

ESERCIZIO 1

PREMESSA

Per risolvere dei problemi semplici spesso esistono delle regole che, dai dati del problema, permettono di calcolare o *dedurre* la soluzione. Questa situazione si può descrivere col termine

regola(<sigla>,<lista antecedenti>,<conseguente>)

che indica una regola di nome <sigla> che consente di dedurre <conseguente> conoscendo tutti gli elementi contenuti nella <lista antecedenti>, detta anche *premessa*. Per problemi più difficili una sola regola non basta a risolverli, ma occorre applicarne diverse in successione.

Un *procedimento di deduzione* (o di calcolo) è rappresentato da un elenco di regole da applicare e quindi può essere descritto dalla lista delle sigle ad esse corrispondenti.

Si consideri il seguente elenco di regole:

regola(11,[a,b],z)	regola(12, [m,f,g],w)	regola(13, [a,b,w],q)
regola(14, [r,g],b)	regola(15, [a,b],s)	regola(16, [s,r],b)
regola(17, [q,a],r)	regola(18, [q,a],g)	regola(19, [a,b,s],w)
regola(20, [a,f],w)	regola(21, [a,b,s],f)	regola(22, [a,b,f],k)

Per esempio la regola 11 dice che si può calcolare (o dedurre) **z** conoscendo **a** e **b** (o a partire da **a** e **b**); utilizzando queste regole, conoscendo **[a,b]**, è possibile dedurre anche **s** con la regola 15; inoltre è possibile dedurre **w** applicando prima la regola 15 (per dedurre **s**) e poi (conoscendo ora i 3 elementi **a, b, s**) applicando la regola 19 per dedurre **w**. La lista [15] descrive il procedimento per dedurre **s** conoscendo **[a,b]** e la lista [15,19] descrive un procedimento per dedurre **w** a partire da **[a,b]**. Il numero di elementi della lista (cioè di regole da applicare) si dice *lunghezza* del procedimento.

PROBLEMA

Utilizzando le seguenti regole:

regola(1,[f,h],g)	regola(2,[r,s],q)	regola(3,[a,p,q],z)	regola(4,[h,f,g],a)
regola(5,[h,g],r)	regola(6,[r,t],s)	regola(7,[h,r],t)	regola(8,[s],p)

1. trovare la lista L1 che descrive il procedimento per dedurre **a** a partire da **[f,h]**;
2. trovare la lista L2 che descrive il procedimento per dedurre **p** a partire da **[h,r]**;
3. trovare la lista L3 che descrive il procedimento per dedurre **q** a partire da **[f,h]**.

N.B. Elencare le sigle nell'ordine che corrisponde alla sequenza di applicazione delle regole: il primo elemento (a sinistra) della lista deve essere la sigla che corrisponde alla prima regola da applicare. Ad ogni passo del procedimento, se ci sono contemporaneamente più regole applicabili, dare la precedenza a quella con sigla inferiore.

L1	
L2	
L3	

SOLUZIONE

L1	[1,4]
L2	[7,6,8]
L3	[1,5,7,6,2]

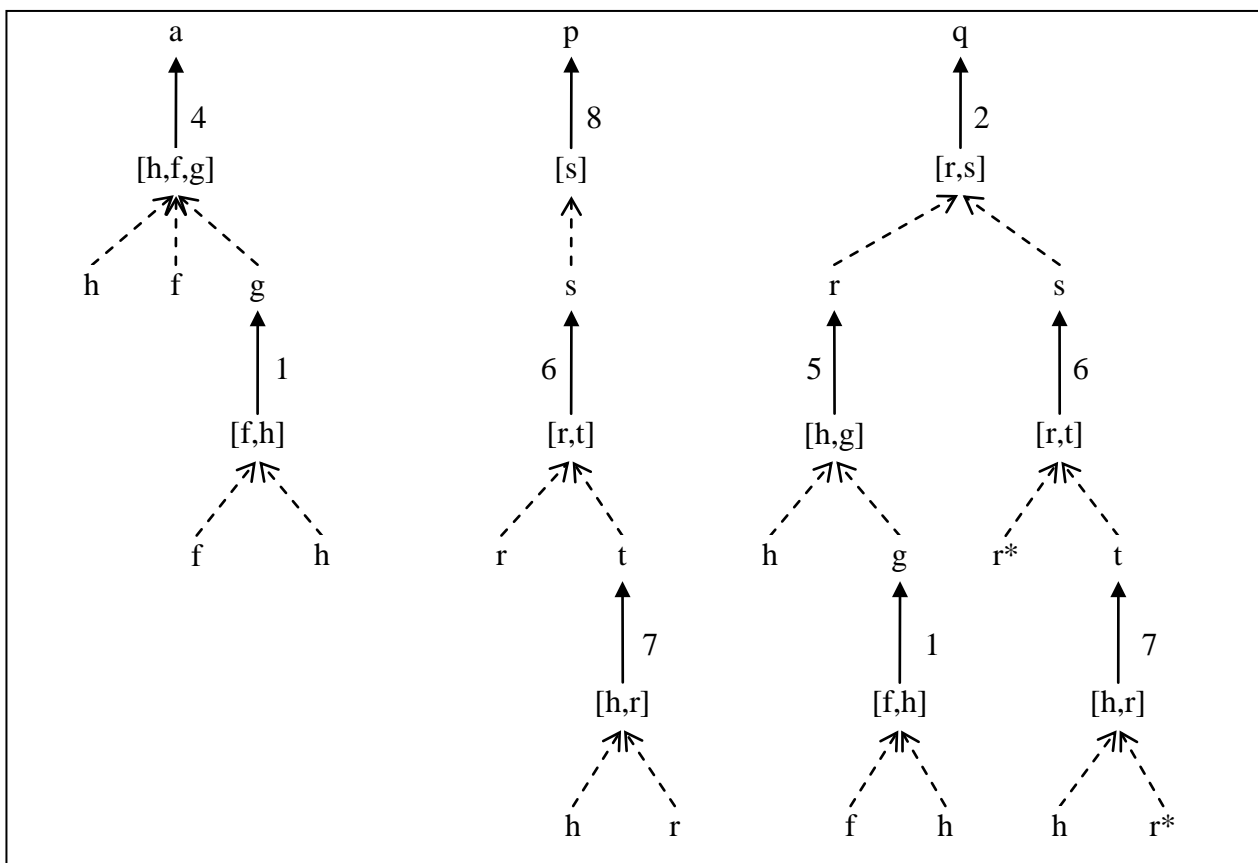
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema si può usare il metodo *backward* (o *top down*) che consiste nel partire dalla incognita e cercare di individuare una regola per derivarla. Se esiste una regola i cui antecedenti sono tutti noti (i dati) la soluzione è trovata; altrimenti si cerca una regola i cui antecedenti non sono tutti noti e si continua a cercare regole per derivare gli antecedenti incogniti (che compaiono nella premessa).

