

GARA 6 2018 – SECONDARIA SECONDO GRADO - INDIVIDUALI
ESERCIZIO 1

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente REGOLE E DEDUZIONI.

PROBLEMA

Siano date le seguenti regole:

regola(1,[u,c],w).	regola(2,[a,p],b).	regola(3,[x,k],t).
regola(4,[u,w],z).	regola(5,[d,k,j],x).	regola(6,[n,p],a).
regola(7,[x,t,k],w).	regola(8,[v,w,z],s).	regola(9,[f,n],p).
regola(10,[x,t,w],z).	regola(11,[a,c,b],v).	regola(12,[d,j],k).
regola(13,[a,b,n],y).	regola(14,[c,v],u).	regola(15,[a,b],c).

Trovare:

 la lista L1 che rappresenta il procedimento per dedurre **y** da **[f,n]**;

 la lista L2 che rappresenta il procedimento per dedurre **s** da **[a,b]**;

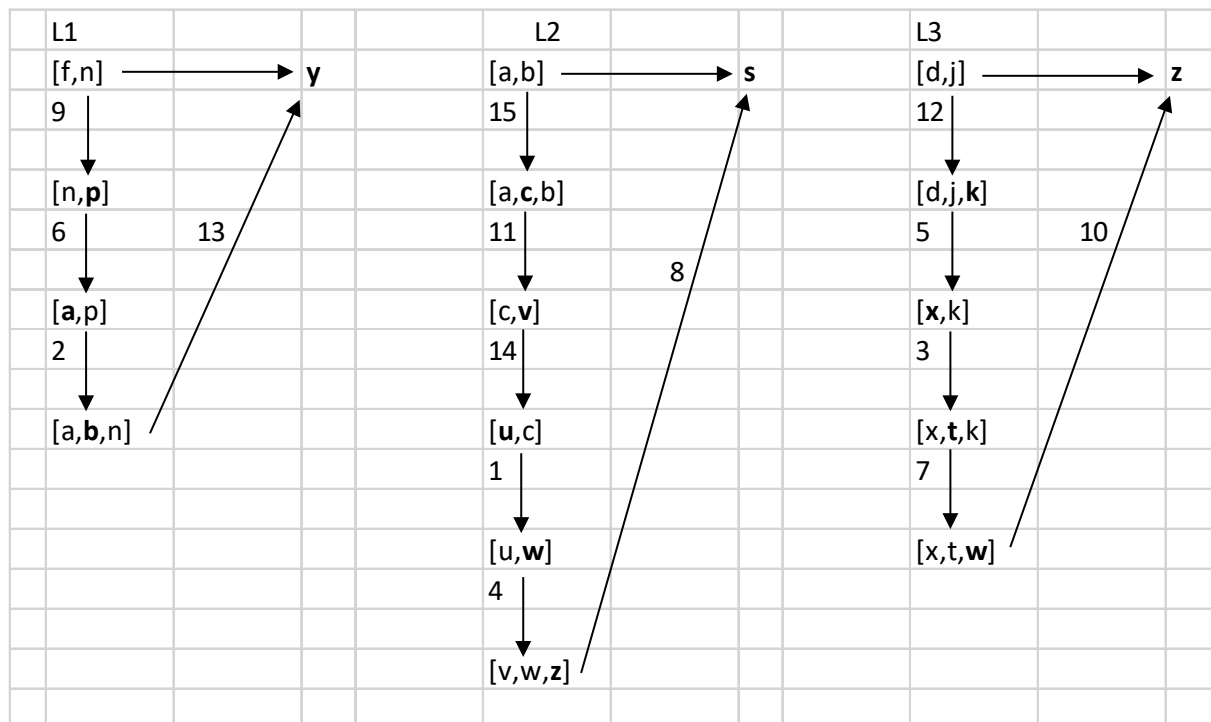
 la lista L3 che rappresenta il procedimento per dedurre **z** da **[d,j]**.

Scrivere le soluzioni nella seguente tabella.

L1	[]
L2	[]
L3	[]

SOLUZIONE

L1	[9,6,2,13]
L2	[15,11,14,1,4,8]
L3	[12,5,3,7,10]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE


ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente MOVIMENTI DI UN ROBOT.

