

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z) regola(12, [m,f,g],w) regola(13, [a,b,w],q)
 regola(14, [r,g],b) regola(15, [a,b],s) regola(16, [s,r],b)
 regola(17, [q,a],r) regola(18, [q,a],g) regola(19, [a,b,s],w)
 regola(20, [a,f],w) regola(21, [a,b,s],f) regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,b],d) regola(2,[b,c],e) regola(3,[f,a],c) regola(4,[d,b],e)
 regola(5,[c,f],a) regola(6,[a,d],b) regola(7,[c,e],b) regola(8,[b,e],d)
 regola(9,[e,f],c) regola(10,[f,b],z) regola(11,[c,e],f) regola(12,[f,c],e)
 regola(13,[e,d],b) regola(14,[a,c],f) regola(15,[e,b],c) regola(16,[b,d],a)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento più breve per dedurre **z** a partire da **c, e**;
2. la lista L2 che descrive un secondo procedimento per dedurre **z** a partire da **c, e**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento più breve per dedurre **a** a partire da **d, e**;

N.B. Elencare le sigle delle regole nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare; se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

| | |
|----|--|
| L1 | |
| L2 | |
| L3 | |

SOLUZIONE

| | |
|----|----------------|
| L1 | [7,11,10] |
| L2 | [7,8,16,14,10] |

| | |
|----|---------|
| L3 | [13,16] |
|----|---------|

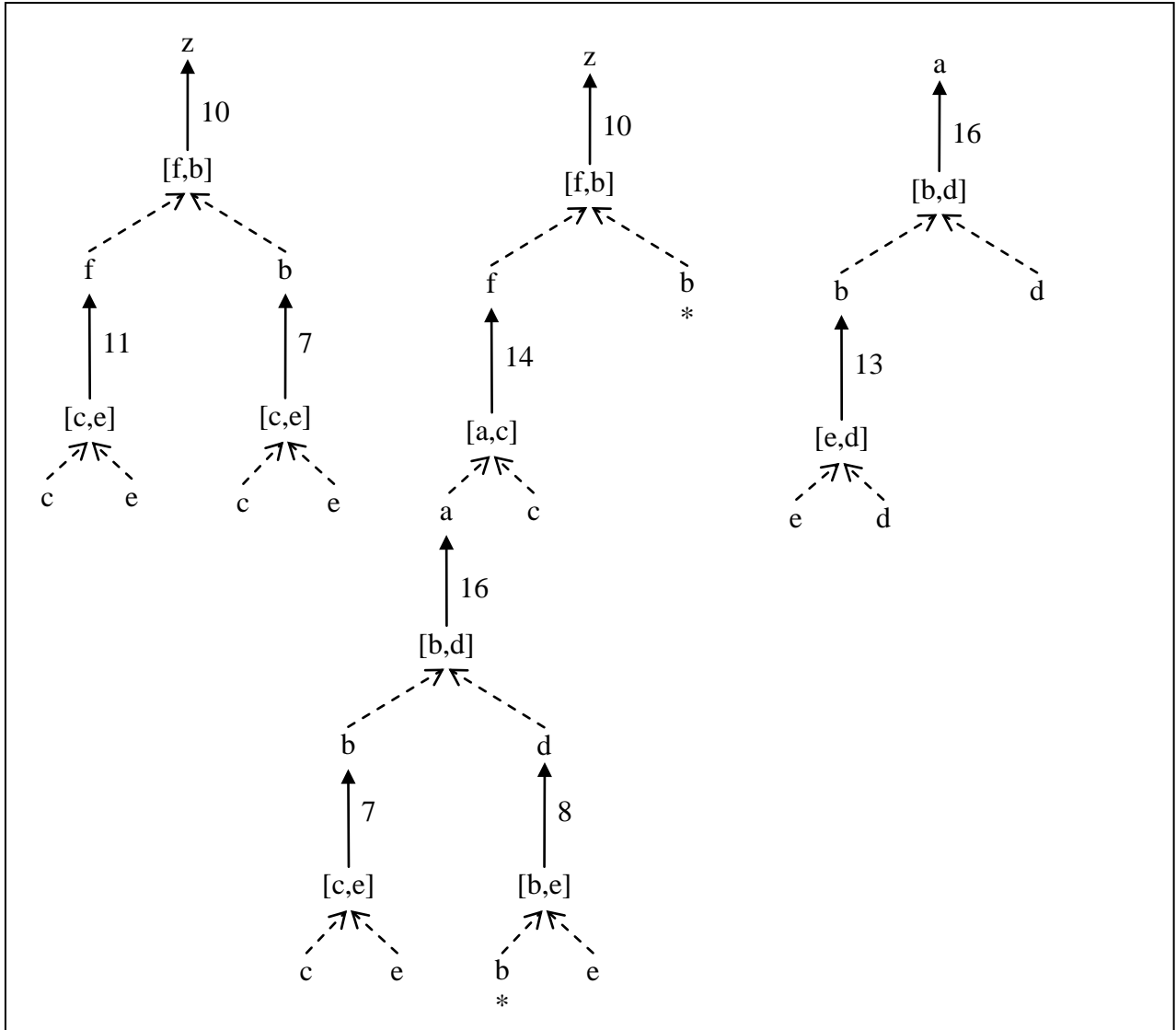
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Nel caso della prima domanda, si verifica immediatamente che **z** compare come conseguente solo della regola 10 che ha come antecedenti **f** e **b** entrambi incogniti: a questo punto, esaminando le regole con attenzione, si vede facilmente che per dedurli si possono usare le regole 11 e 7 (rispettivamente); entrambe le regole hanno come antecedenti i dati (**c** ed **e**) e il procedimento (illustrato in figura) è finito. È facile poi scrivere la lista L1 con la successione corretta delle regole da applicare.