Per la prima domanda si verifica immediatamente che **a** compare come conseguente solo nella regola 4: questa ha come antecedenti **h**, **f** e **g**: quest'ultimo è incognito, gli altri sono dati; **g** compare come conseguente solo della regola 1, i cui antecedenti sono dati. Il processo completo è mostrato dall'albero di sinistra della figura che segue; la lista L1 è [1,4].

Per la seconda domanda si verifica immediatamente che **p** compare come conseguente solo nella regola 8: questa ha come (solo) antecedente **s**, incognito; **s** è deducibile solo con la regola 6 che ha come antecedenti **r** (noto) e **t** (incognito); quest'ultimo è deducibile dai dati con la regola 7. Il processo completo è mostrato dall'albero centrale della figura che segue; la lista L2 è [7,6,8].

Per la terza domanda si verifica immediatamente che **q** compare come conseguente solo nella regola 2: questa ha come antecedenti **r** e **s**, entrambi incogniti; **r** può essere dedotto solo con la regola 5 che ha come antecedenti **h** (dato) e **g** (incognito); quest'ultimo può essere dedotto solo con la regola 1 che ha entrambi gli antecedenti dati. Per dedurre **s** si può usare solo la regola 6 che ha come antecedenti **r** e **t**; **r** è stato già dedotto e si può trattare come noto; **t** può essere dedotto solo con la regola 7 che ha come antecedenti **h** e **r**: il primo è dato, il secondo è noto. Il processo completo è mostrato dall'albero di destra della figura che segue; la lista L3 è [1,5,7,6,2]: nel costruire tale lista occorre fare attenzione ad elencare le regole con i criteri esplicitati nel N.B. alla fine del problema.



ESERCIZIO 2

PREMESSA

In un foglio a quadretti è disegnato un campo di gara di dimensioni 14×5 (14 quadretti in orizzontale e 5 in verticale, vedi figura).

		Q												
		5	■	■		■			S					
			7	P										
■	■	3												
♁		■												

Ogni casella può essere individuata da due numeri (interi); per esempio la casella contenente la lettera P è individuata spostandosi di cinque colonne da sinistra e di tre righe dal basso: brevemente si dice che ha *coordinate* [5,3]; la prima coordinata (in questo caso 5) si dice *ascissa* e la seconda (in questo caso 3) si dice *ordinata*. Le coordinate della casella contenente la lettera S sono [10,4] e di quella contenente il robot ♁ sono [1,1].

Il robot si muove a passi e ad ogni passo (o mossa) può spostarsi solo in una delle caselle contenenti ♁ come illustrato nella seguente figura (allo stesso modo del *cavallo* nel gioco degli scacchi).

	♁		♁	
♁				♁
		♁		
♁				♁
	♁		♁	

Il campo di gara può contenere caselle, segnate da un *quadrato nero* nella prima figura, *interdette* al robot: cioè il robot *non può essere collocato* in quelle caselle (che quindi si comportano come se fossero occupate da un pezzo dello stesso colore del cavallo, nel gioco degli scacchi); quindi, tenuto conto anche dei bordi del campo di gara, la mobilità del robot può essere limitata; ad esempio se il robot si trovasse nella casella in cui c'è Q si potrebbe spostare solo in 3 caselle: non può andare in [5,4] perché è interdetta; se fosse nella casella in cui c'è P avrebbe 7 mosse possibili; dalla casella [1,1] ha solo 2 mosse possibili: in [2,3] e in [3,2].

In alcune caselle sono posti dei premi che il robot può accumulare lungo un percorso. Ogni premio è descritto fornendo le coordinate della casella che lo contiene e il valore del premio: i premi riportati nella prima figura sono descritti dalla seguente lista [[3,2,3],[4,3,7],[3,4,5]].

Un percorso è descritto dalla lista delle coordinate delle caselle attraversate. Un possibile percorso da P (coordinate [5,3]) a Q (coordinate [3,5]) è descritto dalla lista:

$$[[5,3],[3,2],[5,1],[4,3],[3,5]]$$

e ha un totale di premi accumulati pari a 10.

PROBLEMA

In un campo di gara di dimensioni 6×6, il robot deve eseguire percorsi (senza passare più di una volta su una stessa casella) per raccogliere premi posti in alcune caselle del campo di gara. Nel campo sono presenti le caselle interdette descritte dalla seguente lista:

[[3,6],[4,3],[5,1],[6,4]].

I premi distribuiti nel campo di gara sono descritti dalla seguente lista:

[[3,5,10],[5,4,11],[2,5,12],[2,3,13],[2,6,14],[5,3,15].

Al robot sono inoltre vietati i movimenti corrispondenti alle direzioni della rosa dei venti indicate nella seguente lista [ese,ene,nne,nnno,ono], cioè le mosse del robot in questo problema si riducono a quelle illustrate (col simbolo ↻) nella seguente figura.

	×		×	
×				×
		†		
↻				×
	↻		↻	

Partendo dalla casella [6,6], il robot deve raggiungere la casella [1,1]; trovare:

- il percorso L1 corrispondente al massimo di premi raccogliibili,
- il percorso L2 corrispondente al minimo di premi raccogliibili.

