × 3 × C = 23/10 × C. The total volume is 4 × C, so L is 17/40 = 42,5/100 and T is 23/40 = 57,50/100.