Nel caso della seconda domanda, dopo aver individuato la regola 10 come l'unica per dedurre **z**, si rinuncia a dedurre **f** con la regola 11 e si usa l'altra possibile: 14 che come antecedenti ha **c** (dato) e **a** incognito; per dedurre quest'ultimo non si può usare la regola 5 (che tra gli antecedenti ha proprio **f**, rendendo così il ragionamento circolare). Occorre usare la regola 16 che ha come antecedenti **b** (che comunque era rimasto da dedurre) e **d**; per dedurre **d** non si può usare la regola 1 (che tra gli antecedenti ha proprio **a**, rendendo così il ragionamento circolare). Occorre usare la regola 8 che per antecedente ha **b**, ancora incognito, ed **e** dato. Per dedurre **b** non si può usare la regola 6 (contiene **a** come antecedente), ma di nuovo (finalmente) la 7. Il procedimento è illustrato dall'albero centrale della figura seguente (che è costruito "da sinistra", quindi le prime apparizioni (da sinistra) di nuovi elementi vengono dedotte, mentre le altre sono trattate come dati e contrassegnate da un asterisco). Attenzione deve essere posta per costruire, nell'ordine corretto, la lista L2.

Per rispondere alla terza domanda (dedurre **a** a partire da **d** ed **e**) occorre decidere quale considerare delle due regole per dedurre **a** (5 o 16): è facile decidere che è conveniente tentare di partire dalla 16 perché uno degli antecedenti (**d**) è un dato; l'altro (**b**) è deducibile con tre regole (6, 7, 13). È immediato che si deve scegliere la regola 13 che ha solo dati come antecedenti. Il procedimento è illustrato dall'albero di destra della figura seguente.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|---|--|--|---|--|--|--|--|--|
| | | Q | | | | | | | | | | | | |
| | | 5 | ■ | ■ | | ■ | | | S | | | | | |
| | | | 7 | P | | | | | | | | | | |
| ■ | ■ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| ♠ | | ■ | | | | | | | | | | | | |

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♠ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♠ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ♠ | | ♠ | |
| ♠ | | | | ♠ |
| | | ♠ | | |
| ♠ | | | | ♠ |
| | ♠ | | ♠ | |

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,3] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. I premi sono descritti fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi sopra riportati sono descritti dalla seguente lista [[3,2,1],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla seguente lista:

$$[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]$$

e ha un totale di premi accumulati pari a 8.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot, che si può muovere come il cavallo nel gioco degli scacchi, si trova nella casella [1,1] e deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

$$[[3,2],[4,2],[4,4]]$$

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[2,2,5],[3,5,21],[2,4,28],[5,6,6],[4,5,22],[5,3,10],[6,2,19]]

Al robot sono inoltre interdette le mosse che, con riferimento alla rosa dei venti, sono specificate dagli elementi della lista [ono,oso,sso,sse,ese], quindi le mosse permesse sono mostrate dalla seguente figura.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ↖ | | ↗ | |
| × | | | | ↘ |
| | | ↑ | | |
| × | | | | × |
| | × | | × | |

Trovare:

- la lista L1 che descrive il percorso che consente di accumulare esattamente 21 punti,
- la lista L2 che descrive il percorso che consente di accumulare esattamente 27 punti,

| | |
|----|--|
| L1 | |
| L2 | |

SOLUZIONE

| | |
|----|---------------------------|
| L1 | [[1,1],[2,3],[3,5]] |
| L2 | [[1,1],[2,3],[3,5],[5,6]] |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

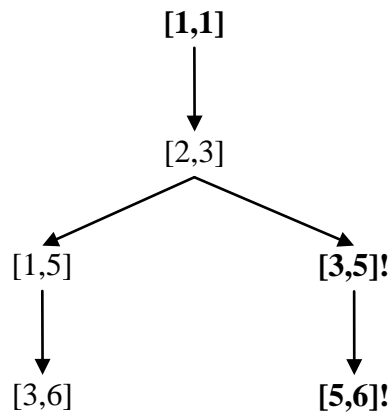
Il campo di gara è mostrato nella seguente figura.

| | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|
| | | | | 6 | |
| | | 21 | 22 | | |
| | 28 | | ■ | | |
| | | | | 10 | |
| | 5 | ■ | ■ | | 19 |
| ↑ | | | | | |

Occorre tener presente che il robot può muoversi solo verso l'alto, cioè aumentando l'ordinata a ogni mossa: quindi, raggiunta l'ordinata di un premio (senza passare per la casella che lo contiene), non può più guadagnarlo; quindi visto che la prima mossa è obbligatoriamente in [2,3] i premi 5, 19 e 10 non possono più essere guadagnati. Perciò l'unica maniera di accumulare 21 è passare dalla casella che contiene 21; è facile vedere che per guadagnare 27 punti occorre passare successivamente nella casella che contiene 6. L1 e L2 seguono immediatamente.

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'albero delle possibili mosse. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la radice che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti figli quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Ci si arresta quando si è arrivati in una casella da cui non

ci si può muovere o, in particolari casi, quando si è raggiunto un prefissato obiettivo. Una casella che soddisfa un prefissato obiettivo si dice *meta* (è segnata in figura con un !).



Un percorso è una successione di nodi dalla radice alle foglie meta. I premi accumulati sono 21 e 27 nei nodi meta.

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

Mangiare è anche e soprattutto prendersi cura del proprio corpo. Lo si sa bene oramai: un'alimentazione ricca di frutta e verdura, di cereali integrali, di cibi freschi e il meno possibile lavorati e la riduzione dei prodotti di origine animale aiutano a mantenersi in salute e in forma. Spesso capita però che quando i destinatari della scelta sono i nostri figli, siamo assaliti da dubbi, da mille riserve, addirittura ci può capitare di rimettere in discussione principi e teorie che hanno portato sulle nostre tavole gli alimenti di cui ci nutriamo. [...] Una delle decisioni su cui probabilmente tanti genitori si arrovellano riguarda la carne: proporla o non proporla?

Ci sono famiglie che non propongono la carne ai propri figli, i quali però la scoprono magari nelle mense scolastiche o nell'adolescenza, iniziano a mangiarla, la chiedono e ne fanno anche motivo di scontro con i genitori. Ci sono invece bambini che crescono vegetariani o vegani e non manifestano particolare curiosità o desiderio di consumare la carne, magari la sperimentano, ma la abbandonano subito. Ancora: ci sono bambini che consumano quantità moderate di carne e prodotti animali riuscendo, grazie all'equilibrio cercato dalla famiglia, a rendere sostenibile questo regime alimentare. Poi ci sono gli eccessi, in un senso o nell'altro, che possono portare a carenze e squilibri e che rappresentano errori da evitare. [...]