PREMESSA

Un robot su una scacchiera molto ampia può muoversi in orizzontale e in verticale potendo eseguire tre tipi di comandi:

- cambiare direzione e girarsi di 90 gradi in senso orario: comando o;
- cambiare direzione e girarsi di 90 gradi in senso antiorario: comando a;
- cambiare posizione e avanzare di n caselle mantenendo la stessa direzione: comando fn.

Ad esempio, partendo dalla casella [2,3] con la freccia -> (direzione a destra, cioè est), con questi comandi [f4,a,f2,a,f4,a,f4,o,f1] arriva nella casella [1,1] con * in basso a sinistra.

	a	--	--	--	a		
	->	--	--	--	a		
*	o						

PROBLEMA

Il robot si trova nella casella [30,30] con direzione verso l'alto (nord).

Trovare la lista L dei comandi per far compiere al robot il seguente percorso

[(30,30), (37,30), (37,36), (30,36), (30,28), (21,28), (21,35)]

L [_____]

SOLUZIONE

L [o,f7,a,f6,a,f7,a,f8,o,f9,o,f7]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il robot inizialmente nella casella (30,30) rivolto a nord, ruota verso est e si sposta nelle successive caselle come segue:

(30,30) est

f7 (37,30) nord

f6 (37,36) ovest

f7 (30,36) sud

f8 (30,28) ovest

f9 (21,28) nord

f7 (21,35) nord

ESERCIZIO 3

Si faccia riferimento all'Allegato Guida OPS 2018, problema ricorrente KNAPSACK.
 In un deposito di minerali esistono esemplari di vario peso e valore individuati da sigle di riconoscimento. Ciascun minerale è descritto da una sigla che contiene le seguenti informazioni:
 tab(<sigla del minerale>,<valore in euro>,<peso in kg>)

Il deposito contiene i seguenti minerali:

tab(m1,6,39)
 tab(m2,13,45)
 tab(m3,12,66)
 tab(m4,18,84)
 tab(m5,13,99)
 tab(m6,10,183)

Disponendo di un piccolo motocarro con portata massima di 177 kg trovare la lista L delle sigle di tre minerali diversi che siano trasportabili contemporaneamente con questo mezzo e che abbiano il massimo valore complessivo; calcolare inoltre questo valore V.

N.B. Nella lista, elencare le sigle in ordine (lessicale) crescente; per le sigle usate si ha il seguente ordine: $m1 < m2 < m3 < \dots$.

L	[]
V	

Soluzione

L	[m1,m2,m4]
V	37

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per risolvere il problema occorre considerare tutte le possibili combinazioni di tre minerali diversi, il loro valore e il loro peso.

N.B. Le combinazioni corrispondono ai sottoinsiemi: cioè sono indipendenti dall'ordine; per esempio la combinazione "m1,m2,m4" è uguale alla combinazione "m4,m2,m1". Quindi per elencarle tutte (una sola volta) conviene costruirle sotto forma di liste i cui elementi sono ordinati, come richiesto dal problema: si veda di seguito.

Costruite le combinazioni occorre individuare quelle trasportabili (cioè con peso complessivo minore o eguale a 177 kg) e tra queste scegliere quella di maggior valore.

Si noti anche che il peso di m6 è da solo maggiore di 177 kg, quindi non potrà mai essere caricato. Invece che costruire tutte le 20 combinazioni di m1, ..., m6 basterà considerare solo quelle di m1, ..., m5. Sempre dai dati del problema, si può notare che la presenza contemporanea dei minerali m4 e m5 non può soddisfare i vincoli imposti, considerando che la somma dei loro pesi è superiore

alla portata del motocarro. Questa osservazione ci permette di escludere dal calcolo altre tre combinazioni (vedi tabella). Inoltre, non viene calcolato il valore corrispondente alle combinazioni non trasportabili.