L1	
L2	

SOLUZIONE

L1	[[6, 6], [4, 5], [5, 3], [3, 2], [1, 1]]
L2	[[6, 6], [4, 5], [2, 4], [3, 2], [1, 1]]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

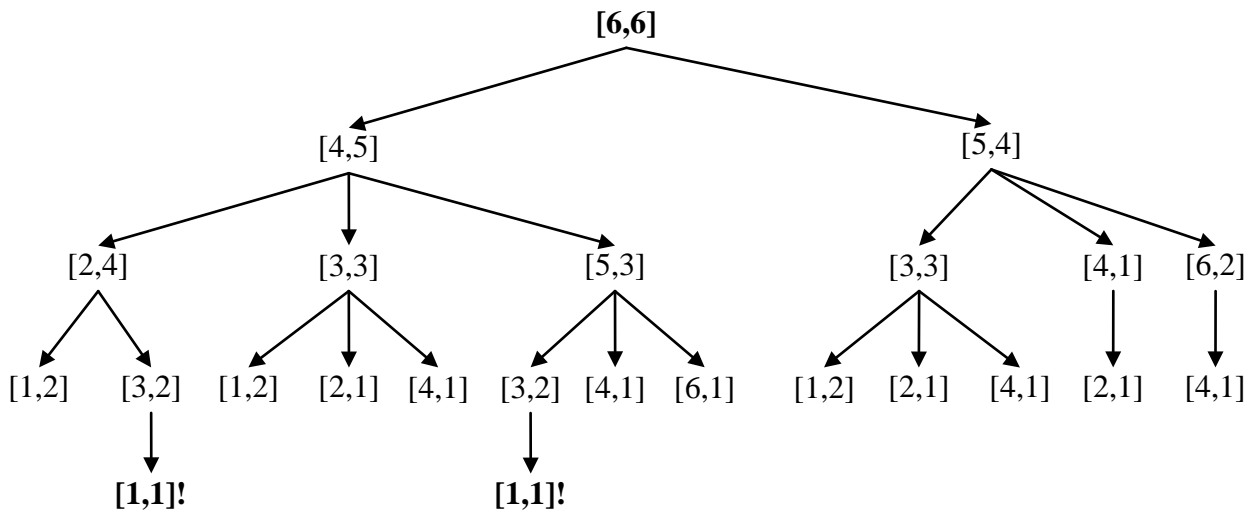
Il campo di gara è mostrato nella figura.

	14	■			†
	12	10			
				11	■
	13		■	15	
				■	

Il robot parte dalla casella [6,6]; con la prima mossa può andare solamente in [5,4] o in [4,5]; è facile vedere che se va in [5,4] non potrà mai andare in [1,1], visti i limiti al movimento imposti dal problema. Da [4,5] può andare in [2,4], [3,3], [5,3]: solo dalla prima e dall'ultima di queste può raggiungere la meta. Poiché esistono solo due percorsi per il robot (compatibili con i vincoli sul movimento e le caselle interdette) è facile rispondere alle due domande.

Esiste una maniera sistematica per trattare problemi di questo tipo: costruire l'albero delle possibili mosse. Come mostrato nella seguente figura, si inizia con la radice che è la casella in cui parte il robot; poi ad ogni nodo si aggiungono tanti figli quante sono le caselle raggiungibili dal robot posto nella casella corrispondente a quel nodo. Per esempio da [6,6] si può andare in [4,5] o in [5,4]; da

[4,5] si può andare in [2,4], [3,3] [5,3], e così via. Ci si arresta quando si è arrivati alla *meta* (caratterizzata da ! in figura) o in una casella da cui non ci si può muovere.



Un percorso è una successione di nodi dalla radice alle foglie meta. I premi accumulati sono 0 e 15 rispettivamente per il percorso più a sinistra e quello più a destra nell'albero come disegnato in figura.

N.B. L'albero delle possibili mosse è "facile" da costruire in problemi, come quello in esame, in cui il robot non può percorrere dei cicli (a causa delle mosse vietate); altrimenti occorre aggiungere opportuni vincoli (come, ad esempio, quello che ogni nodo aggiunto sia diverso da tutti gli antenati), per evitare rami di lunghezza infinita.

ESERCIZIO 3

PREMESSA

Leggere il testo seguente con attenzione.

“Il fumo uccide: difenditi!” è lo slogan di una campagna del 2009 promossa dal Ministero della Salute contro il tabagismo, cioè contro la dipendenza dal fumo del tabacco contenuto nella sigaretta.

L’abitudine al fumo è purtroppo ancora oggi molto diffusa, nonostante da parecchi anni sia in atto una campagna di informazione sui suoi effetti negativi.

Le sigarette sono formate da miscele di vari tipi di tabacco avvolte da carta e fornite, a volte, di un filtro che riduce, ma non elimina, le sostanze nocive. La combustione di una sigaretta origina un cocktail micidiale di veleni che vengono introdotti nell’apparato respiratorio; tra le varie sostanze nocive, le più importanti sono: monossido di carbonio, nicotina, catrame, e sostanze irritanti di vario genere come acido cianidrico, formaldeide, ammoniaca ecc.

Le sostanze nocive presenti nel fumo della sigaretta si disperdono nell’ambiente e vengono inalate anche da chi non fuma.

Ricorda che il fumo passivo è dannoso quanto quello attivo. Ti è mai capitato di entrare in una stanza e percepire un forte odore di sigaretta? Fortunatamente in Italia, attualmente, è vietato fumare nei luoghi pubblici (bar, ristoranti, sale giochi, uffici, cinema, scuole...), ma è importante per tutti osservare questo divieto. Rispetta e fai rispettare questa legge, che tutela la salute dei non fumatori.

In Italia, per malattie causate dal fumo, muoiono ogni anno circa 90.000 persone. Pensaci, ogni volta che fumi!

(adattato da) Nicoletti E., Peretti P., Somaschi G., *Big Bang, l’universo delle scienze*, Cedam Scuola, 2012

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il testo, in molte delle sue parti, presenta un tono:
 - A. Scanzonato;
 - B. Tollerante;
 - C. Molto duro e sgarbato;
 - D. Perentorio, fermo e mediamente persuasivo.

2. Il termine “campagna” indica:
 - A. Legge o decreto;
 - B. Un insieme di iniziative e attività svolte con una precisa finalità;
 - C. Un insieme di iniziative e attività volte a sensibilizzare le persone solo in campo sanitario;
 - D. Varie attività pubblicitarie e propagandistiche promosse quasi esclusivamente dai Ministeri italiani.

3. In questo testo, a livello lessicale, rintracci:
 - A. Molti termini specifici legati alle sostanze chimiche;
 - B. Molti termini specifici legati al mondo pubblicitario;
 - C. Molti termini specifici legati ai metodi o modi di comportamento;
 - D. Molti termini specifici inerenti al mondo delle sostanze illegali.