A sostenere il principio del "giusto mezzo" è stato Aristotele. E di questa opinione è il dottor Paolo Giordo, omeopata, che sostiene che il problema sta a monte: "Dobbiamo nutrire la terra e i piccoli microrganismi che poi nutriranno le piante e così via, in un cerchio virtuoso che non contempli l'uso di prodotti chimici, poiché sono proprio questi la causa più importante dei problemi. Il vegetarianesimo, il vegetarianesimo o l'onnivorismo non devono essere mode ma stili di vita, concezioni del mondo nelle quali ognuno ritaglia un proprio modo di essere [...]."

Beatrice Salvemini, tratto da "Terra Nuova", febbraio 2014, no.291

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Secondo l'autrice, ci si può mantenere in forma e salute se:
 - A. Nella nostra dieta compaiono anche molti carboidrati;
 - B. Nella nostra dieta c'è ricchezza di miglio, orzo e grano;
 - C. Mangiamo soprattutto lenticchie, fagioli e ceci;
 - D. Integriamo la nostra dieta con frutta secca e insaccati.

2. "Mille riserve", a livello retorico, è:
 - A. Una metafora;
 - B. Una similitudine;
 - C. Un ossimoro;
 - D. Un'iperbole.

3. Le opzioni che riguardano il rapporto tra somministrazione della carne e figli sono riassunte in:
 - A. Quattro ipotesi tutte abbastanza equivalenti;
 - B. Sei ipotesi possibili: chi scopre la carne al di fuori della famiglia, chi ne fa a meno, chi ne mangia in quantità equilibrata, chi eccede nel mangiarne, chi nel privarsi e, in ultima istanza, chi la evita del tutto;

- C. Alcune ipotesi, tra le quali una assolutamente sconsigliabile, riguarda l'eliminazione totale della carne;
- D. Alcune ipotesi, tra le quali una assolutamente sconsigliabile, riguarda il consumo di carne al di fuori della famiglia per bambini vegani o vegetariani.
4. Per regime alimentare sostenibile, nel testo, si intende:
- A. Cibi che vengono prodotti con una grande attenzione alla sostenibilità dell'ambiente;
- B. Dieta tollerabile dall'organismo;
- C. Tradizione legata al cibo di una determinata area geografica;
- D. Ferree e rigide norme dietetiche.
5. Il testo afferma "*Poi ci sono gli eccessi, in un senso o nell'altro*"; ciò indica:
- A. Famiglie che obbligano i figli ad una disciplina alimentare non consona ai loro gusti e alle loro aspettative;
- B. Bambini che non mangiano affatto carne o che si cibano quasi esclusivamente di prodotti di origine animale;
- C. Bambini cui viene lasciato fare tutto quello che vogliono, in un senso o nell'altro: mangiare troppo o non mangiare del tutto;
- D. Famiglie che impongono ai figli o una dieta povera o eccessiva, ad esempio di grassi, fin da piccoli.
6. "*Il problema sta a monte*" significa che:
- A. La situazione problematica si colloca logicamente indietro, all'origine;
- B. Bisogna guardare il problema dall'alto;
- C. Il problema sta nella "cultura" alimentare delle persone;
- D. Il problema è ben enunciato, chiaro.
7. L'omeopata, dott. Paolo Giordo, in sostanza, sostiene che:
- A. Sia che si mangi carne o che la si elimini, non c'è più nessuna possibilità che i cibi che giungono sulle nostre tavole siano sani. Quindi la scelta alimentare non è un problema, perché è la chimica a regolare la nostra nutrizione;
- B. Non è importante come vengano coltivati i cibi della terra o allevati gli animali, l'importante è crearsi uno stile d'alimentazione che segua il nostro stile di vita;
- C. Non c'è una pregiudiziale nei confronti di qualsiasi regime alimentare, l'importante è che ciò che giunge in tavola e che ingeriamo, sia esso carne, verdura, frutta ecc. abbia un'origine e un ciclo di crescita "sani";
- D. Non c'è una pregiudiziale nei confronti di qualsiasi regime alimentare, ma se eliminiamo definitivamente la carne il nostro organismo ne avrà un vantaggio.
8. Veganesimo e vegetarianesimo (spesso anche veganismo, vegetarianismo) sono termini:
- A. Simili, ma il primo indica un regime alimentare con più limitazioni;
- B. Opposti, perché ciò che si può mangiare nella dieta vegana è vietato in quella vegetariana;
- C. Equivalenti, perché entrambi i regimi alimentari eliminano carne e uova;
- D. Sinonimi, ma il primo indica un regime alimentare con meno limitazioni.
9. Quando il dott. Paolo Giordo usa l'espressione "*cerchio virtuoso*" intende:
- A. Una combinazione stabile di due o più qualità necessarie tali per cui il mantenimento almeno di una di esse contribuisce alla salvaguardia di tutte le altre, attraverso un meccanismo di retroazione;

- B. Una combinazione stabile di due o più qualità necessarie tali per cui il mantenimento di ciascuna condizione contribuisce alla salvaguardia di tutte le altre attraverso un meccanismo di *feedback*;
- C. Una combinazione stabile di due o più caratteristiche della natura che, unendosi, generano prodotti che comunque lasciano scorie che possono compromettere la salubrità dell'ambiente;
- D. Una tipica caratteristica della natura che crea "cicli" di produzione perfetti, ma che oggi giorno sono difficili da riprodurre per il degrado ambientale a cui l'umanità è arrivata.