Combinazioni	Valore	Peso	Trasportabili
[m1,m2,m3]	31	150	Si
[m1,m2,m4]	37	168	Si
[m1,m2,m5]	Non calcolato	183	No
[m1,m3,m4]	Non calcolato	189	No
[m1,m3,m5]	Non calcolato	204	No
[m1,m4,m5]	Non calcolato	Non calcolato	No
[m2,m3,m4]	Non calcolato	195	No
[m2,m3,m5]	Non calcolato	210	No
[m2,m4,m5]	Non calcolato	Non calcolato	No
[m3,m4,m5]	Non calcolato	Non calcolato	No

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, problema ricorrente PROBLEMA CRITTOGRAFIA

Usando la semplice crittografia di Giulio Cesare:

Trovare la lista L1 ottenuta crittografando con chiave 3 la lista contenente il nome del personaggio principale della più celebre favola di Collodi.

Trovare la lista L2 ottenuta crittografando con chiave 10 la lista ottenuta dalla ripetizione di 20 volte della sillaba b,a ovvero

[b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a,b,a]

Data la lista [u,n,i,v,e,r,s,o] trovarne la corrispondente L3 crittografata con chiave tale per cui la lettera l viene crittografata nella lettera q.



L1	[]
L2	[]
L3	[]

SOLUZIONE

L1	[s,l,q,r,f,f,k,l,r]
L2	[l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k]
L3	[z,s,n,a,j,w,x,t]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Il nome del personaggio è Pinocchio.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
3	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Che crittografato con chiave 3 diventa [s,l,q,r,f,f,k,l,r]

Crittografando con chiave 10 la sillaba [b,a] si ottiene [l,k]

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
10	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

per cui la lista L2 è [l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k,l,k].

La lettera l corrisponde alla lettera q nella chiave è 5.

7	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g
6	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f
5	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e
4	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d
3	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c
2	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b
1	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

In tale chiave [u,n,i,v,e,r,s,o] si trasforma in [z,s,n,a,j,w,x,t].

ESERCIZIO 5

Si faccia riferimento Guida OPS 2017, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[53,16,66,57,107,107,103,107,15,39,81,19]

Si trovi:

- 1) Il numero N pari alla lunghezza massima di una sottosequenza non crescente (“non crescente vuol dire che ogni numero della sottosequenza deve essere minore oppure uguale a quello che lo precede nella sottosequenza)
- 2) Il numero K di sottosequenze non crescenti di lunghezza pari ad N
- 3) La lista L che elenca i numeri che formano la sottosequenza non crescente che, fra tutte quelle di lunghezza pari ad N, ha il più alto valore possibile della somma di tutti gli elementi della sottosequenza (ad esempio ipotizziamo che N valga 5 e che ci siano 3 sottosequenze non crescenti di lunghezza pari a 5, ovvero [100,90,80,75,5], [100,90,80,80,5] e [100,81,80,80,5]: in questo caso L = [100,90,80,80,5] in quanto 100+90+80+80+5 è maggiore sia di 100+90+80+75+5 che di 100+81+80+80+5)

N	
K	
L	[]

SOLUZIONE

N	5
K	4
L	[107,107,107,81,19]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Anche in questo problema la struttura della sequenza principale è complessa ed è quindi opportuno effettuare una ricerca tra tutte le sottosequenze non crescenti, che sono le seguenti:

[53,16,15]

[53,15]

[53,39,19]

[53,19]

[16,15]

[66,57,15]

[66,57,39,19]

[66,57,19]

[66,15]

[66,39,19]

[66,19]

[57,15]

[57,39,19]

[57,19]

[107,107,103,15]

[107,107,103,39,19]

[107,107,103,81,19]



[107,107,103,19]

[107,107,107,15]

[107,107,107,39,19]

[107,107,107,81,19]

[107,107,107,19]

[107,107,15]

[107,107,39,19]

[107,107,81,19]

[107,107,19]

[107,103,15]

[107,103,39,19]

[107,103,81,19]

[107,103,19]

[107,107,15]

[107,107,39,19]

[107,107,81,19]

[107,107,19]

[107,15]

[107,39,19]

[107,81,19]

[107,19]

[107,103,15]

[107,103,39,19]

[107,103,81,19]

[107,103,19]

[107,107,15]

[107,107,39,19]

[107,107,81,19]

[107,107,19]

[107,15]

[107,39,19]

[107,81,19]

[107,19]

[103,15]

[103,39,19]

[103,81,19]

[103,19]

[107,15]

[107,39,19]

[107,81,19]

[107,19]

[15]

[39,19]

[81,19]

[19]

La lunghezza massima di una sottosequenza non crescente è, dunque, pari a 5.