4. Per rendere più efficace e convincente il testo, in alcune parti:
 - A. L’autore riporta parecchi esempi “forti” che dovrebbero impressionare il lettore;

- B. L'autore riporta molte statistiche e cifre che dovrebbero colpire il lettore;
 C. L'autore usa spesso la seconda persona singolare per riferirsi al lettore e coinvolgerlo più direttamente;
 D. L'autore usa un tono ironico, dal quale però si intuisce una verità molto amara.
5. L'insieme delle sostanze nocive contenute nelle sigarette è definito "cocktail" che è:
 A. Una metafora che sottolinea la mescolanza di più elementi;
 B. Una metafora che collega l'azione nociva del bere insieme a quella del fumare;
 C. Un'iperbole che sottolinea la mescolanza di più elementi;
 D. Una metafora che sottolinea che nel tempo libero si abusa maggiormente del fumo.
6. Il testo parla di fumo passivo e si può intuire che la categoria universalmente e maggiormente colpita da questo problema è quella:
 A. Dei non fumatori;
 B. Delle donne incinte;
 C. Dei ragazzi al di sotto della maggiore età;
 D. Delle donne.
7. Il testo sembra soprattutto indirizzato:
 A. A chi si occupa di educazione e istruzione;
 B. Ai fumatori;
 C. Ai fumatori recidivi;
 D. Ai genitori dei figli che fumano.
8. Esistono fondamentalmente due tipologie di "fumo":
 A. Filtrato e non filtrato;
 B. Nocivo e non nocivo;
 C. In ambienti interni ed esterni;
 D. Passivo e attivo.
9. Il testo è:
 A. In parte realistico e in parte narrativo;
 B. Fortemente espressivo;
 C. Prevalentemente regolativo;
 D. Soprattutto persuasivo e in parte regolativo.
10. Le sostanze nocive contenute nelle sigarette provocano soprattutto:
 A. Sgradevoli pruriti cutanei;
 B. Bruciore agli occhi;
 C. Infiammazioni a organi e tessuti;
 D. Inaridimento ed essiccamento a organi e tessuti.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

8	
9	
10	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	D
2	B
3	A
4	C
5	A
6	A
7	B
8	D
9	D
10	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel testo rintracciamo molte espressioni immediatamente perentorie fin dal titolo e dall'incipit: "Il fumo uccide: difenditi!". Inoltre rintracciamo termini come "cocktail micidiale di veleni" e l'uso insistente dei verbi imperativi (ricorda, rispetta, pensaci) che conferiscono un tono, allo stesso tempo, persuasivo e perentorio al testo.
2. Una "campagna" pubblicitaria o informativa è proprio un insieme di iniziative e attività svolte in modo coordinato e con una precisa finalità (campagna di sensibilizzazione, di prevenzione, di alfabetizzazione, di informazione, ecc.) In questo caso ci troviamo di fronte ad una campagna di sensibilizzazione e prevenzione. Le risposte C e D sono "riduttive" perché l'organizzazione di campagne non riguarda solo il campo sanitario né essa è ad appannaggio solo dei Ministeri.
3. "Monossido di carbonio, nicotina, catrame, e sostanze irritanti di vario genere come acido cianidrico, formaldeide, ammoniaca ecc." sono tutti termini specifici appartenenti al mondo delle sostanze chimiche. Compaiono termini di comportamento, ma non abbastanza e non così speciali da giustificare la specificità.
4. L'uso dei verbi imperativi alla seconda persona singolare, soprattutto nella seconda parte del testo, coinvolge il lettore e lo chiama in causa direttamente: "Ricorda che il fumo passivo è dannoso quanto quello attivo. Ti è mai capitato di entrare in una stanza e percepire un forte odore di sigaretta? Fortunatamente in Italia, attualmente, è vietato fumare nei luoghi pubblici (bar, ristoranti, sale giochi, uffici, cinema, scuole...), ma è importante per tutti osservare questo divieto. Rispetta e fai rispettare questa legge, che tutela la salute dei non fumatori. In Italia, per malattie causate dal fumo, muoiono ogni anno circa 90.000 persone. Pensaci, ogni volta che fumi!" Non c'è tono ironico né compaiono molte cifre o statistiche (compare la cifra di 90.000 morti, ma è la sola che si rintraccia) e non si evidenziano, dalla lettura del testo, esempi forti ed impressionanti.
5. "Cocktail" è una bevanda alcolica o analcolica preparata mescolando liquori, vini, succhi, spremute ecc. Il termine diventa, in questo caso, metafora, non iperbole (esagerazione di una immagine) di "mescolanza".

6. La frase, *“Le sostanze nocive presenti nel fumo della sigaretta si disperdono nell'ambiente e vengono inalate anche da chi non fuma.”* e la successiva *“Ricorda che il fumo passivo è dannoso quanto quello attivo.”* ci indicano che la categoria che ingloba la totalità (universalmente) di chi subisce un danno dal fumo passivo è proprio quella dei non fumatori. Le altre risposte contengono verità parziali che non soddisfano l'”universalmente” dell'item.
7. Il testo si conclude con la frase\l'appello, *“Pensaci, ogni volta che fumi!”* a sottolineare che il messaggio è indirizzato proprio a chi fuma. Non sappiamo se il fumatore-lettore abbia già tentato di smettere di fumare, quindi non possiamo avere la certezza che sia recidivo!
8. Nel testo si dice *“Ricorda che il fumo passivo è dannoso quanto quello attivo.”* e quindi si ricorda direttamente che esistono due tipologie di fumo: passivo e attivo.
9. Un testo narrativo presenta una storia, dei personaggi, una trama...e questo non è il nostro caso. Un testo espressivo esprime soprattutto un sentimento, uno stato d'animo come accade, ad esempio in una lettera o in uno scritto personale e nuovamente il nostro testo ha una natura comunicativa e stilistica differente. Un testo regolativo ha lo scopo di dare ordini, esprimere comandi e divieti, o indicare il modo in cui ci si deve comportare. Generalmente, le istruzioni sono impersonali e i verbi usati all'infinito, all'imperativo, al congiuntivo preceduto dal “si” impersonale. Sono testi regolativi, per esempio, le leggi, i regolamenti, i cartelli di divieto o di concessione, le ricette di cucina, le istruzioni per l'uso e i manuali per il bricolage. Il nostro caso è invece quello soprattutto del testo persuasivo e in parte regolativo: il testo si propone di persuadere o di far assumere determinati comportamenti al destinatario (smettere di fumare, il fumo è dannoso) inoltre è un testo anche regolativo o imperativo perché ha lo scopo di indicare il modo in cui ci si deve comportare.
10. *“Monossido di carbonio, nicotina, catrame, e sostanze irritanti di vario genere come acido cianidrico, formaldeide, ammoniacca ecc.”*; irritante è causa di infiammazione (a organi e a tessuti) mentre le altre risposte contengono possibili effetti del fumo, ma l'avverbio “soprattutto” sottolinea che si devono andare a rintracciare quelli più complessivi e generali.