10. Il brano suggerisce che:

- A. I genitori devono fare, spesso, scelte obbligate, in campo alimentare, per i propri figli, perché essi, non avendo ancora una spiccata capacità critica, crescerebbero con carenze o "storture" alimentari, non più sanabili da adulti;
- B. Qualsiasi regime alimentare, oggi giorno, è diventato una moda che distingue un essere vivente da un altro, esattamente come l'abbigliamento o il taglio dei capelli;
- C. I genitori non devono imporre le proprie idee alimentari ai figli, ma devono usare il buon senso per creare dei "mangiatori" consapevoli che, una volta adulti, faranno le loro scelte autonome;
- D. Quando si diventa genitori è molto difficile modificare principi e teorie che hanno portato sulle nostre tavole gli alimenti di cui ci nutriamo, perciò i figli sono quasi sempre condizionati dalle scelte di "tradizione" che rintracciano nella famiglia in cui crescono e vivono.

| DOMANDA | RISPOSTA |
|---------|----------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |
| 9 | |
| 10 | |

SOLUZIONE

| DOMANDA | RISPOSTA |
|---------|----------|
| 1 | B |
| 2 | D |
| 3 | C |
| 4 | B |
| 5 | B |
| 6 | A |
| 7 | C |
| 8 | A |
| 9 | B |
| 10 | C |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel testo si afferma, "un'alimentazione ricca di frutta e verdura, di cereali integrali, di cibi freschi e il meno possibile lavorati e la riduzione o anche l'eliminazione dei prodotti di origine animale aiutano a mantenersi in salute e in forma": miglio, orzo e grano sono cereali,

mentre non si parla di carboidrati, frutta secca, insaccati. Lenticchie, fagioli e ceci sono legumi.

2. In retorica un'iperbole è un'espressione in forma esagerata, che oltrepassa i limiti della verosimiglianza: in questo caso l'uso dell'aggettivo numerale "mille" amplifica l'idea del dubbio.
3. Le opzioni sono presentate nel paragrafo centrale: "[OPZIONE 1] Ci sono famiglie che non propongono la carne ai propri figli, i quali però la scoprono magari nelle mense scolastiche o nell'adolescenza, iniziano a mangiarla, la chiedono e ne fanno anche motivo di scontro con i genitori. [OPZIONE 2] Ci sono invece bambini che crescono vegetariani o vegani e non manifestano particolare curiosità o desiderio di consumare la carne, magari la sperimentano, ma la abbandonano subito. [OPZIONE 3] Ancora: ci sono bambini che consumano quantità moderate di carne e prodotti animali riuscendo, grazie all'equilibrio cercato dalla famiglia, a rendere sostenibile questo regime alimentare. [OPZIONE 4] Poi ci sono gli eccessi, in un senso o nell'altro, che possono portare a carenze e squilibri e che rappresentano errori da evitare.[...]"

Sono presentate 4 differenti possibili scelte, non 6, e non equivalenti. L'ultima opzione afferma che si devono evitare gli eccessi tra mangiare troppa carne o eliminarla del tutto.

4. "Regime alimentare", da definizione del dizionario, significa "dieta": il termine non ha nulla a che fare con "tradizione", "norma" o "sostenibilità dell'ambiente".
5. Il testo parla delle possibili scelte alimentari e del buon senso con cui si possono adottare personalmente e nei confronti dei nostri figli. Nel paragrafo già citato per la risposta 3, si dice, nella quarta opzione: "gli eccessi, in un senso o nell'altro, che possono portare a carenze e squilibri e che rappresentano errori da evitare". I due estremi riguardano l'eccesso di carne e l'eliminazione totale di carne. Quindi il termine "eccesso" non è da riferirsi alle famiglie che "obbligano" o che "impongono", nemmeno ai bambini che eccedono in comportamenti alimentari "anarchici".
6. "Stare a monte" è (in questo caso) un'espressione metaforica che indica che bisogna andare indietro o ricercare all'origine la ragione o il motivo di un effetto recente o attuale. La parola "monte" non indica, in questo caso, "altezza", "cultura alimentare" o "chiarezza".
7. Il dott. Paolo Giordo esprime le sue considerazioni nell'ultimo paragrafo del testo: "Dobbiamo nutrire la terra e i piccoli microrganismi che poi nutriranno le piante e così via, in un cerchio virtuoso che non contempra l'uso di prodotti chimici, poiché sono proprio questi la causa più importante dei problemi. Il veganesimo, il vegetarianesimo o l'onnivorismo non devono essere mode ma stili di vita, concezioni del mondo nelle quali ognuno ritaglia un proprio modo di essere [...]."

Egli afferma che qualsiasi scelta alimentare (Il veganesimo, il vegetarianesimo o l'onnivorismo) deve essere consapevole e libera, a patto che i prodotti che mangiamo rientrino "in un cerchio virtuoso che non contempra l'uso di prodotti chimici, poiché sono proprio questi la causa più importante dei problemi." Verdura e frutta per i vegani o vegetariani, e "le piante" che ingeriscono gli animali (che poi forniranno la carne per gli onnivori) non creeranno problemi all'organismo se derivati da un processo "sano" e utilizzati con "il giusto mezzo".

8. Un vegetariano si ciba di alimenti vegetali ed eventualmente da uova, latte, formaggio ecc. Un vegano esclude completamente tutti i cibi di origine animale (uova, latte ecc.): è un regime alimentare più ridotto rispetto a quello dei vegetariani. Le due parole hanno significati simili (almeno dal punto di vista di un onnivoro), ma non sono sinonimi.
9. Con le espressioni "circolo virtuoso" e "circolo vizioso" si intende una combinazione stabile di due o più condizioni tali per cui il mantenimento di ciascuna condizione contribuisce al mantenimento di tutte le altre, attraverso un meccanismo di retroazione negativa. Se tali condizioni hanno una connotazione positiva si tratterà di circolo virtuoso, viceversa se hanno una connotazione negativa si parlerà di circolo vizioso. Nel caso più semplice che le con-

dizioni siano due, esse sono concatenate direttamente per cui una è la causa dell'altra e viceversa.

Nella risposta A, l'espressione "almeno una di esse" rappresenta una limitazione che nel circolo "virtuoso" non è contemplata, in quanto tutti gli "agenti" coinvolti nel processo sono necessari ed indispensabili; nella risposta C si menzionano "scorie" problematiche per l'ambiente, elementi negativi, tipici di un sistema che non è virtuoso; nella risposta D si nega la possibilità che si attivi un circolo virtuoso: ciò non è il senso della frase del testo.