Le sottosequenze non crescenti di lunghezza 5 sono:

[107,107,103,39,19]

[107,107,103,81,19]

[107,107,107,39,19]

[107,107,107,81,19]

Quindi $K=4$. Tra di esse, quella che massimizza la somma dei propri elementi, ovvero L , è $[107,107,107,81,19]$.

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura ALFA.

```
procedure ALFA;
variables I, J, K integer;
variables A(1:5), B(1:5), C(1:10) vector of integer;
A ← [1,3,5,7,9];
B ← [0,2,4,6,8];
I ← 1;
J ← 1;
K ← 1;
while K < 10 do;
    if A(I) < B(J);
        then C(K) ← A(I); I ← I + 1;
        else C(K) ← B(J); J ← J + 1;
    endif;
    K ← K + 1;
endwhile;
C(10) ← A(5);
output C;
endprocedure;
```

Determinare il valore di output di C e scriverlo nella tabella seguente.

C	[]
---	-----

SOLUZIONE

C	[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9]
---	-----------------------

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

L'algoritmo realizza la fusione ordinata nel vettore C dei due vettori ordinati A e B.

Esaminiamo i valori delle variabili I, J, K e del vettore C prima del ciclo while, dopo ogni iterazione e dopo l'ultimo assegnamento. Il ? indica che, in quel momento, il valore di tale elemento di C è indefinito.

	Valore di I	Valore di J	Valore di K	Valore di C
Prima del ciclo	1	1	1	[?,?,?,?,?,?,?,?,?]
Dopo la prima iterazione	1	2	2	[0,?,?,?,?,?,?,?]
Dopo la seconda iterazione	2	2	3	[0,1,?,?,?,?,?,?,?]
Dopo la terza iterazione	2	3	4	[0,1,2,?,?,?,?,?,?]
Dopo la quarta iterazione	3	3	5	[0,1,2,3,?,?,?,?,?]
Dopo la quinta iterazione	3	4	6	[0,1,2,3,4,?,?,?,?]
Dopo la sesta iterazione	4	4	7	[0,1,2,3,4,5,?,?,?]
Dopo la settima iterazione	4	5	8	[0,1,2,3,4,5,6,?,?,?]
Dopo la ottava iterazione	5	5	9	[0,1,2,3,4,5,6,7,?,?]
Dopo la nona iterazione	5	6	10	[0,1,2,3,4,5,6,7,8,?]
Dopo l'ultimo assegnamento	5	6	10	[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9]

ESERCIZIO 7

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura BETA.

```
procedure BETA;  
variables A, B, I, integer;  
input A;  
input B;  
for I from 1 to 3 step 1 do;  
    if A < B;  
        then A ← A × 2;  
        else B ← B × 2;  
    endif;  
endfor;  
output A, B;  
endprocedure;
```

Sapendo che i valori di **output** per A e B alla *fine* della procedura sono 12 e 14, determinare il valore di **input** di A e B (sapendo che sono numeri interi positivi) all'*inizio* della procedura, e scriverli nella seguente tabella.

A	
B	

SOLUZIONE

A	3
B	7

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Partendo dai valori di output, bisognerà procedere a ritroso, verificando le diverse possibilità (ovvero che sia stato A o B ad essere moltiplicato per 2), escludendo quelle impossibili (perché non rispettano la condizione $A < B$ dell'if o perché hanno come soluzione numeri **non interi**, ma razionali).

Aiutiamoci con la seguente tabella

Vediamo la tabella come un albero, con radice i valori finali di A e B.

Se mi sposto a sinistra, ipotizzo che sia stato A ad essere diviso per 2, se mi sposto a destra, ipotizzo che sia stato B ad essere diviso per 2.

Le caselle in grigio indicano una situazione non possibile (o perché non rispetta la condizione dell'if, o perché una delle due variabili assume un valore non intero).

