

GARA4 2017 MEDIE INDIVIDUALI

**ESERCIZIO 1**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

**PROBLEMA**

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[a,b],c)	regola(2,[s,t,p],g)	regola(3,[u],v)
regola(4,[b,c],e)	regola(5,[g,v,c],y)	regola(6,[s,t,r],g)
regola(7,[c,e,f],x)	regola(8,[c,e],f)	regola(9,[s,t],u)
regola(10,[g,p],v)	regola(11,[g,v,u],z)	regola(12,[g],c)

Trovare:

1. la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **x** a partire da **a, b**;
2. la lista L2 che descrive il procedimento (*con 5 regole*) per dedurre **y** a partire da **s, t, p**;
3. la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **z** a partire da **s, t, r**.

L1	[ ]
L2	[ ]
L3	[ ]

**SOLUZIONE**

L1	[1,4,8,7]
L2	[2,9,3,12,5]
L3	[6,9,3,11]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Per risolvere questo tipo di problemi si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda, **x** è deducibile solo con la regola 7 da **c, e** ed **f**, tutti incogniti; **c** è deducibile con la regola 1 da **a** e **b** (dati) e con la regola 12 da **g** (incognito): è evidente che si deve applicare la prima. L'elemento **e** è deducibile solo con la regola 4 da **b** e da **c** (il primo dato, il secondo appena dedotto). L'elemento **f** è deducibile solo con la regola 8 da **c** ed **e** già dedotti. Il procedimento di deduzione è [1,4,8,7].

Per la seconda domanda, **y** è deducibile solo con la regola 5, da **g, v** e **c**, tutti incogniti; **g** è deducibile con la regola 2 da **s, t** e **p** (dati) e con la regola 6 da **s, t, r** (i primi due dati, il terzo incognito e non deducibile con alcuna regola): è evidente che si può applicare solo la regola 2. L'elemento **v** è deducibile con la regola 3 da **u** (incognito) e con la regola 10 da **g** e **p** (il primo appena dedotto, il secondo dato): è evidente che *conviene* applicare la regola 10. L'elemento **c** è deducibile con la regola 1 da **a** e **b** (incogniti e non deducibili con alcuna regola) e con la regola 12 da **g** (già dedotto): è evidente che si può applicare solo la regola 12. Il procedimento trovato è [2,10,12,5]. Questo procedimento, però, non è accettabile come soluzione, che *deve avere 5 regole*; occorre trovare un procedimento più "lungo": l'unico punto in cui si è fatta una scelta tra alternative *possibili* è stato per dedurre **v**, quando, tra la regola 3 e la regola 10 si è scelta quest'ultima; scegliamo quindi la regola 3, che richiede **u** (incognito). L'elemento **u** è deducibile solo con la regola 9 da **s** e **t** (dati). Il "nuovo" procedimento è [2,9,3,12,5]. Particolare attenzione deve essere posta all'ordine delle regole nella lista: dai dati (quindi all'inizio) sono applicabili le regole 2 e 9 (ovviamente in questo ordine);

applicate le prime due regole sono noti **s**, **t**, **p**, **g** e **u**; da questi si possono dedurre **v** e **c** con le regole 3 e 12 rispettivamente (e in questo ordine).

Per la terza domanda, **z** è deducibile solo con la regola 11 da **g**, **v** e **u** (tutti incogniti); l'elemento **g** è deducibile con la regola 2 da **s**, **t** e **p** (i primi due dati il terzo incognito) e con la regola 6 da **s**, **t** e **r** (tutti dati): è evidente che conviene applicare quest'ultima. L'elemento **v** è deducibile con la regola 3 da **u** (incognito, ma che comunque deve essere dedotto) e con la regola 10 da **g** e **p** (incogniti): è evidente che conviene applicare la regola 3. L'elemento **u** è deducibile solo con la regola 9 da **s** e **t** (dati). Il procedimento è [6,9,3,11].

**ESERCIZIO 2**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente MOVIMENTO DI UN ROBOT O DI UN PEZZO DEGLI SCACCHI.

**PROBLEMA**

In un campo di gara il robot è nella casella [15,25] con orientamento verso destra: trovare la lista L dei comandi da assegnare al robot per fargli compiere il percorso descritto dalla seguente lista di caselle: [[15,25],[16,25],[17,25],[17,26],[16,26],[15,26],[15,25],[15,24],[15,23],[14,23]].