10. Nel testo si usano espressioni quali *"rimettere in discussione principi e teorie che hanno portato sulle nostre tavole gli alimenti di cui ci nutriamo"*, *"grazie all'equilibrio cercato dalla famiglia"*, *"sostenere il principio del "giusto mezzo"*, *"gli eccessi, in un senso o nell'altro, che possono portare a carenze e squilibri e che rappresentano errori da evitare"*. Quindi si evince che la posizione dell'autrice, soprattutto nei confronti del rapporto "alimentare" tra genitori e figli, deve essere di *"buon senso"*, *"consapevolezza"* ed equilibrio. I termini "carenze e squilibri" danno l'idea che tali scompensi condurranno il bambino ad essere un consumatore "problematico" nella sua vita adulta.

Non è corretta la risposta A in cui si dice che i genitori devono "obbligare" le scelte alimentari; nella risposta B si cita e si modifica in senso non veritiero un commento del dott. Paolo Giordo; la risposta D sostiene l'esatto contrario di un'affermazione della parte iniziale del testo: *"Spesso capita però che quando i destinatari della scelta sono i nostri figli, siamo assaliti da dubbi, da mille riserve, addirittura ci può capitare di rimettere in discussione principi e teorie che hanno portato sulle nostre tavole gli alimenti di cui ci nutriamo."*

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una termine che contiene le seguenti informazioni:

$\text{tab}(\langle \text{sigla del minerale} \rangle, \langle \text{valore in euro} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$.

Il deposito contiene i seguenti 9 minerali:

| | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $\text{tab}(m1,20,150)$ | $\text{tab}(m2,17,140)$ | $\text{tab}(m3,18,130)$ | $\text{tab}(m4,18,125)$ |
| $\text{tab}(m5,21,160)$ | $\text{tab}(m6,19,130)$ | $\text{tab}(m7,18,125)$ | $\text{tab}(m8,21,160)$ |
| $\text{tab}(m9,18,130)$ | | | |

PROBLEMA

Disponendo di un autocarro con portata massima di 380 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo autocarro che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine crescente; per le sigle si ha il seguente ordine: $m1 < m2 < \dots < m9$.

| | |
|---|--|
| L | |
| V | |

SOLUZIONE

| | |
|---|------------|
| L | [m4,m6,m7] |
| V | 55 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Un metodo per risolvere il problema (detto della *forza bruta*) è quello di generare tutte le combinazioni di tre minerali scelti tra i nove del deposito, calcolarne peso e valore e scegliere, tra quelle il cui peso è minore o eguale a 380 Kg, quella che ha valore maggiore; poiché tali combinazioni sono $(9 \times 8 \times 7) / (3 \times 2) = 84$ tale metodo è "pesante" (cioè richiede molti calcoli).

Un metodo *euristico* è escludere i minerali più pesanti ($m1, m2, m5, m8$) e cercare la soluzione tra $m3, m4, m6, m7, m9$. Le terne tra cinque minerali sono $(5 \times 4 \times 3) / (3 \times 2) = 10$:

| terne di minerali | valore | peso |
|-------------------|--------|------|
| [m3,m4,m6] | 55 | 385 |
| [m3,m4,m7] | 54 | 380 |
| [m3,m4,m9] | 54 | 385 |
| [m3,m6,m7] | 55 | 385 |
| [m3,m6,m9] | 55 | 390 |
| [m3,m7,m9] | 54 | 385 |
| [m4,m6,m7] | 55 | 380 |
| [m4,m6,m9] | 55 | 385 |
| [m4,m7,m9] | 54 | 380 |
| [m6,m7,m9] | 55 | 385 |

Come si vede solo tre terne sono trasportabili (quelle con peso minimo!); di queste [m4,m6,m7] ha il valore maggiore.

N.B. Occorre comunque sempre controllare che le terne escluse (cioè quelle che contengono *anche* gli altri minerali) non costituiscano una soluzione: in questo caso è facile perché gli altri minerali hanno tutti peso maggiore di quelli presi in considerazione,

Naturalmente per esaminare le 84 combinazioni di *tutti* i minerali si può scrivere (ed eseguire) un opportuno programma.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

| ATTIVITÀ | RAGAZZI | GIORNI |
|----------|---------|--------|
| A1 | 6 | 2 |
| A2 | 3 | 1 |
| A3 | 3 | 3 |
| A4 | 6 | 1 |
| A5 | 2 | 2 |
| A6 | 2 | 2 |
| A7 | 2 | 1 |
| A8 | 3 | 1 |
| A9 | 6 | 3 |
| A10 | 3 | 2 |
| A11 | 4 | 1 |

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A3,A4], [A4,A5], [A5,A8], [A8,A11], [A4,A6],
[A6,A7], [A7,A8], [A2,A9], [A2,A6], [A7,A10], [A9,A10], [A10,A11].

Trovare il numero N di giorni (minimo) necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero massimo RM di ragazzi che lavora contemporaneamente al progetto e rispondere alla seguente domanda: *è possibile completare il progetto nello stesso tempo disponendo di 10 ragazzi, rispettando sempre i vincoli della priorità?* (Rispondere SI oppure NO, in lettere maiuscole.).