ESERCIZIO 4

PREMESSA

In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni
 $\text{tab}(\langle \text{sigla del minerale} \rangle, \langle \text{valore in euro} \rangle, \langle \text{peso in Kg} \rangle)$.

Il deposito contiene i seguenti minerali:

$\text{tab}(m1,56,80)$	$\text{tab}(m2,54,74)$	$\text{tab}(m3,53,71)$
$\text{tab}(m4,59,79)$	$\text{tab}(m5,52,72)$	$\text{tab}(m6,58,76)$

PROBLEMA

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 220 Kg, trovare la lista L delle sigle di 3 minerali diversi trasportabili con questo mezzo che consente di raggiungere il massimo valore possibile e calcolarne il valore V. Nella lista, elencare le sigle in ordine lessicale crescente: per le sigle si ha il seguente ordine: $m1 < m2 < m3 < \dots$.

L	
V	

SOLUZIONE

L	[m3,m5,m6]
V	163

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

In generale, in problemi di questo tipo, occorre considerare tutte le combinazioni di 3 minerali tra quelli presenti nel deposito, tra queste scegliere quelle che possono essere trasportate dall'autocarro e tra quest'ultime determinare quella di maggior valore.

Combinazioni di 3 materiali	valore	peso	Trasportabili dall'autocarro
[m1,m2,m3]	163	225	
[m1,m2,m4]	169	233	
[m1,m2,m5]	162	226	
[m1,m2,m6]	168	230	
[m1,m3,m4]	168	230	
[m1,m3,m5]	161	223	
[m1,m3,m6]	167	227	
[m1,m4,m5]	167	231	
[m1,m4,m6]	173	235	
[m1,m5,m6]	166	228	
[m2,m3,m4]	166	224	
[m2,m3,m5]	159	217	[m2,m3,m5]
[m2,m3,m6]	165	221	
[m2,m4,m5]	165	225	
[m2,m4,m6]	171	229	
[m2,m5,m6]	164	222	

[m3,m4,m5]	164	222	
[m3,m4,m6]	170	226	
[m3,m5,m6]	163	219	[m3,m5,m6]
[m4,m5,m6]	169	227	

In alternativa, si possono fare delle considerazioni valide solo per il particolare problema in esame (dette *euristiche*). Si vede immediatamente che i minerali m3 e m5 hanno il minor peso e che, per non superare la portata del motocarro, possono essere combinati solo con i più leggeri degli altri due: m2 o m6; la soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 5

PROBLEMA

Alcuni ragazzi decidono di costruire un ipertesto multimediale sugli avvenimenti storici significativi della loro regione. Per organizzare il progetto, dividono il lavoro in singole attività e assegnano ogni attività a un gruppo di loro. La tabella che segue descrive le attività (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, A3, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di ragazzi assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

ATTIVITÀ	RAGAZZI	GIORNI
A1	5	3
A2	2	2
A3	3	2
A4	3	3
A5	1	1
A6	4	2
A7	4	2
A8	1	1
A9	3	2
A10	5	2
A11	2	2
A12	5	1

Le attività non possono svolgersi alla rinfusa ma devono essere rispettate delle priorità: per esempio una attività utilizza il prodotto di un'altra, quindi deve svolgersi successivamente. Le *precedenze* fra le attività sono descritte con coppie di sigle; ogni coppia esprime il fatto che l'attività associata alla sigla di destra (detta successiva) può iniziare solo quando l'attività associata alla sigla di sinistra (detta precedente) è terminata. Ovviamente se una attività ha più precedenti, può iniziare solo quando tutte le precedenti sono terminate.

In questo caso le precedenze sono:

[A1,A2], [A1,A3], [A1,A4], [A2,A5], [A3,A8], [A4,A6], [A4,A7], [A4,A8], [A6,A11],
 [A8,A9], [A7,A10], [A7,A9], [A5,A6], [A9,A12], [A10,A12], [A11,A12].

Trovare il numero N di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività *deve* iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero *medio* GM di ragazzi che lavorano al giorno (nel progetto così pianificato).

N.B. Esprimere GM come numero con la virgola e due decimali (cioè due cifre a destra della virgola).

N	
GM	

SOLUZIONE

N	11
GM	7,00

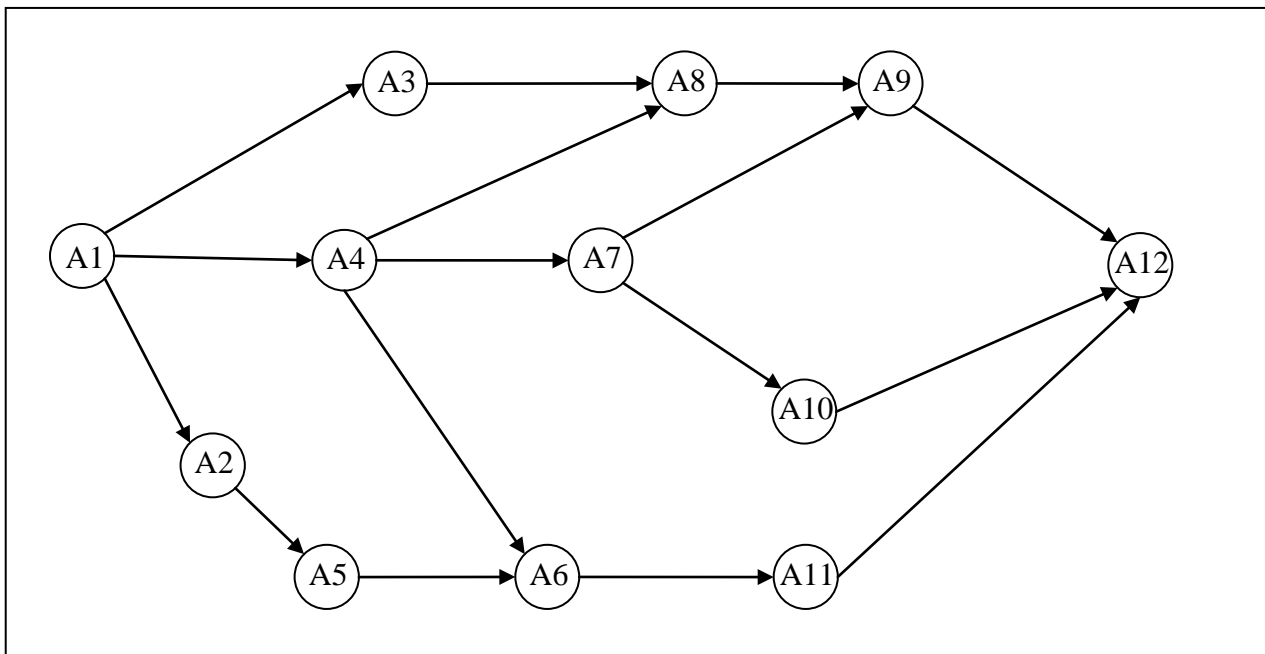
COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per prima cosa, dai dati sulle priorità occorre disegnare il *diagramma delle precedenze*, cioè il grafo che ha come nodi le attività e come frecce le precedenze: indica visivamente come si devono susseguire le attività.