Dopo la terza iterazione

A = 12

B = 14

Dopo la seconda iterazione

A = 6
B = 14

A = 12
B = 7

(A < B)

(A > B)

Dopo la prima iterazione

A = 3
B = 14

A = 6
B = 7

A = 6
B = 7

A = 12
B = 3,5

(A < B)

(A < B)

(A < B)





Prima dell'inizio del ciclo for	A =	A = 3	A = 3	A = 6
	1,5	B = 7	B = 7	B =
	B = 14	(A<B)	(A<B)	3,5

Leggendo ora la tabella dal basso verso l'alto notiamo che gli unici valori possibili di input sono $A = 3$ e $B = 7$ che ci portano ai valori di output di $A = 12$ e $B = 14$ (valori in **grassetto**)

ESERCIZIO 8

PROBLEM

Recently, in the kingdom of Derry, the king Stephen has called a new election for the Parliament. The Parliament is composed by 1000 senators. In the kingdom of Derry there are only five parties: the "A" Party, the "B" Party, the "C" Party, the "D" Party and the "E" Party. The king divided the kingdom in three sectors: North (30 millions of citizens), Center (10 millions of citizens) and South (20 millions of citizens). The 1000 senators are elected as follows:

- For each sector the party that obtains the highest number of votes receives 50 seats for senators, the second party 20, the third 10, the fourth 5 and the last 1.
- In all the kingdom the party that obtains the highest number of votes receives 100 seats, the second party 20, the third 10, the fourth 8 and the last 4.
- The remaining 600 seats are assigned in a directly proportional way to the number of votes.

The result of the election is the following (all the citizens were voted and there weren't blank or null votes):

	"A" Party	"B" Party	"C" Party	"D" Party	"E" Party
North	25%	30%	15%	7%	23%
Center	40%	20%	10%	25%	5%
South	10%	25%	60%	3%	2%

After this result none of the parties has obtained 501 senators (which is the minimum number to form a government), so some parties decided to make a coalition in order to get (and also go over) to the "magic number". There are no limits to the number of parties in this coalition and the leader of the coalition is a senator of the party with the highest number of votes in the coalition.

- How many senators did the parties receive?
- How many possible governments coalitions are possible?
- For each party, in how many of the possible governments coalition will a senator of that party lead the coalition? (Write 0 if there are no possibilities for that party to lead the government coalition)

Put your answers in the boxes below.



1) Number of senators

“A” Party	
“B” Party	
“C” Party	
“D” Party	
“E” Party	

2) Possible coalitions

--

3) Possibilities to lead the coalition

“A” Party	
“B” Party	
“C” Party	
“D” Party	
“E” Party	

SOLUTION

1) Number of senators

“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
225	260	335	82	98

2) Possible coalitions

16

3) Possibilities to lead the coalition

“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
0	3	13	0	0

TIPS FOR THE SOLUTION

The number of senators elected with “method A”) is simple to calculate, we just have to see, for each sector, which the highest percentages of votes are and then assign the seats:

	“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
North	20	50	5	1	10
Center	50	10	5	20	1

South	10	20	50	5	1
Total	80	80	60	26	12

In order to calculate the number of senators elected with “method B)” we calculate the number of votes obtained in the kingdom:

	“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
Votes	13 500 000	16 000 000	17 500 000	5 200 000	7 800 000
Seats	10	20	100	4	8

Once we have the number of votes,(calculating the number of seats assigned with “method C)” is not a problem (also another quick way to calculate these seats is to notice that the North elects 300 senators, the Centre 100 and the South 200; we already have the percentage for each sector so we could multiply the percentages of the North by 3, the percentages of the Center by 1 and the percentages of the South by 3 and then sum all these numbers to obtain the number of elected senators):

	“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
Seats	135	160	175	52	78

So the total is:

	“A” Party	“B” Party	“C” Party	“D” Party	“E” Party
Method A	80	80	60	26	12
Method B	10	20	100	4	8
Method C	135	160	175	52	78
Total seats	225	260	335	82	98

Now we calculate all the possible government coalitions that obtain at least 501 senators:

5 parties: ABCDE

4 parties: ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE

3 parties: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, BCD, BCE, CDE

2 parties: CA, CB

So in total we have 16 possible government coalitions; in all of these coalitions the “C” Party is one of the members, exception made for ABDE, ABD, ABE, where the leading party is the “B” Party so in 13 coalitions the leader will be the “C” Party, in 3 the “B” Party; the other 3 parties have no chance to lead the coalition.