| | |
|---------|--|
| N | |
| RM | |
| domanda | |

SOLUZIONE

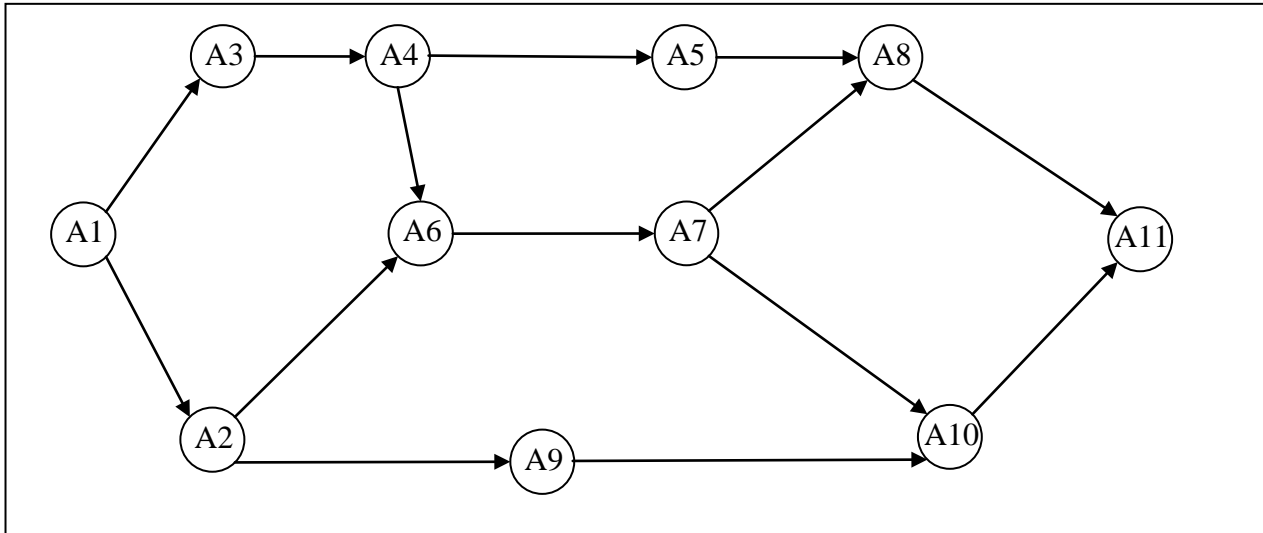
| | |
|---------|----|
| N | 12 |
| RM | 12 |
| domanda | SI |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

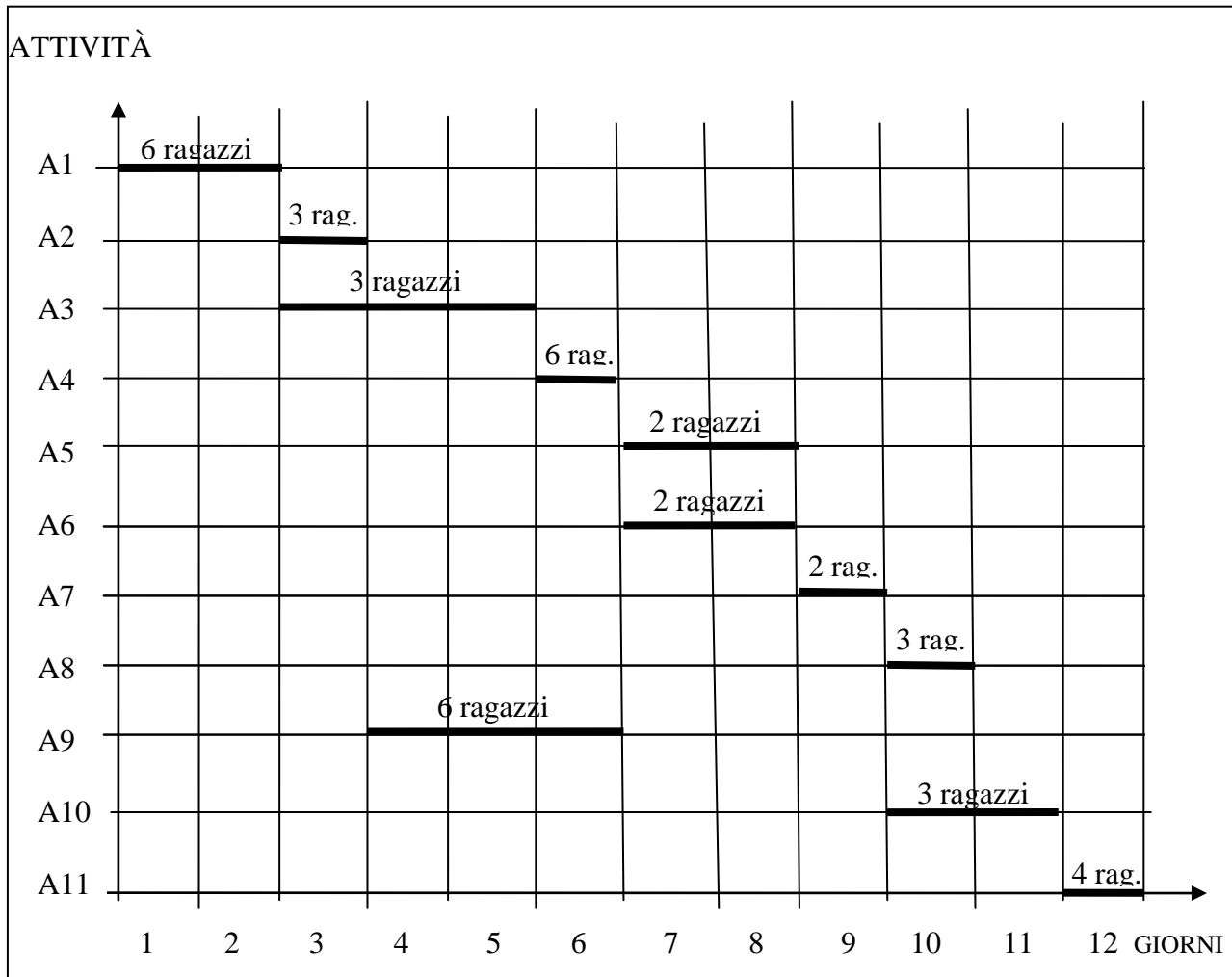
Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Si noti come esiste un nodo (A1 nel disegno) in cui non entrano frecce (rappresenta la prima attività del progetto) e un nodo (A9 nel disegno) da cui non escono frecce (rappresenta l'ultima attività del progetto).

N.B. Di solito tali grafi sono *planari* cioè è possibile disegnarli in modo che le frecce non si incrociano; per ottenere un tale disegno si procede per tentativi.



Poi dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sugli *assi coordinati* in verticale le *attività* (dall'alto verso il basso) e in orizzontale il *tempo*, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla). Così, per esempio, l'attività A1 inizia il giorno 1 e dura due giorni; quando è terminata, il giorno 3 possono iniziare le attività A2 e A3 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). L'attività A6 può iniziare solamente quando sono terminate sia A2 sia A4 e così via.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 12 giorni e che il numero massimo di ragazzi che lavorano al progetto è 12. Si vede inoltre che, *rispettando ancora i vincoli delle priorità*, è possibile spostare l'inizio di A9 al giorno 7: in questo modo lavorano al progetto al più 10 ragazzi.