Per costruire tale grafo (mostrato nella figura seguente) si disegnano tanti nodi quante sono le attività (ciascun nodo porta il nome della corrispondente attività).

Esiste una attività che compare solo a sinistra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *iniziale* (in questo caso A1); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla sinistra di tutti gli altri.

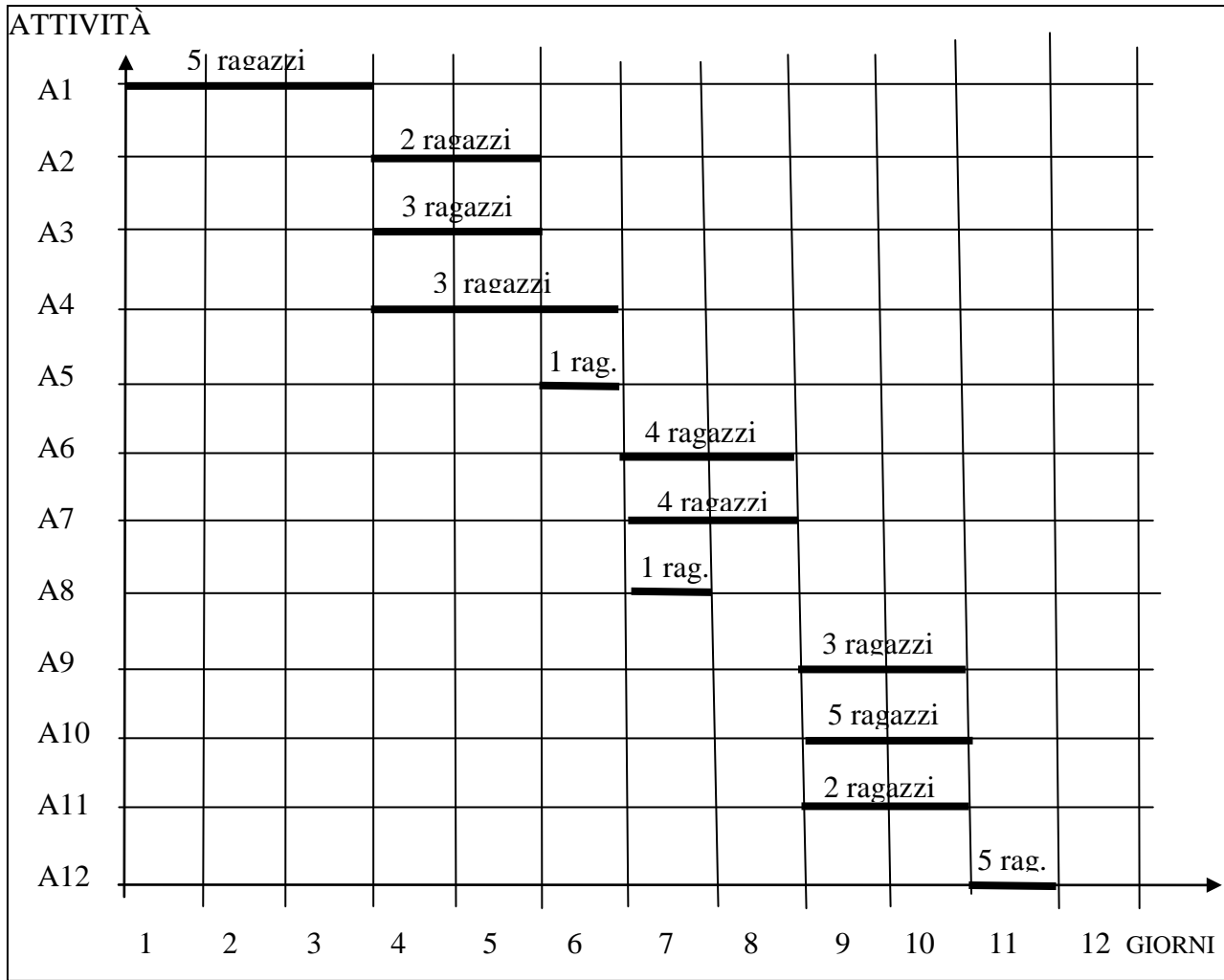
Esiste una attività che compare solo a destra nelle coppie che descrivono le priorità: questa è l'attività *finale* (in questo caso A12); il nodo corrispondente deve essere disegnato alla destra di tutti gli altri.



Poi per ogni coppia che descrive le priorità si disegna una freccia che connette (nell'ordine) i nodi coinvolti in quella coppia. Alla fine, in generale, si otterrà un grafo con frecce che si incrociano: tenendo fissi il nodo iniziale e il nodo finale si spostano gli altri nodi in modo da ottenere (se possibile!) un grafo con frecce che non si incrociano (come, appunto, è mostrato in figura).