N.B. I comandi da usare sono i seguenti:

- f fa spostare il robot di una casella nella direzione in cui è orientato;
- o fa ruotare il robot in senso orario di 90 gradi;
- a fa ruotare il robot in senso antiorario di 90 gradi.

Per una eventuale rotazione di 180 gradi del robot si devono usare due rotazioni antiorarie.

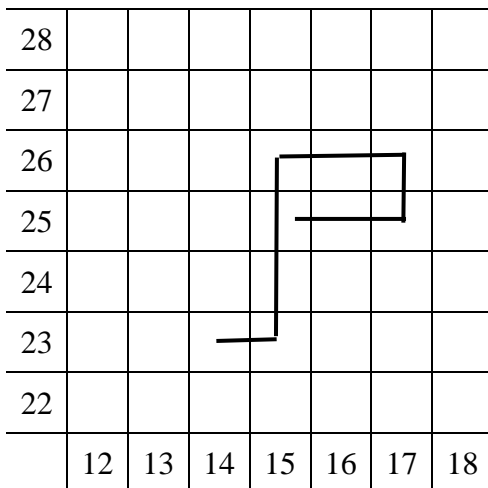
L [ ]

**SOLUZIONE**

L [f,f,a,f,a,f,f,a,f,f,o,f]

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Si indichino con n, e, s, w gli orientamenti del robot rispettivamente verso l'alto (nord), verso destra (est), verso il basso (sud), verso sinistra (west), rispettivamente. In questo modo lo stato del robot può essere individuato da una lista di tre elementi: i primi due sono le coordinate della casella in cui è il robot, e il terzo è l'orientamento. Lo stato iniziale è, quindi [15,25,e]. Il problema si risolve facilmente disegnando prima il percorso che il robot deve seguire.



Dal disegno (che mostra solo parzialmente il campo di gara, con i valori delle coordinate) è semplice determinare i comandi che fanno compiere tale percorso.

da stato	a stato	comando	caselle del percorso successive alla prima
[15,25,e]	[16,25,e]	f	[16,25]
[16,25,e]	[17,25,e]	f	[17,25]
[17,25,e]	[17,25,n]	a	
[17,25,n]	[17,26,n]	f	[17,26]
[17,26,n]	[17,26,w]	a	



[17,26,w]	[16,26,w]	f	[16,26]
[16,26,w]	[15,26,w]	f	[15,26]
[15,26,w]	[15,26,s]	a	
[15,26,s]	[15,25,s]	f	[15,25]
[15,25,s]	[15,24,s]	f	[15,24]
[15,24,s]	[15,23,s]	f	[15,23]
[15,23,s]	[15,23,w]	o	
[15,23,w]	[14,23,w]	f	[14,23]

### ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento Guida OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

#### PROBLEMA

Considerare la sequenza descritta dalla seguente lista:

[12,38,35,19,62,87,13,45,83,74,8]

Si trovi la lista L che elenca i numeri che formano la più lunga sottosequenza *strettamente* decrescente (“strettamente” vuol dire che nella sottosequenza non devono esserci numeri ripetuti).

L [  ]

#### SOLUZIONE

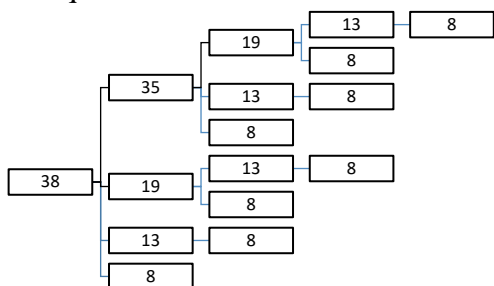
L [  [38,35,19,13,8] ]

#### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È opportuno effettuare una ricerca sistematica tra tutte le sottosequenze decrescenti, per individuare la più lunga.

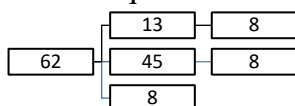
La sottosequenza che inizia con 12 è [12,8].

Le sottosequenze che iniziano con 38 sono illustrate dalla figura seguente.

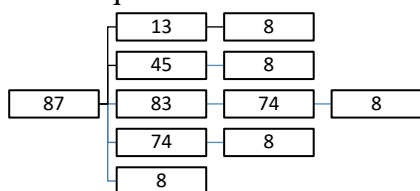


Le sottosequenze che iniziano con 35 e 19 possono essere trascurate, perché comparando in quelle precedenti non possono essere le più lunghe.

Le sottosequenze che iniziano con 62 sono illustrate dalla figura seguente.