N.B. Spostando la attività A9 non si è rispettato il vincolo di iniziare una attività prima possibile; comunque, questo esempio mostra che tale vincolo (ancorché *sufficiente*) non è *necessario* per completare il progetto nel minor tempo possibile.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```

procedura PROVA1;
variables A, B, C, I integer;
A ← 1;
B ← 1;
C ← 1;
for I=1 to 20 step 1 do
    A ← -A;
    B ← A×(B+C+1);
    C ← B+C;
    output C;
endfor;
endprocedura;
    
```

Trovare i valori di output C che si trovano in output quando I vale rispettivamente 2, 4, 6, 10 e 20.

| Valori di I | Valori in output per C |
|-------------|------------------------|
| 2 | |
| 4 | |
| 6 | |
| 10 | |
| 20 | |

SOLUZIONE

| Valori di I | Valori in output per C |
|-------------|------------------------|
| 2 | -6 |
| 4 | 16 |
| 6 | -57 |
| 10 | -612 |
| 20 | 240124 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La seguente tabella mostra i valori delle variabili al momento dell'output alla fine di ogni ripetizione del ciclo (interno al) "for" (cioè prima dell' "endfor").

| Valori di I | Valori di A | Valori di B | Valori di C |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | -1 | -3 | -2 |
| 2 | 1 | -4 | -6 |
| 3 | -1 | 9 | 3 |
| 4 | 1 | 13 | 16 |
| 5 | -1 | -30 | -14 |

| | | | |
|----|----|--------|--------|
| 6 | 1 | -43 | -57 |
| 7 | -1 | 99 | 42 |
| 8 | 1 | 142 | 184 |
| 9 | -1 | -327 | -143 |
| 10 | 1 | -469 | -612 |
| 11 | -1 | 1080 | 468 |
| 12 | 1 | 1549 | 2017 |
| 13 | -1 | -3567 | -1550 |
| 14 | 1 | -5116 | -6666 |
| 15 | -1 | 11781 | 5115 |
| 16 | 1 | 16897 | 22012 |
| 17 | -1 | -38910 | -16898 |
| 18 | 1 | -55807 | -72705 |
| 19 | -1 | 128511 | 55806 |
| 20 | 1 | 184318 | 240124 |

Determinare tali valori “a mano” è molto laborioso: scrivere un programma che fa i calcoli lo è (molto) meno.

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate utilizzando i dati di input sotto riportati.

```

procedure PROVA2;
variables A, B, W, I integer;
B ← 0;
for I = 1 to 3 step 1 do
  input A;
  W ← 0;
  while W < A do
    W ← W+W+1;
  endwhile;
  B ← B+W;
  output W;
endfor;
output B;
endprocedure;
    