Successivamente dal grafo e dalla tabella che descrive le attività, si può compilare il diagramma di Gantt; questo riporta sull'asse verticale le attività (dall'alto verso il basso), sugli assi orizzontali il tempo, in questo caso misurato in giorni. Su ogni asse orizzontale (parallelo a quello dei tempi e in corrispondenza a una attività) è sistemato un segmento che indica l'inizio e la durata della corrispondente attività (e il numero di ragazzi che devono svolgerla).

In questo caso l'attività A1 inizia (*convenzionalmente*) il giorno 1 e dura tre giorni; quando è terminata, il giorno 4 possono iniziare le attività A2, A3 e A4 (che quindi si svolgono parzialmente in parallelo). Inoltre, per esempio, l'attività A6 può iniziare solamente quando sono terminate sia l'attività A5 sia l'attività A4.



Dal Gantt si vede che il progetto dura 11 giorni e che il numero di ragazzi al lavoro contemporaneamente ogni giorno è contenuto nella seguente lista (di 11 elementi): [5,5,5,8,8,4,9,8,10,10,5]; la media è $GM = 77/11 = 7$.

ESERCIZIO 6

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA1, eseguire le operazioni indicate.

```

procedura PROVA1;
variables A, J, I integer;
for J from 1 to 4 step 1 do
    A ← 0;
    for I from 1 to 6 step 1 do
        A ← I+J+A;
    endfor;
    output A;
endfor;
endprocedura;
    
```

Calcolare i 4 valori di output per A (riportati in tabella come A1, A2, A3, A4)

A1	
A2	
A3	
A4	

SOLUZIONE

A1	27
A2	33
A3	39
A4	45

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La “difficoltà” sta nel calcolare il valore del primo output (quando J vale 1). I successivi, poiché il valore di J aumenta ogni volta di uno e viene sommato 6 volte, aumentano di 6 ogni volta.

La seguente tabella mostra il calcolo del primo valore di output per A.

	valore di A	valore di J	valore di I
prima di “for I ...”	0	1	indefinito
dopo la prima esecuzione del “corpo” del “for I ...”	2	1	1
dopo la seconda esecuzione del “corpo” del “for I ...”	5	1	2
dopo la terza esecuzione del “corpo” del “for I ...”	9	1	3
dopo la quarta esecuzione del “corpo” del “for I ...”	14	1	4
dopo la quinta esecuzione del “corpo” del “for I ...”	20	1	5
dopo la sesta esecuzione del “corpo” del “for I ...”	27	1	6

ESERCIZIO 7

PROBLEMA

Compresa la sequenza dei calcoli descritti nella seguente procedura PROVA2, eseguire le operazioni indicate.

```

procedure PROVA2;
variables A, J, I, K integer;
for J from 1 to 4 step 1 do
    K ← -1;
    A ← 0;
    for I from 1 to 5 step 1 do
        A ← K*(I+J)+A;
        K ← -K;
    endfor;
    output A;
endfor;
endprocedure;
    
```

Calcolare i 4 valori di output per A (riportati in tabella come A1, A2, A3, A4)

A1	
A2	
A3	
A4	

SOLUZIONE

A1	-4
A2	-5
A3	-6
A4	-7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

È facile calcolare il valore del primo output (quando J vale 1):

	valore di J	valore di I	Valore di K	valore di A
prima di "for I ..."	1	indefinito	-1	0
dopo la I esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	1	1	-2
dopo la II esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	2	-1	1
dopo la III esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	3	1	-3
dopo la IV esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	4	-1	2
dopo la V esecuzione del "corpo" del "for I ..."	1	5	1	-4

Si vede facilmente che quando J vale 2, 3, 4 i valori negativi di A (nel corpo del "for I ..." diminuiscono di 1 e quelli positivi rimangono immutati.

Per esempio:

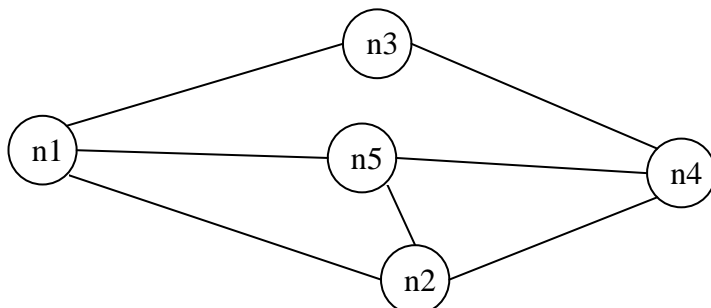
	valore di	valore di	Valore di	valore di
--	-----------	-----------	-----------	-----------

	J	I	K	A
prima di "for I ..."	2	indefinito	-1	0
dopo la I esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	1	1	-3
dopo la II esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	2	-1	1
dopo la III esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	3	1	-4
dopo la IV esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	4	-1	2
dopo la V esecuzione del "corpo" del "for I ..."	2	5	1	-5

ESERCIZIO 8

PREMESSA

Il seguente *grafo* descrive i collegamenti esistenti fra 5 città: queste sono rappresentate da *nodi* di nome n_1, n_2, \dots, n_5 e i collegamenti sono rappresentati da segmenti, detti *archi*, tra nodi.



Questo grafo può essere descritto da un elenco di termini, ciascuno dei quali definisce un arco tra due nodi del grafo con la indicazione della relativa distanza in chilometri:

- arco($n_1, n_2, 6$) arco($n_1, n_3, 5$) arco($n_3, n_4, 4$)
- arco($n_1, n_5, 3$) arco($n_2, n_4, 3$) arco($n_2, n_5, 2$)
- arco($n_5, n_4, 6$)

Due nodi si dicono *adiacenti* se sono collegati da un arco. Un *percorso* (o *cammino*) tra due nodi del grafo consiste in una sequenza di nodi ciascuno dei quali (tranne l'ultimo) è adiacente con il successivo; un percorso può, quindi essere descritto con una lista di nodi (quelli toccati dal percorso, ordinata dal nodo di partenza al nodo di arrivo). Per esempio, la lista $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ descrive un percorso dal nodo n_5 al nodo n_3 ; tale percorso ha lunghezza $2 + 3 + 4 = 9$.

Un *ciclo* è un percorso che inizia e termina nello stesso nodo, per esempio $[n_5, n_2, n_1, n_5]$. Un percorso si dice *semplice* se *non* ha nodi ripetuti: un percorso semplice, quindi, non contiene cicli; per esempio $[n_5, n_2, n_4, n_3]$ è semplice, mentre $[n_5, n_2, n_1, n_5, n_2, n_4, n_3]$ non è semplice perché ha nodi ripetuti.