Le sottosequenze che iniziano con 87 sono illustrate dalla figura seguente.



Poiché i numeri successivi a 87 sono più piccoli, si possono trascurare le sottosequenze che iniziano da loro perché, comparando in uno degli schemi precedenti, non possono essere le più lunghe.

In conclusione, la più lunga sottosequenza è [38,35,19,13,8].

**ESERCIZIO 4**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, problema ricorrente FATTI E CONCLUSIONI.

**PROBLEMA**

Amerigo, Beatrice e Carlo sono studenti di scuola media piuttosto bravi in matematica: hanno voti diversi che vanno dal 7 al 9; si chiamano (ma non nell'ordine) Deleo, Martelli, Dondi.

Sono noti i seguenti fatti:

- 1) Amerigo non si chiama né Martelli, né Dondi;
- 2) Beatrice ha preso 8 in matematica;
- 3) il voto di Amerigo è più alto di quello di Martelli

Completare la seguente tabella.

NOME	COGNOME	VOTO IN MATEMATICA
Amerigo		
Beatrice		
Carlo		

**SOLUZIONE**

NOME	COGNOME	VOTO IN MATEMATICA
Amerigo	Deleo	9
Beatrice	Dondi	8
Carlo	Martelli	7

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

Dai dati del problema si può assumere che le entità primarie sono “nome” e “cognome”, quindi il *master board* ha la struttura seguente:

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo						
Beatrice						
Carlo						
7						
8						
9						

È facile inserire i fatti nel *master board*. Il primo fatto stabilisce che Amerigo si chiama Deleo; il secondo fatto è chiaro: il terzo stabilisce che il voto di Amerigo è 9 (non può essere 8 per il fatto 2) e quello di Martelli è 7.

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	O <sub>1</sub>					O <sub>3</sub>
Beatrice					O <sub>2</sub>	
Carlo						
7		O <sub>3</sub>				
8						
9						

Si possono iniziare le conclusioni.

a) Completamento delle O con le X

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>
Beatrice	X <sub>a</sub>			X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>
Carlo	X <sub>a</sub>				X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>
7	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>	X <sub>a</sub>			
8		X <sub>a</sub>				
9		X <sub>a</sub>				

b) Completamento delle X con le O nel riquadro nomi/voti

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	$O_1$	$X_a$	$X_a$	$X_a$	$X_a$	$O_3$
Beatrice	$X_a$			$X_a$	$O_2$	$X_a$
Carlo	$X_a$			$O_b$	$X_a$	$X_a$
7	$X_a$	$O_3$	$X_a$			
8		$X_a$				
9		$X_a$				

c) ribaltamento della O in Amerigo/9 rispetto alla O in Amerigo/Deleo in 9/Deleo

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	$O_1$	$X_a$	$X_a$	$X_a$	$X_a$	$O_3$
Beatrice	$X_a$			$X_a$	$O_2$	$X_a$
Carlo	$X_a$			$O_b$	$X_a$	$X_a$
7	$X_a$	$O_3$	$X_a$			
8		$X_a$				
9	$O_c$	$X_a$				

d) completamento della O e delle X nel riquadro voti/cognomi



	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>
Beatrice	X <sub>a</sub>			X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>
Carlo	X <sub>a</sub>			O <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>
7	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>	X <sub>a</sub>			
8	X <sub>d</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>d</sub>			
9	O <sub>c</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>d</sub>			

e) incrocio della O in Beatrice /8 con la O in 8/Dondi in Beatrice/Dondi e incrocio della O in Carlo /7 con la O in 7/Martelli in Carlo/Martelli

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>
Beatrice	X <sub>a</sub>		O <sub>e</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>
Carlo	X <sub>a</sub>	O <sub>e</sub>		O <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>
7	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>	X <sub>a</sub>			
8	X <sub>d</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>d</sub>			
9	O <sub>c</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>d</sub>			

f) completamento delle O con le X nel riquadro nomi/cognomi

	Deleo	Martelli	Dondi	7	8	9
Amerigo	O <sub>1</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>
Beatrice	X <sub>a</sub>	X <sub>f</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>2</sub>	X <sub>a</sub>
Carlo	X <sub>a</sub>	O <sub>e</sub>	X <sub>f</sub>	O <sub>b</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>a</sub>
7	X <sub>a</sub>	O <sub>3</sub>	X <sub>a</sub>			
8	X <sub>d</sub>	X <sub>a</sub>	O <sub>d</sub>			
9	O <sub>c</sub>	X <sub>a</sub>	X <sub>d</sub>			

### ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

Si consideri la seguente procedura PROVA1.

```

procedura PROVA1;
variables A, M, N, J integer;
input N;
M ← N + N;
A ← 0;
for J from 1 to N step 1 do;
    A ← M + J;
    M ← M - 1;
endfor;
output A;
endprocedura;
    
```

Il valore di input per N è 10. Determinare il valore di output.