```

I dati in input di A sono nell'ordine 4, 25 e 50. Calcolare i 3 valori in output per W (in tabella indicati nell'ordine W1, W2, W3) e il valore in output per B.

| | |
|----|--|
| W1 | |
| W2 | |
| W3 | |
| B | |

SOLUZIONE

| | |
|----|-----|
| W1 | 7 |
| W2 | 31 |
| W3 | 63 |
| B | 101 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Si consideri dapprima la struttura "while": indipendentemente dai valori di A, la seguente tabella mostra i valori di W all'uscita del ciclo, a seconda del numero di ripetizioni.

| | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|
| Numero di ripetizioni | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Valore di W alla fine del ciclo | 1 | 3 | 7 | 15 | 31 | 63 | 127 | 255 | 511 |

N.B. I valori di A non servono "direttamente" per il calcolo di W, ma solo per decidere quando interrompere il ciclo: ciò avviene quando il valore di W supera quello corrente di A.

Per ognuno dei tre valori di A, quindi, è immediato determinare i valori di W all'uscita del ciclo: basta nella precedente tabella prendere il valore immediatamente superiore a quello di A.

| | |
|-------------|----------------------------------|
| Valore di A | Valore di W all'uscita del ciclo |
| 4 | 7 |

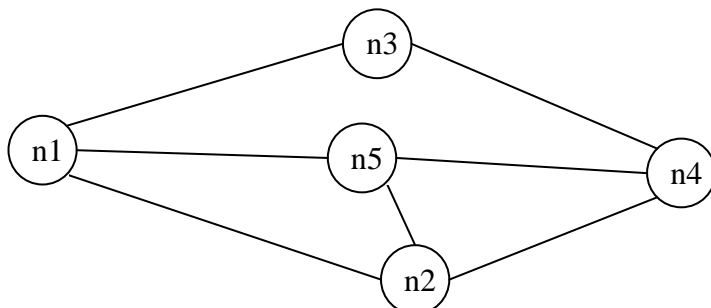
| | |
|----|----|
| 25 | 31 |
| 50 | 63 |

Il valore di B è la somma dei valori suddetti per W, cioè 101.

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$)
- arco($n_1, n_3, 5$)
- arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$)
- arco($n_2, n_4, 3$)
- arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $K = 2 + 3 + 4 = 9$.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio $[n_5, n_2, n_1, n_5]$. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ è semplice, mentre $[n_5, n_2, n_1, n_5, n_2, n_4, n_3]$ non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco($n_1, n_2, 6$)
- arco($n_2, n_3, 7$)
- arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_8, n_7, 4$)
- arco($n_7, n_6, 2$)
- arco($n_6, n_5, 9$)
- arco($n_8, n_1, 5$)
- arco($n_6, n_3, 3$)
- arco($n_5, n_4, 1$)
- arco($n_7, n_2, 9$)**

Si supponga che **arco ($n_7, n_2, 9$)** sia a *sensu unico*, percorribile solo da n_7 verso n_2 .

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L_1 del percorso più breve tra n_1 e n_4 e calcolarne la lunghezza K_1 ;
2. trovare la lista L_2 del percorso semplice più lungo tra n_1 e n_4 e calcolarne la lunghezza K_2 ;
3. trovare la lista L_3 del percorso semplice tra n_1 e n_4 che ha una lunghezza $K_3 = 18$.

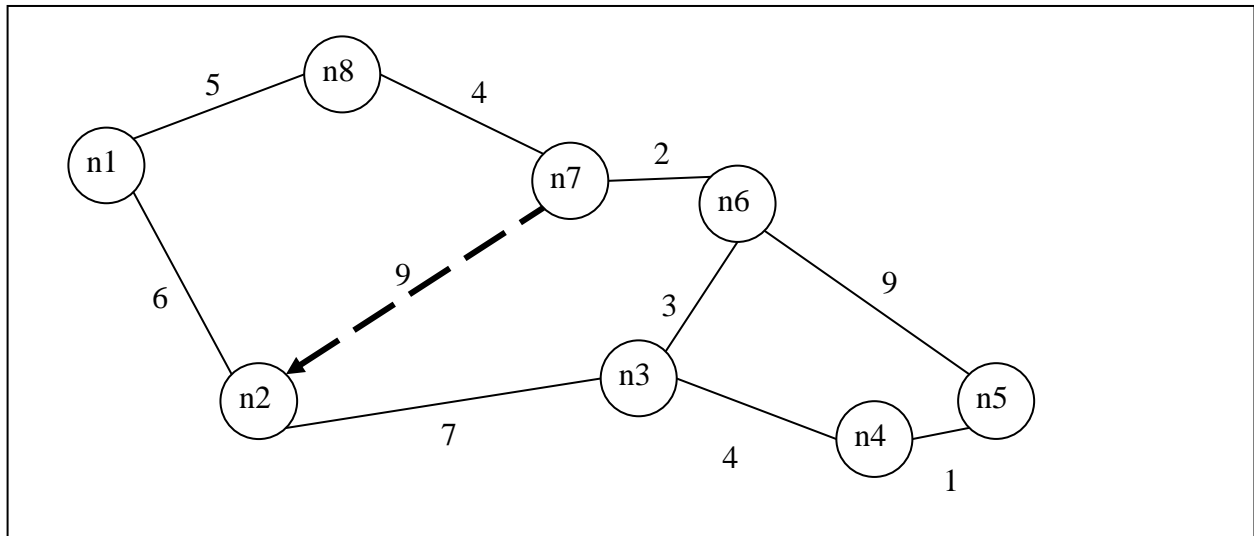
| | |
|----|--|
| L1 | |
| K1 | |
| L2 | |
| K2 | |
| L3 | |

SOLUZIONE

| | |
|----|---------------------------|
| L1 | [n1,n2,n3,n4] |
| K1 | 17 |
| L2 | [n1,n8,n7,n2,n3,n6,n5,n4] |
| K2 | 38 |
| L3 | [n1,n8,n7,n6,n3,n4] |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il grafo descritto dal problema è un grafo planare: si può disegnare su un piano in modo che gli archi non si incrocino, come mostrato nella seguente figura.



Si noti innanzitutto che il cammino *più breve* tra due nodi è necessariamente semplice (cioè non ha cicli); per risolvere il problema occorre elencare *tutti* i cammini (semplici) tra n1 e n4 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame tutti. Sono i 6 seguenti:

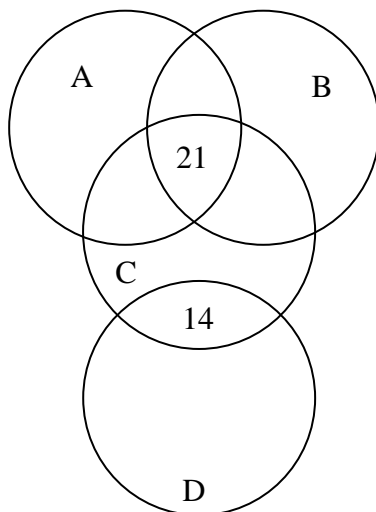
| CAMMINO | LUNGHEZZA |
|---------------------------|-----------|
| [n1,n2,n3,n4] | 17 |
| [n1,n2,n3,n6,n5,n4] | 26 |
| [n1,n8,n7,n6,n5,n4] | 21 |
| [n1,n8,n7,n6,n3,n4] | 18 |
| [n1,n8,n7,n2,n3,n4] | 29 |
| [n1,n8,n7,n2,n3,n6,n5,n4] | 38 |

N.B. Nel caso in esame è agevole costruire “a mano” l’elenco; in casi di grafi più complessi è opportuno usare un programma.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Ciascuno dei dischi A, B, C, D (mostrati in figura) ha un “valore” che è un numero intero positivo, minore di 10 e *diverso* dai valori degli altri dischi; in alcune intersezione è mostrata la somma dei valori dei dischi che si intersecano.



Sapendo che D vale 5, determinare la lista L i cui elementi sono i valori dei cerchi *disposti in ordine crescente*.

| | |
|---|--|
| L | |
|---|--|

SOLUZIONE

| | |
|---|-----------|
| L | [4,5,8,9] |
|---|-----------|

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Dalla parte bassa della figura si deduce che C vale $14 - 5 = 9$; dalla parte superiore della figura si deduce che $A + B$ valgono $21 - 9 = 12$.

Inoltre A e B non possono valere 5 e 7, perché 5 è il valore di D, non possono valere 6 e 6 perché sarebbero di uguale valore, né 3 e 9 perché 9 è il valore di C: rimane solo 4 e 8 (la coppia 2 e 10 e la coppia 1 e 11 sono escluse perché i valori devono essere minori di 10).

N.B. Dai dati del problema non è possibile determinare chi tra A e B vale 4 e chi vale 8.

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

A drain can empty $\frac{4}{5}$ of a sink in two minutes and a faucet can fill $\frac{1}{4}$ of the sink in 30 seconds. The sink is empty and the drain is open, then the faucet is turned on; how long will it before the sink is full?

Enter your answer in the box below.

| | |
|---------|--|
| minutes | |
| seconds | |

SOLUZIONE

| | |
|---------|----|
| minutes | 10 |
| seconds | 0 |

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In one minute $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ of the sink is filled while $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ of the sink is emptied. That means that $\frac{1}{10}$ of the sink is filled in one minute.