PROBLEMA

È dato un grafo descritto dal seguente elenco di archi:

- arco($n_1, n_5, 2$) arco($n_2, n_1, 4$) arco($n_2, n_4, 3$)
- arco($n_6, n_1, 3$) arco($n_5, n_6, 3$) arco($n_3, n_6, 8$)
- arco($n_3, n_7, 2$) arco($n_7, n_4, 2$) arco($n_5, n_2, 1$)

Disegnare il grafo e:

1. trovare la lista L1 del percorso semplice più breve tra n_1 e n_3 e calcolarne la lunghezza K1;
2. trovare la lista L2 del percorso semplice più lungo tra n_1 e n_3 e calcolarne la lunghezza K2;
3. trovare la lista L3 del percorso semplice tra n_1 e n_3 con la lunghezza $K_3 = 14$.

L1	
K1	
L2	
K2	
L3	

SOLUZIONE

L1	$[n_1, n_5, n_2, n_4, n_7, n_3]$
----	----------------------------------

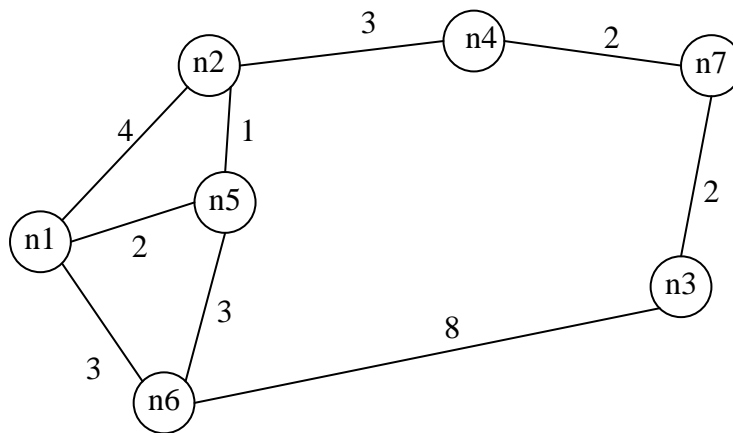
K1	10
L2	[n1, n2, n5, n6, n3]
K2	16
L3	[n1, n6, n5, n2, n4, n7, n3]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Disegnato il grafo si riportino le distanze sugli archi, come nella figura che segue.

N.B. Una delle maggiori difficoltà sta nel disegnare il grafo in modo che gli archi siano rettilinei e *non si intrecciano*; conviene procedere per tentativi successivi, fino a che il disegno sia soddisfacente.

Si noti che le lunghezze degli archi che compaiono nei termini (che rappresentano delle strade) *non* sono necessariamente proporzionali a quelle degli archi del grafo (che sono segmenti di retta).



Per risolvere il problema occorre elencare i cammini semplici tra n1 e n3 (con la loro lunghezza) in maniera *sistematica*, in modo da essere certi di averli presi in esame *tutti*; è immediato vedere che i percorsi possibili sono 6, cioè

PERCORSO n1 → n3	LUNGHEZZA
[n1,n6,n3]	11
[n1,n2,n5,n6,n3]	16
[n1,n5,n6,n3]	13
[n1,n2,n4,n7,n3]	11
[n1,n6,n5,n2,n4,n7,n3]	14
[n1,n5,n2,n4,n7,n3]	10

La soluzione segue immediatamente.

ESERCIZIO 9

PROBLEMA

Usando i sette numeri negativi -1, -3, -4, -5, -7, -8, -9 riempire la seguente tabella

0		
		1

in modo che la somma per righe, colonne e diagonali sia costante.
Determinare R1, R2, R3 le liste che descrivono le righe della tabella.

R1	
R2	
R3	

SOLUZIONE

R1	[0,-7,-5]
R2	[-9,-4,1]
R3	[-3,-1,-8]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

La tabella riempita è

0	-7	-5
-9	-4	1
-3	-1	-8

Per trovare la soluzione si può procedere completamente per tentativi, ma il procedimento sarebbe molto lungo.

In maniera più sistematica si può ragionare come segue:

- sommando i sette numeri dati e 1 (già contenuto nella tabella, oltre lo zero) si ottiene -36 che diviso per 3 dà -12: cioè la somma di una riga o di una colonna;
- nella prima riga, quindi, possono stare:
 1. -4 e -8,
 2. -8 e -4;
 3. -7 e -5 (non nell'ordine invertito, perché si vede subito che non si potrebbe completare l'ultima colonna: manca -6 dai numeri a disposizione),
 4. -3 e -9 (non nell'ordine invertito, perché si vede subito che non si potrebbe completare l'ultima colonna: manca -10 dai numeri a disposizione),
- esaminando i quattro casi si conclude il risultato.

Per esempio nel caso 1 è necessario porre -5 nella casella in basso a destra, per completare la prima colonna; la seconda colonna può essere completata (solo) da -7 e -1 (nell'ordine dall'alto in basso, perché non si può porre -1 nella casella centrale, per ovvi motivi) e si ottiene la tabella della figura seguente: occorre sistemare -3 e -9, ma ciò non può essere fatto in alcun modo, rispettando i vincoli imposti dal problema.

0	-4	-8
	-7	1
	-1	-5

Solo l'ipotesi 3 (-7 e -5) nella prima riga porta alla soluzione (che quindi è unica).

ESERCIZIO 10

PROBLEMA

John loves coffee and milk in the morning. Usually he starts preparing a cup of black coffee (no milk) filled to the rim; then he goes through the following ritual:

- he drinks one-third of the cup;
- he pours into the cup an amount of milk equal to the coffee just drunk, and stirs well;
- he drinks a further half of the mixture;
- he pours into the cup a further amount of milk equal to the mixture just drunk, and stirs again;
- he drinks one-sixth of the resultant mixture;
- at last he fills the cup with milk, stirs, and drinks the whole cup of liquid.

The cup is 240 cc (cubic centimetres); how many cc of milk does John drink?

Put your answer (as an integer number) in the box below.

SOLUZIONE

240

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

John starts with the cup full of coffee, then he pours in milk for one-third + one-half + one-sixth (which add up to 1) of cup: then he drinks one full cup of coffee and one full cup of milk.