A	
---	--

### SOLUZIONE

A	21
---	----

### COMMENTI ALLA SOLUZIONE

	J	A	M	N
Prima del ciclo "for"	indefinito	0	20	10
dopo la prima esecuzione	1	21	19	10
" seconda "	2	21	18	10
" terza "	3	21	17	10
" quarta "	4	21	16	10
" quinta "	5	21	15	10
" sesta "	6	21	14	10
" settima "	7	21	13	10
" ottava "	8	21	12	10
" nona "	9	21	11	10
" decima "	10	21	10	10

**ESERCIZIO 6**

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2017, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

**PROBLEMA**

 Si consideri la seguente procedura PROVA2, che è formalmente scorretta perché i simboli **X** e **Y** non sono definiti.

```

procedura PROVA2;
variables A, B, C, J integer;
A ← 1;
B ← 0;
C ← 3;
for J from 1 to 4 step 1 do;
    B ← B + Y + J × X;
endfor;
output B;
endprocedura;
  
```

 Trovare, tra i nomi delle variabili A e C dichiarate nella procedura, i nomi da sostituire a **X** e a **Y** per ottenere in output il valore 22 per la variabile B.

X	
Y	

**SOLUZIONE**

X	A
Y	C

**COMMENTI ALLA SOLUZIONE**

La soluzione diventa chiara costruendo una tabella come la seguente, in cui si esaminano i 4 casi possibili di sostituzione di X e Y con A e C; il ciclo “for” viene ripetuto 4 volte, quindi è facilmente “svilupabile”.

N.B. In ogni cella, sulla destra è riportato il valore che l’espressione sulla sinistra assume.

<b>X</b> diventa A	1	<b>X</b> diventa A	1	<b>X</b> diventa C	3	<b>X</b> diventa C	3
<b>Y</b> diventa A	1	<b>Y</b> diventa C	3	<b>Y</b> diventa A	1	<b>Y</b> diventa C	3
$B \leftarrow B + 1 + 1 \times 1$	2	$B \leftarrow B + 3 + 1 \times 1$	4	$B \leftarrow B + 1 + 1 \times 3$	4	$B \leftarrow B + 3 + 1 \times 3$	6
$B \leftarrow B + 1 + 2 \times 1$	5	$B \leftarrow B + 3 + 2 \times 1$	9	$B \leftarrow B + 1 + 2 \times 3$	11	$B \leftarrow B + 3 + 2 \times 3$	15
$B \leftarrow B + 1 + 3 \times 1$	9	$B \leftarrow B + 3 + 3 \times 1$	15	$B \leftarrow B + 1 + 3 \times 3$	21	$B \leftarrow B + 3 + 3 \times 3$	27
$B \leftarrow B + 1 + 4 \times 1$	14	$B \leftarrow B + 3 + 4 \times 1$	22	$B \leftarrow B + 1 + 4 \times 3$	34	$B \leftarrow B + 3 + 4 \times 3$	42

**ESERCIZIO 7**

**PROBLEM**

A company has 66 employees. Among them, 46 speak Spanish, 32 speak German, and 21 speak both. How many employees don't speak any of the two languages? Call this number N.

Suppose, now in addition, that 21 employees in the same company speak French, 11 employees speak French and Spanish, 10 speak French and German, and 4 speak all three. How many employees don't speak any of the three languages? Call this number M.

Put the values of N and M, as integer numbers, in the table below.

N	
M	

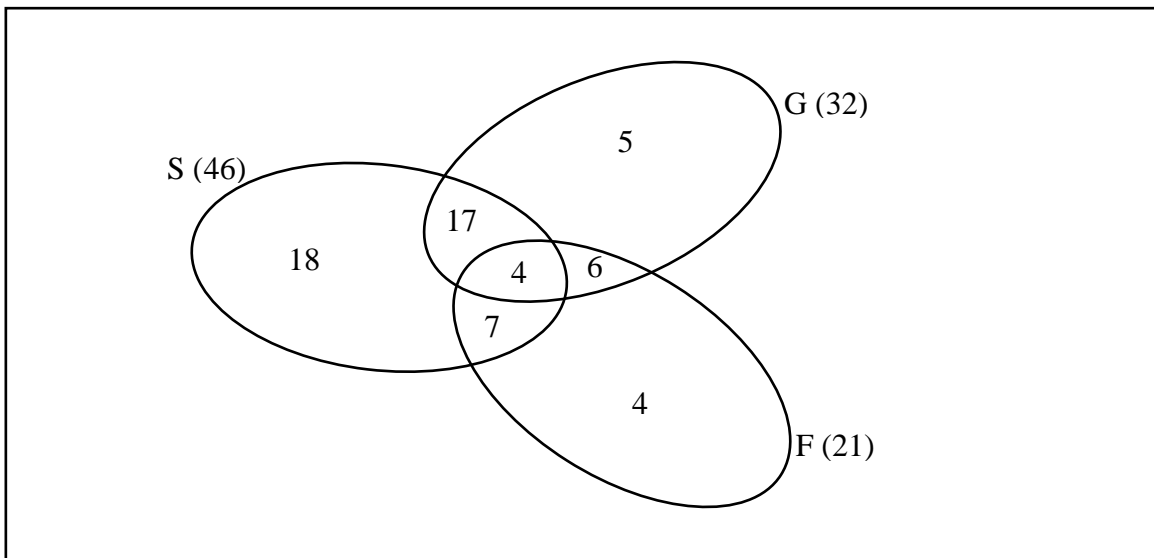
**SOLUTION**

N	9
M	5

**TIPS FOR THE SOLUTION**

There are  $46 - 21 = 25$  employees who speak Spanish but not German, and  $32 - 21 = 11$  who speak German but not Spanish. Thus  $25 + 11 + 21 = 57$  know at last one of the two languages, while  $66 - 57 = 9$  know neither language.

For the second, more complex question, a Venn diagram will help.



For conciseness call S the people who speak Spanish, G the people who speak German, F the people who speak French; and:

$S \cap G$  the people who speak Spanish and German (in the drawing, the intersection between S and G),

$S \cap F$  the people who speak Spanish and French (in the drawing, the intersection between S and F)

$F \cap G$  the people who speak French and German (in the drawing, the intersection between F and G),

$S \cap F \cap G$  the people who speak Spanish, French and German.

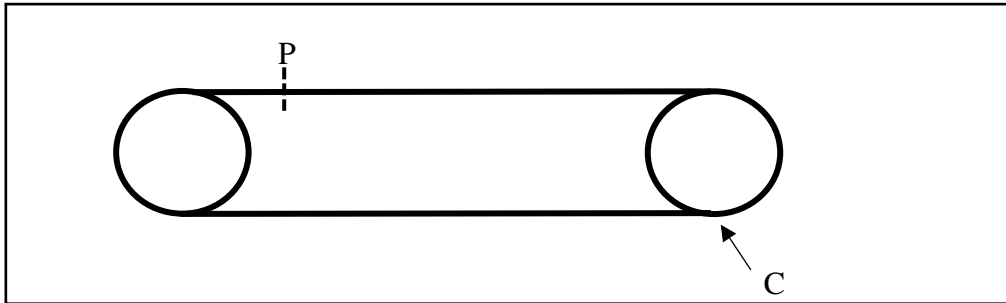
From the problem, we know that  $S \cap F$  are 11,  $F \cap G$  are 10, and  $S \cap F \cap G$  are 4.

It is easy to see that people that speak only Spanish are 18, people who speak only German are 5 and people who speak only French are 4. Thus, of the 9 employees who know neither Spanish nor German, 4 speak French and 5 don't speak any of the three languages.

**ESERCIZIO 8**

**PROBLEM**

The diagram shows the rolling tracks of a big bulldozer, seen from the side.



The bottom is in contact with the ground. If the bulldozer moves forward 15 cm, how many centimetres does the point marked P move? Put your answer as an integer (rounded if necessary) in the box below

**SOLUTION**

**TIPS FOR THE SOLUTION**

To make the solution apparent, let's imagine that we are by the side of the bulldozer and moving with it while recording it on a video with a smartphone. When we watch the footage, we will see the bulldozer still but with the wheels rotating and the thread moving. During the video, point P will move 15 cm because the contact point C advanced 15 cm and the upper part of the thread rolled correspondingly. At the same time, we and the smartphone went 15 cm. Thus, point P has indeed moved 30 cm.